

examenbundel.nl

examen bundel



Meer dan alleen oefenexamens

Nu bij je boek
mijn.examenbundel.nl
Online oefenen, video's en meer

2022|2023

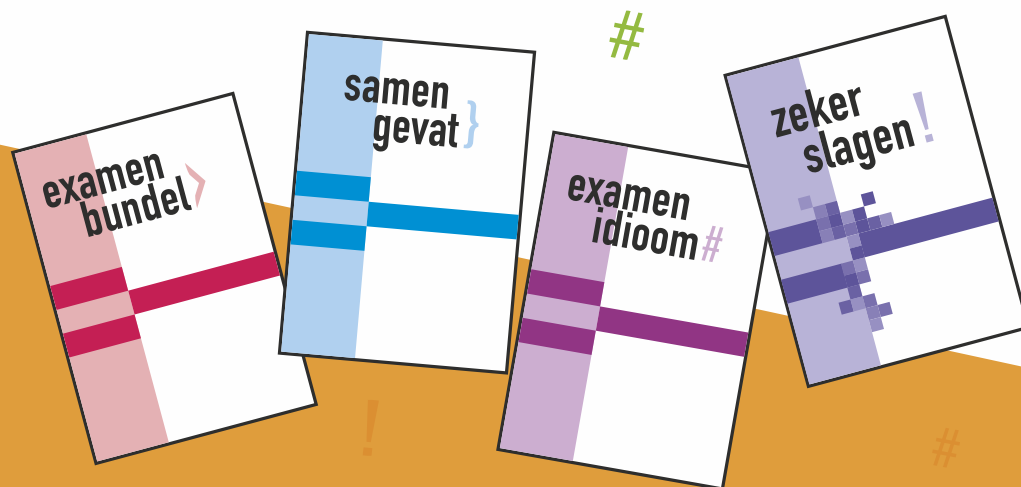
VWO

Natuurkunde



! Zeker slagen met Examenbundels,
meer dan oefenexamens! }

#geenexamenstress



MEER DAN ALLEEN EXAMENS

- Oefenen met echte examens, met uitleg en toelichting van docenten en vakexperts.
- Oefenen met voorbeeldvragen per onderwerp.
- Voldoet aan de laatste exameneisen.
- Geeft ook toegang tot vele extra's en gericht studieadvies op Mijn Examenbundel.

EXAMENSTOF ALLES IN ÉÉN }

- Alle examenstof in één boek, compact en overzichtelijk.
- Perfecte samenvattingen met voorbeelden uit de laatste examens.
- Overzichten met begrippen en definities.
- Te gebruiken naast elke lesmethode.
- Met handig trefwoordenregister achterin.

SPECIAAL VOOR DE TALEN

- De ideale voorbereiding op zowel het centraal schriftelijk examen als de schooexamens.
- Meer dan 1000 idioomwoorden met realistische voorbeeldzinnen.
- Thematisch gerangschikt.
- Aandacht voor lees-, gespreks- én schrijfvaardigheid.

LEREN KUN JE LEREN !

- Handig hulpmiddel naast Examenbundel, Samengevat en Examenidioom.
- Ontdek welke leerstrategieën het best bij jou passen.
- Bevat tips over effectief leren, plannen en motivatie.
- Meer tijd over voor andere dingen zoals werken en sporten.

#ikgazekeerslagen }

Ga naar examenbundel.nl voor meer informatie over je eindexamens, extra oefeningen en meer!

examenbundel.nl

examen bundel >

Meer dan alleen oefenexamens

2022 | 2023

VWO

R. Slooten
L. van Rooyen
M.H. Overbosch

Natuurkunde



mijn.examenbundel.nl >

Slagen zonder examenstress doe je met **Examenbundel**,
Samengevat, **Examenidoom** en **Zeker Slagen**!

Alles voor je schoolexamens en je centrale examens
in je boeken, maar ook online.

Overzicht
van al je
examenvakken

Antwoorden
bij de
oriëntatietoets

Video's
en andere
leerbronnen

Online
oefenen

Inzicht in je
voortgang

Quickscan
en nog
veel meer!

Ga naar mijn.examenbundel.nl en log in op
Mijn Examenbundel. Met deze code krijg je toegang
tot heel veel (digitale) extra's die bij je bundel horen:



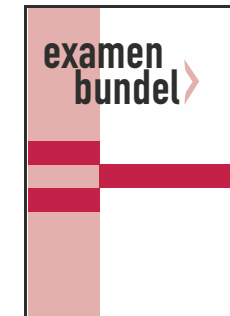
Deze code is uniek en door één persoon te gebruiken. Geldig tot 15 juli 2023.

#ikgazekerslagen

Voorwoord

Met deze **Examenbundel** bereid je je goed voor op het eindexamen en op de schoolexamens. Je oefent met echte examenopgaven. Als je niet weet hoe je een vraag aan moet pakken, raadpleeg dan de bijbehorende hint. In de uitwerkingen staan de antwoorden met een duidelijke uitleg. Zo weet je precies wat je goed en fout hebt gedaan. !

Gebruik naast deze **Examenbundel** ook het boek **Samengevat** om te leren voor je examen. Hierin vind je een handige samenvatting van alle examenstof.



Oefenen met echte
examens en duidelijke
uitwerkingen

Overzichtelijke
samenvatting van
de examenstof

Wil je weten op welke datum het centraal examen is?

Ga naar examenbundel.nl/examenrooster voor het actuele examenrooster.

Of scan de QR-code:



Namens team **Examenbundel** heel veel succes!

Heb je een vraag of opmerking over deze **Examenbundel**?

Ga dan naar examenbundel.nl/contact.

Opmerking

De overheid stelt de regels op voor het examen. Bijvoorbeeld wat de examenonderwerpen zijn, welke hulpmiddelen je mag gebruiken en wanneer het examen is. De auteurs en uitgever hebben deze **Examenbundel** met grote zorg samengesteld. Soms veranderen de regels van de overheid echter of worden er nieuwe afspraken gemaakt over wat die regels betekenen. Raadpleeg daarom altijd je docent of onze website www.examenbundel.nl voor actuele informatie die voor jouw examen van belang is.

- 7 Stappenplan: hoe leer je met de Examenbundel?
- 13 Tips: hoe maak je examenopgaven bij natuurkunde?

Oriëntatietoets

- 17 Opgaven

Deel 1

Oefenen op onderwerp

1 Vaardigheden (domein A)

- 27 Opgaven
- 36 Hints en uitwerkingen

2 Informatie-overdracht (domein B1)

- 41 Opgaven
- 52 Hints en uitwerkingen

3 Medische beeldvorming (domein B2)

- 59 Opgaven
- 67 Hints en uitwerkingen

4 Kracht en beweging (domein C1)

- 74 Opgaven
- 89 Hints en uitwerkingen

5 Energie en wisselwerking (domein C2)

- 99 Opgaven
- 106 Hints en uitwerkingen

6 Gravitatie (domein C3)

- 113 Opgaven
- 122 Hints en uitwerkingen

7 Elektrische systemen (domein D1)

- 129 Opgaven
- 140 Hints en uitwerkingen

8 Elektrische en magnetische velden (domein D2)

- 148 Opgaven
- 157 Hints en uitwerkingen

9 Elektromagnetische straling en materie (domein E2)

- 166 Opgaven
- 173 Hints en uitwerkingen

10 Quantumwereld (domein F1)

- 181 Opgaven
- 190 Hints en uitwerkingen

Deel 2a

Examens met uitwerkingen

Examen 2019-I

- 201 Opgaven
- 219 Hints en uitwerkingen

Examen 2019-II

- 228 Opgaven
- 243 Hints en uitwerkingen

Examen 2021-I

- 251 Opgaven
- 266 Hints en uitwerkingen

Examen 2021-II

- 274 Opgaven
- 286 Hints en uitwerkingen

Examen 2021-III

- 294 Opgaven
- 304 Hints en uitwerkingen

Deel 2b

Examen 2022-I

Examen 2022-I

- 315 Opgaven

De uitwerkingen van het examen 2022-I vind je op mijn.examenbundel.nl.

Bijlagen

Cijferbepaling

Onderwerpregister

Stappenplan: hoe leer je met de Examenbundel?

Natuurlijk kun je de **Examenbundel** van voor naar achter doorwerken of er kriskras wat onderdelen uithalen om mee te oefenen, maar je kunt het ook systematischer aanpakken. Als je oefenen met de **Examenbundel** combineert met leren uit **Samengevat**, bereid je je optimaal voor op je examen.

Op de volgende pagina's vind je drie routes die laten zien hoe je kunt leren met de **Examenbundel**. Kies de route die past bij jouw manier van leren:

- Route 1: Ga je graag meteen aan de slag? Start met **oefenen per onderwerp**.
- Route 2: Wil je eerst weten waar je staat? Start met **de oriëntatietoets**.
- Route 3: Leer je liever eerst de theorie? Start met **leren per onderwerp**.

Kies de route
die bij jouw
manier van
leren past!

Lees ook de tips!
Voorkom
verrassingen
tijdens je
examen.

#

!

#ikgazekerslagen

Route 1

Ga je graag meteen aan de slag? Start met oefenen per onderwerp.

#

januari &
februari

Maak per week opgaven van een hoofdstuk in deel 1 van de Examenbundel.

Kijk de opgaven na met de bijbehorende uitwerkingen.

Meer dan de helft goed.

De helft of minder goed.

Neem het bijbehorende hoofdstuk in
Samengevat door.

Oefen met het onderwerpregister achter in
de Examenbundel meer opgaven over dit
onderwerp uit de verschillende examens.

Kijk die opgaven na.

Meer dan
de helft goed.

De helft of
minder goed.

Maak de opgaven
van dat hoofdstuk
uit deel 1 die je nog
niet gemaakt had.
Gebruik de hints.

Maak de oriëntatietoets.

Bereken je score met de uitwerkingen op mijn.examenbundel.nl.

Voldoende.

Onvoldoende.

Bestudeer Samengevat over de onderwerpen die minder goed gingen.

Oefen opgaven uit deel 1 van de Examenbundel en via het onderwerpregister uit de
verschillende examens over het betreffende onderwerp. Gebruik de hints!

!

maart

}

!

april

Maak een heel examen uit deel 2a van de Examenbundel.

Kijk het examen na met de bijbehorende uitwerkingen.

Tevreden met het resultaat.

Niet tevreden met het resultaat.

Kijk met behulp van het
onderwerpregister welke onderdelen
nog niet goed gaan en waar voor jouw
gevoel wel winst is te behalen.
Je hoeft niet alles goed te doen!

Bestudeer Samengevat en maak
via het onderwerpregister van de
Examenbundel een aantal opgaven over
dat onderwerp uit deel 1 en 2a tot je
tevreden bent met het resultaat.

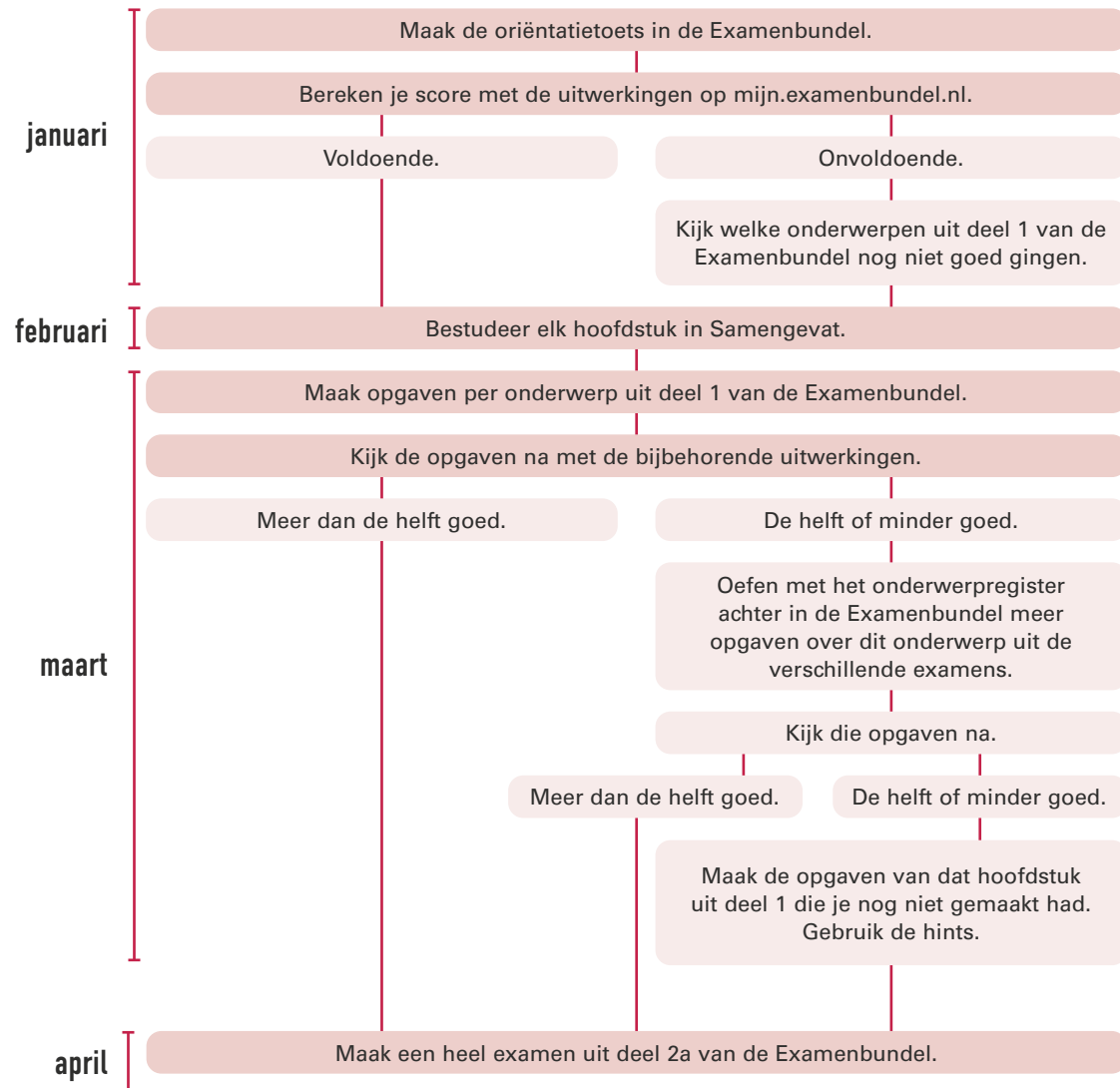
Blijf oefenen met deel 2a zodat je met vertrouwen het examen ingaat.

#geenexamenstress

}

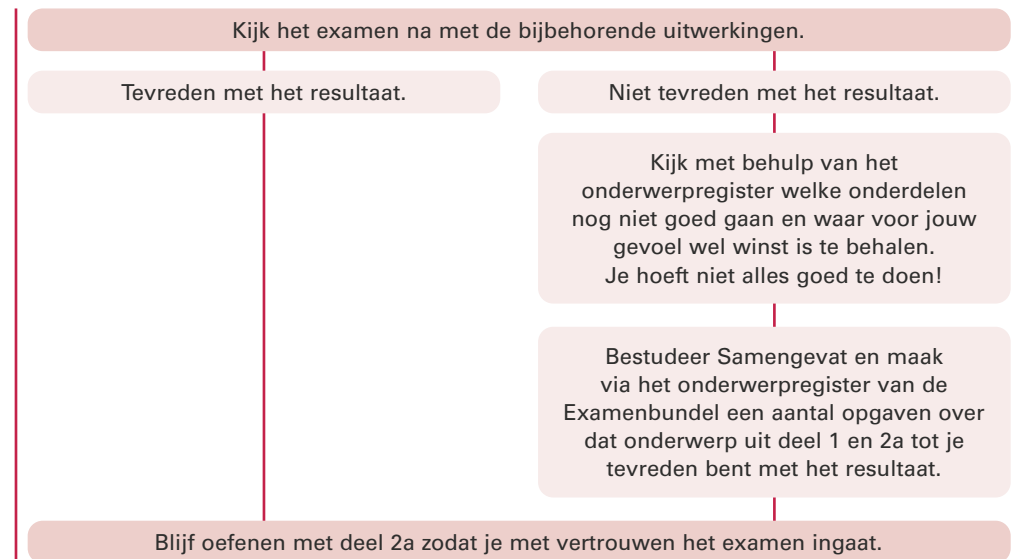
Route 2

Wil je eerst weten waar je staat? Start met de oriëntatietoets.



#

april



#geenexamenstress

}

Route 3

Leer je liever eerst de theorie? Start met leren per onderwerp.

#

januari & februari

Bestudeer per week een hoofdstuk uit Samengevat.

Maak de oriëntatietoets van de Examenbundel.

Bereken je score met de uitwerkingen op mijn.examenbundel.nl.

Voldoende.

Onvoldoende.

Kijk welke onderwerpen uit deel 1 van de Examenbundel nog niet goed gingen.

Maak de opgaven uit deel 1 over die onderwerpen.

Kijk die opgaven na.

Meer dan de helft goed.

De helft of minder goed.

Oefen met het onderwerpregister achter in de Examenbundel meer opgaven over dit onderwerp uit de verschillende examens.

maart

Maak een heel examen uit deel 2a van de Examenbundel.

Kijk het examen na met de bijbehorende uitwerkingen.

Tevreden met het resultaat.

Niet tevreden met het resultaat.

Kijk met behulp van het onderwerpregister welke onderdelen nog niet goed gaan en waar voor jouw gevoel wel winst is te behalen. Je hoeft niet alles goed te doen!

Bestudeer Samengevat en maak via het onderwerpregister van de Examenbundel een aantal opgaven over dat onderwerp uit deel 1 en 2a tot je tevreden bent met het resultaat.

april

Blijf oefenen met deel 2a zodat je met vertrouwen het examen ingaat.

#geenexamenstress

Tips: hoe maak je examenopgaven bij natuurkunde?

Bij het op de juiste manier oplossen van een probleem doorloop je in het algemeen drie stappen: de voorbereiding, de uitvoering en een controle.

Vorbereiding



- Kijk eerst vluchtig alle opgaven door en begin met de opgaven die je vertrouwd voorkomen.
- Ga na hoeveel tijd gemiddeld beschikbaar is per opgave. Probeer te voorkomen dat je te lang met een bepaalde vraag bezig blijft en daardoor weinig punten scoort bij andere vragen.
- Lees de tekst van de gekozen opgave rustig en nauwkeurig. Onderstreep of markeer hierbij aanwijzingen, begrippen, formules, getallen e.d. die van belang kunnen zijn. Deze informatie is dan bij het beantwoorden van de vragen snel terug te vinden.
- Lees elke vraag nauwkeurig en ga na welke informatie je nodig denkt te hebben om de vraag te kunnen beantwoorden. Zoek die informatie op in de tekst van de opgave, of in Binas of ScienceData.
- Begin pas aan de uitvoering, wanneer je de aanpak van het vraagstuk overziet.

Uitvoering



- Reserveer op je papier voor elke opgave voldoende ruimte. Je werk wordt daardoor overzichtelijker en je kunt je antwoord makkelijker aanvullen.
- Schrijf alle tussenstappen overzichtelijk op, zodat zichtbaar wordt hoe je tot je antwoord bent gekomen.
- Indien om uitleg wordt gevraagd, mag die niet ontbreken.
- Schrijf bij twijfel altijd iets op (behalve als je zelf al kunt beoordelen dat je antwoord nergens op slaat).

Controle



- Lees de vraag nog eens over. Is hij volledig beantwoord?
- Vind je het gevonden antwoord zinnig (klopt bv. de orde van grootte)? Zo niet, probeer je denk- of rekenfout op te sporen of maak daarover tenminste een opmerking.
- Is de juiste eenheid vermeld?
- Is de afronding van een verkregen waarde in overeenstemming met de vraagstelling?

!

Hoe zou je het nu al doen op een
examen? De oriëntatietoets geeft je een
eerste indruk. De antwoorden vind je
op mijn.examenbundel.nl.



Oriëntatietoets

Vijftig meter vlinderslag

Lees de onderstaande tekst.

De vlinderslag:

Bij de vlinderslag moet je beide armen tegelijk gebruiken. Je maakt met je armen wel enorme halen: boven water naar voren, onder water naar achteren. Je benen maken dolfijn-achtige bewegingen.



Bij een wedstrijd mag je vanaf de start de eerste vijftien meter onder water zwemmen. De rest van de afstand moet bij voorkeur bestaan uit een geheel aantal slagen, zodat je met de armen gestrekt naar voren de finish aantikt.

Joep traint voor de vijftig meter vlinderslag. Bij een van zijn trainingen horen de volgende gegevens:

- Na de afzet zwemt hij onder water tot 15,0 m vanaf het startpunt. Hiervoor heeft hij 6,80 s nodig.
- Daarna maakt hij een aantal gelijke slagen met een slagfrequentie van 0,833 Hz en een slaglengte van 2,50 m.

- 3p 1 Bereken de tijd die Joep voor deze 50,0 meter nodig heeft.

Joep wil een snellere tijd halen en wil gaan trainen op een hogere slagfrequentie van 0,880 Hz en een slaglengte van 2,40 m.

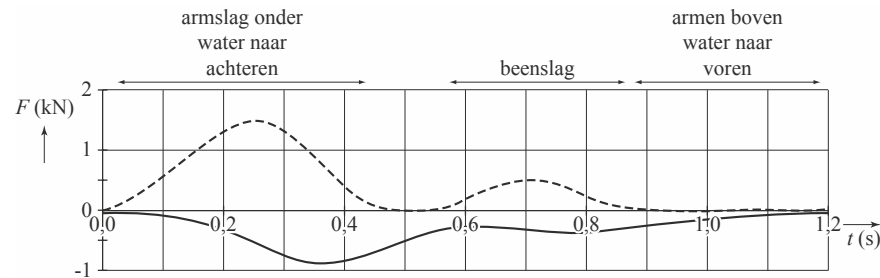
Joep doet hierover twee beweringen:

- Mijn slagfrequentie neemt relatief meer toe dan dat mijn slaglengte afneemt.
- Op deze manier zwem ik zeker een snellere tijd.

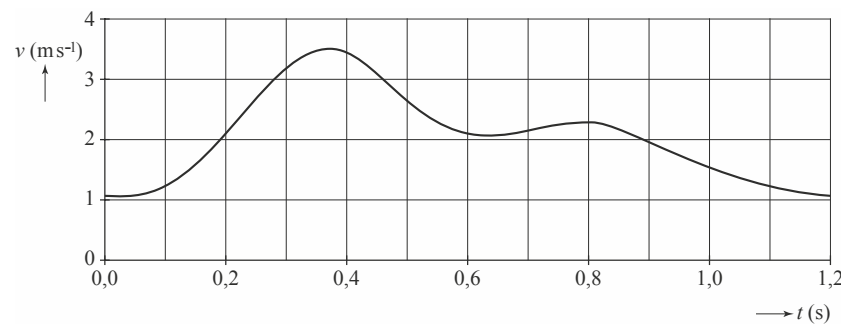
- 4p 2 Leg voor beide beweringen afzonderlijk met behulp van berekeningen uit of ze waar zijn.

In figuur 1 staat het verloop van de voortstuwingskracht en de weerstandskracht tijdens één zwemslag. In figuur 2 staat het verloop van de snelheid van het zwaartepunt van de zwemmer.

figuur 1



figuur 2



Het tijdstip waarop de snelheid maximaal is, valt later dan het tijdstip waarop de voortstuwingskracht maximaal is.

2p 3 Verklaar dit.

De weerstandskracht is in goede benadering alleen afkomstig van het water. Deze kracht is evenredig met het kwadraat van de snelheid van de zwemmer. In formulevorm: $F_w = kv^2$.

3p 4 Bepaal de evenredigheidsconstante k met de bijbehorende eenheid.

De zwemmer verricht de meeste arbeid in de eerste 0,5 s. De arbeid die hij tussen $t = 0$ s en $t = 0,5$ s verricht, is (ongeveer) gelijk aan:

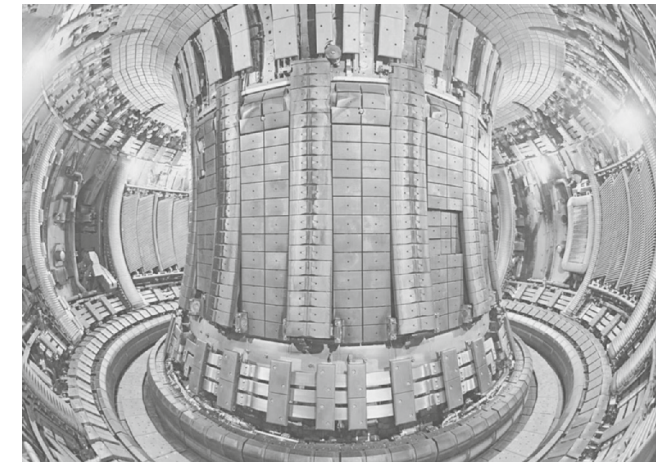
- a 0,09 kJ
- b 0,3 kJ
- c 0,9 kJ
- d 3,0 kJ

3p 5 Welke van deze antwoorden is juist? Licht je antwoord toe op basis van schattingen.

Tokamak

Lees onderstaand artikel.

Een Tokamak is een kernfusiereactor waarin met behulp van een magnetisch veld een plasma kan worden opgesloten. Zo'n plasma bestaat uit atoomkernen en vrije elektronen. In een Tokamak wordt kernfusie bestudeerd, met als uiteindelijk doel een economisch rendabele energiebron te krijgen. Kernfusie kan alleen optreden als het plasma heet genoeg is, de dichtheid hoog genoeg is en de opsluittijd lang genoeg is. Het woord Tokamak is afkomstig uit het Russisch: тороидальная камера с магнитными катушками, hetgeen betekent: torusvormige ruimte met magnetische spoelen.



In het plasma vindt kernfusie plaats. Hierbij ontstaan een heliumkern en een neutron uit de fusie van een deuteriumkern (^2_1H) en een tritiumkern (^3_1H).

Deuterium komt voor in zeewater. De oceanen bevatten voldoende deuterium om de totale wereldbevolking miljarden jaren van energie te voorzien bij de huidige energiebehoefte.

Tritium komt nauwelijks voor in de natuur. Tritium wordt verkregen door lithium-6-kernen te beschieten met neutronen. Bij deze reactie komt naast één tritiumkern nog één ander deeltje vrij.

3p 6 Geef de kernreactievergelijking voor de productie van tritium uit lithium-6.

Satelliet

Een satelliet cirkelt rond de aarde. Voor de omlooptijd T geldt:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

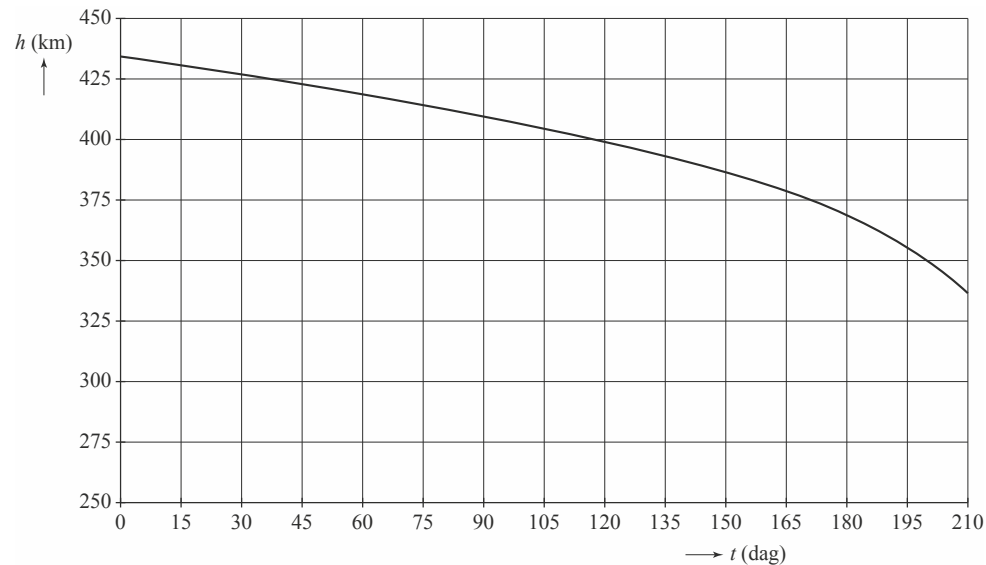
Hierin is:

- r de afstand van de satelliet tot het middelpunt van de aarde;
- G de gravitatieconstante;
- M de massa van de aarde.

4p 7 Leid deze formule af met behulp van formules in Binas.

Een satelliet die door de buitenste lagen van de atmosfeer rondcirkelt, ondervindt een kleine wrijvingskracht. Als hij geen aandrijfmotor heeft, zal hij daardoor in een steeds lagere baan rond de aarde gaan cirkelen en uiteindelijk op de aarde neerstorten. In figuur 1 staat de grafiek van dit proces.

figuur 1



Op een bepaald moment bevindt de satelliet zich op een hoogte van 400 km boven de aarde.

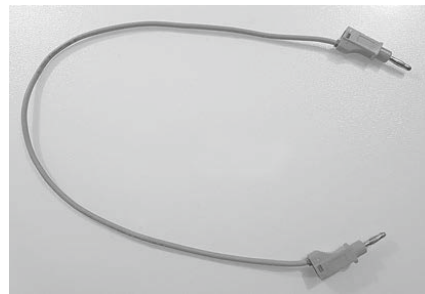
- 5p 8 Bepaal mede met behulp van figuur 1 het hoogteverlies van de satelliet per omwenteling om de aarde.

Parallele draden

Isa wil een elektrische schakeling maken met snoeren, waarvan er een is weergegeven in figuur 1.

De snoeren hebben een lengte van 50 cm en bestaan uit rond koperdraad met een plastic omhulling. Met een gevoelige weerstandsmeter meet Isa dat de weerstand van een snoer $0,023 \Omega$ bedraagt.

figuur 1

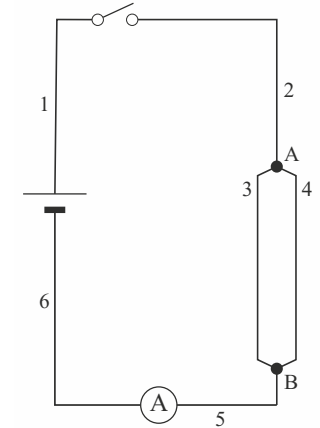


- 4p 9 Bereken de diameter van het koperdraad in het snoer.

Isa bouwt de schakeling zoals weergegeven in figuur 2. In deze schakeling worden zes van de snoeren gebruikt (zoals weergegeven in figuur 1). Isa wil dat de maximale stroomsterkte door de schakeling 20 A is.

- 4p 10 Bereken de spanning die de voeding dan moet leveren.

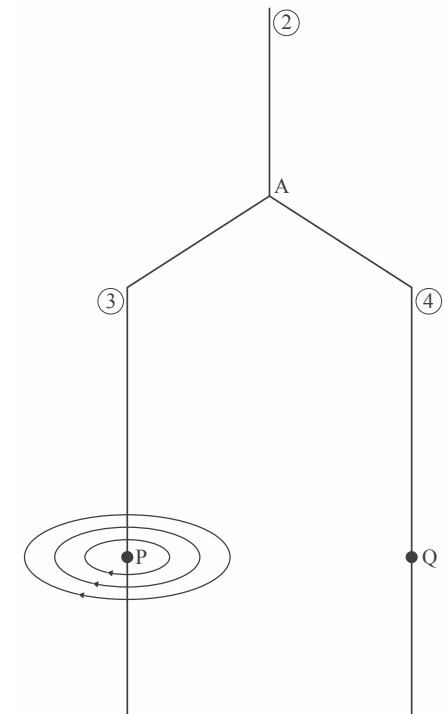
figuur 2



In figuur 3 is een deel van figuur 2 vergroot weergegeven. Op de draden 3 en 4 zijn de punten P en Q aangegeven. Rondom beide stroomdraden afzonderlijk ontstaat een magnetisch veld. Dit veld is gedeeltelijk getekend rondom draad 3.

- 4p 11 Voer de volgende opdrachten uit:
- Teken de richting van de stroomsterkte in punt Q.
 - Teken de richting van het magnetisch veld in punt Q.
 - Teken de richting van de lorentzkracht in punt Q.
 - Teken de richting van de lorentzkracht in punt P.
- Geef indien van toepassing duidelijk aan of de richting 'het papier in' of 'het papier uit' is.

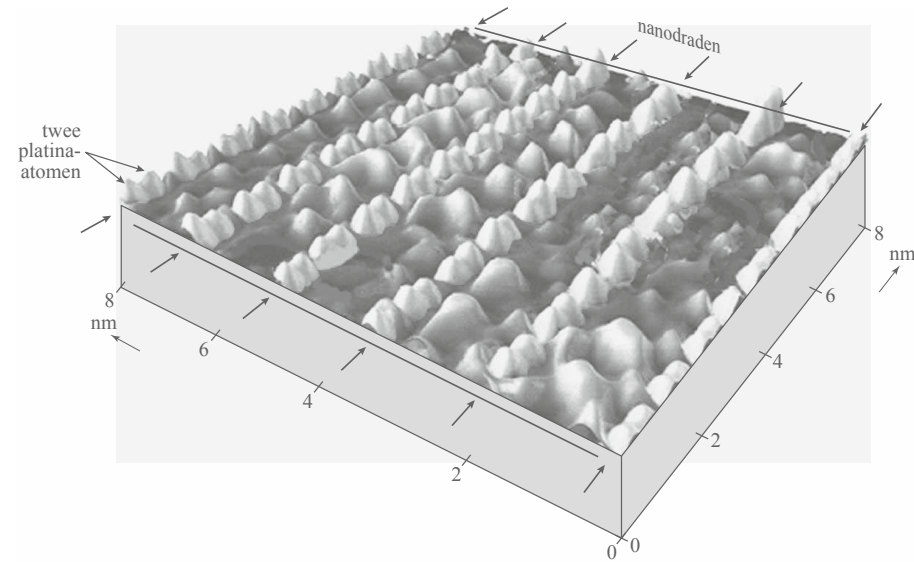
figuur 3



Elektronen tussen nanodraden

In 2005 zijn onderzoekers van de Universiteit Twente erin geslaagd nanodraden van platina te laten groeien op een oppervlak van germanium. In figuur 11 is een beeld van het resultaat te zien. Dit beeld is met behulp van een zogenaamde scanning tunneling microscoop (STM) gemaakt.

figuur 1



In figuur 1 is te zien dat de nanodraden slechts één atoom dik zijn. De platina-atomen van een nanodraad zijn paarsgewijs achter elkaar gerangschikt. De hobbeltjes tussen de nanodraden geven plaatsen met hoge elektronendichtheid aan. Het germaniumoppervlak van figuur 1 bevat gemiddeld 0,75 vrije elektronen per nm^2 . Neem aan dat deze allemaal afkomstig zijn van de platina-atomen.

- 3p 12 Bepaal met behulp van figuur 1 hoeveel vrije elektronen elk platina-atoom gemiddeld aan het germaniumoppervlak levert.

De onderzoekers hebben bij zeer lage temperatuur het energiespectrum van de elektronen op het germaniumoppervlak gemeten. Zie figuur 2. De metingen zijn gedaan bij twee waarden van de afstand L tussen de nanodraden. Horizontaal is de energie uitgezet en verticaal de kans dat een bepaald energieniveau door een elektron is bezet.

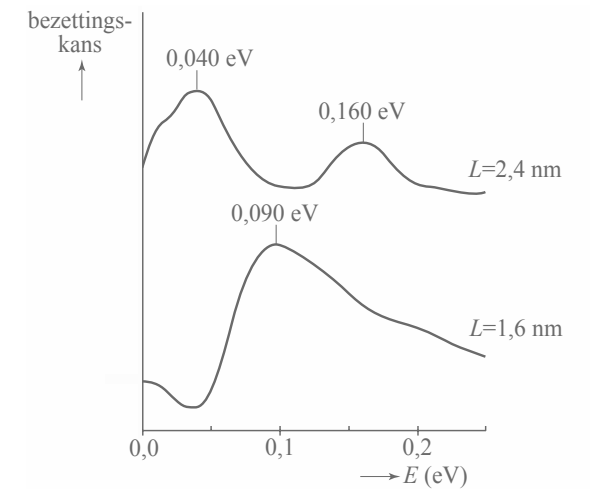
Bij $L = 2,4 \text{ nm}$ kan een elektron door absorptie van een foton de overstap maken van de 0,040 eV-piek naar de 0,160 eV-piek.

- 3p 13 Bereken de golflengte die dit foton daartoe moet hebben.

In figuur 2 is bij drie pieken de waarde van de energie aangegeven. De onderzoekers schrijven de drie pieken toe aan opsluiting van de elektronen tussen de nanodraden. Ze verwachten dat de beweging van de elektronen loodrecht op de draden goed wordt beschreven door het ééndimensionale doosjesmodel.

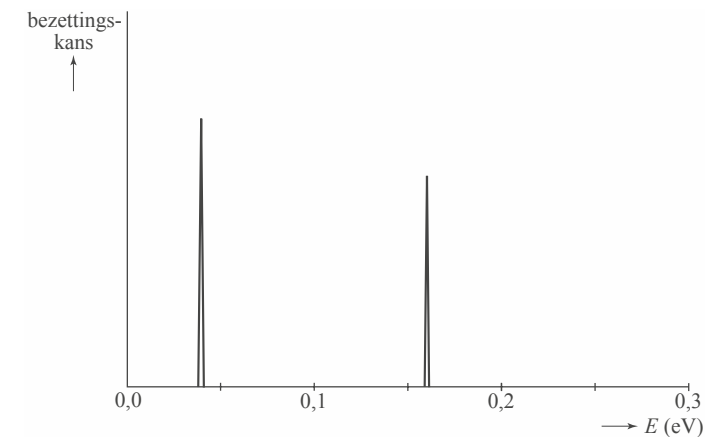
- 4p 14 Laat zien dat de onderlinge verhoudingen van de energieën van de drie pieken inderdaad kloppen met wat het ééndimensionale doosjesmodel voorspelt.

figuur 2



Als het ééndimensionale doosjesmodel een perfecte beschrijving van de elektronen tussen de nanodraden zou geven, dan zou de bezettingskans als functie van de energie er voor $L = 2,4 \text{ nm}$ uitzien als in figuur 3.

figuur 3



- 3p 15 Verklaar met het ééndimensionale doosjesmodel:
- 1 Waarom binnen het energiebereik in figuur 3 slechts twee pieken passen.
 - 2 Waarom voor alle overige energieën in figuur 3 de bezettingskans nul is.

Examenopgaven per onderwerp met
hints om je op weg te helpen en uitleg
bij de antwoorden. Ook handig bij de
voorbereiding op je schoolexamens!



Deel 1

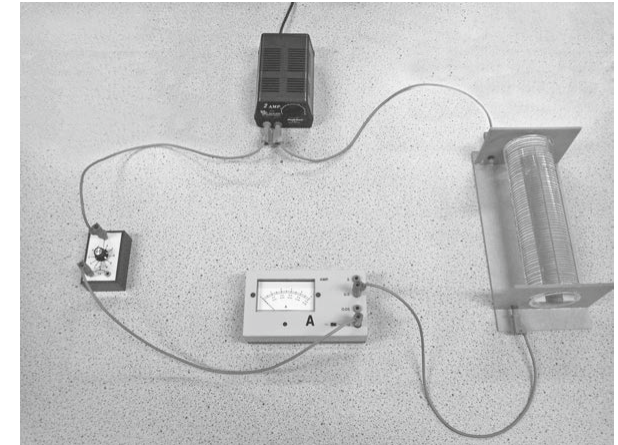
Oefenen op onderwerp

1 Vaardigheden (domein A)

Spoel

Jeroen en Baukje voeren een onderzoek uit aan een spoel. Ze maken hiervoor een opstelling met een serieschakeling van een voeding, een regelbare weerstand, een stroommeter en een spoel van koperdraad. Zie figuur 1. Een aantal gegevens staat hieronder weergegeven.

figuur 1



voedingsspanning	9,0 V
aantal windingen van de spoel	60
diameter van de spoel	7,2 cm
dikte van de koperdraad van de spoel	0,14 mm
lengte van de spoel	24 cm
maximaal vermogen in de spoel	0,18 W
weerstand van de spoel	15 Ω

- 1 Toon met een berekening aan dat de grootte van de weerstand van de spoel overeenkomt met de andere gegevens uit de tabel.

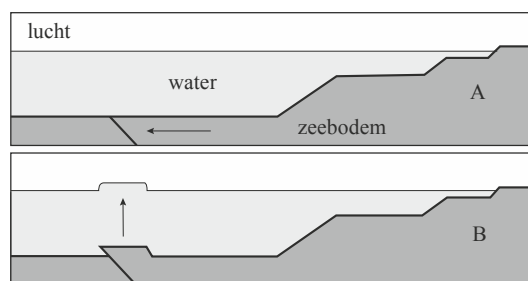
Tsunami

Figuur 1 laat op een vereenvoudigde manier zien hoe een gedeelte van de zeebodem door een aardverschuiving plotseling omhoog komt. Het zeewater dat boven dat gedeelte zit, wordt omhoog gedruwd waardoor er een 'waterberg' aan het oppervlak ontstaat. Deze waterberg is meestal niet hoog, maar kan in de lengte en de breedte grote afmetingen hebben.

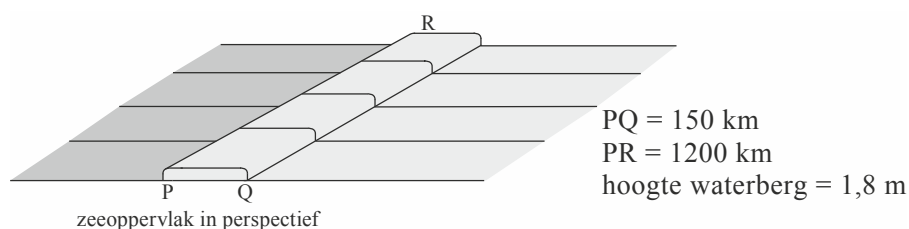
Figuur 2 toont zo'n waterberg met zijn afmetingen, in perspectief.

De figuren zijn schematisch en niet op schaal.

figuur 1



figuur 2



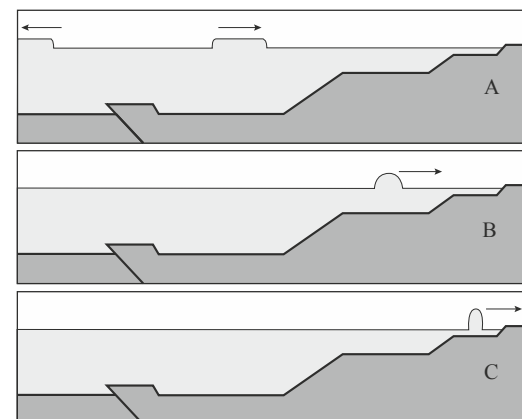
De waterberg kan een tsunami, een vloedgolf aan de kust, veroorzaken.

Het mogelijke gevaar van een tsunami hangt af van de zwaarte-energie van de waterberg ten opzichte van het normale zeepeil. Als deze energie meer dan 0,5 PJ (petajoule) bedraagt, is er kans op een tsunami.

- 2 Ga na met een berekening of de zwaarte-energie van de waterberg in figuur 2 de waarde van 0,5 PJ overschrijdt.

Figuur 3A laat zien hoe de waterberg zich naar rechts (en naar links) verplaatst als een golfberg.

figuur 3



De snelheid v waarmee de golfberg beweegt, wordt gegeven door:

$$v = \sqrt{gd}$$

Hierin is:

- g de valversnelling;
- d de diepte van de zee.

In figuur 3B en 3C nadert de waterberg de kust, waarbij de diepte van de zee kleiner wordt. Er treden hierbij twee effecten op: de waterberg wordt smaller en de waterberg wordt hoger.

- 3 Geef voor beide effecten een natuurkundige verklaring.

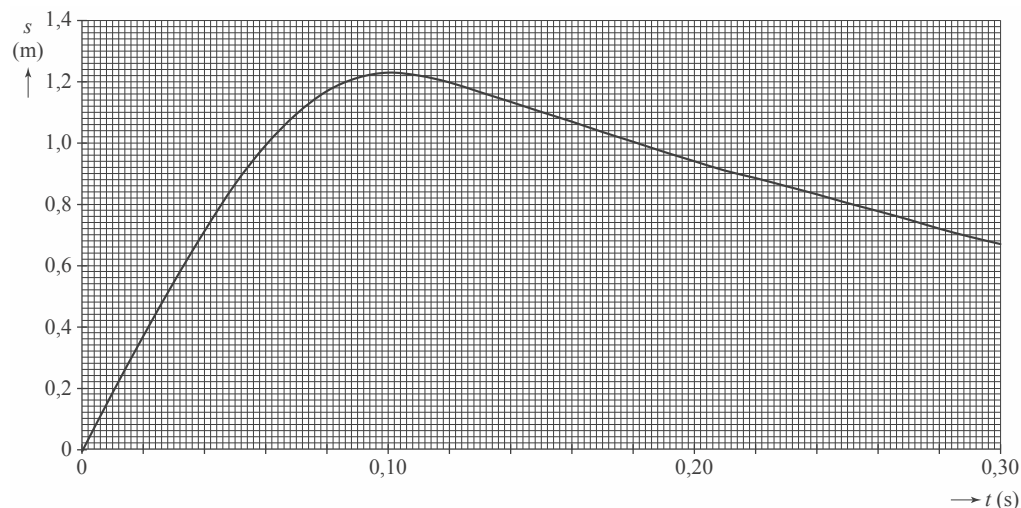
Botsproef

In een botsproef wordt de veiligheid van een auto getest door deze auto op een muur te laten botsen. De auto wordt daarbij van diverse kanten gefilmd. Met behulp van videomaten kan dan een (s,t) -diagram gemaakt worden van een gemarkeerd punt op de auto. Op de uitwerkbijlage is het (s,t) -diagram gegeven van een bepaalde botsproef.



- 4 Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage de maximale snelheid van de auto tijdens deze botsproef.

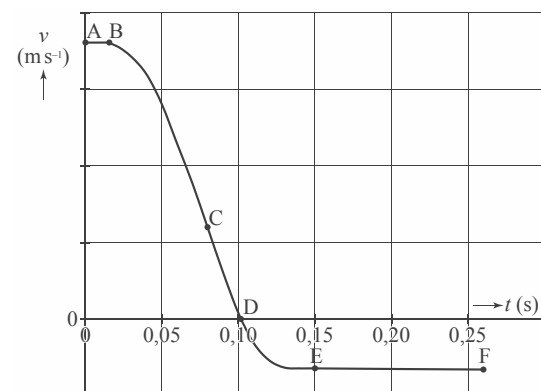
uitwerkbijlage bij vraag 4



In figuur 1 is een schets van het (v,t) -diagram van de botsende auto gegeven. In dit diagram zijn zes punten, A tot en met F, met een stip aangegeven.

- 5 Leg uit op welk punt (A, B, C, D, E of F)
- de auto in aanraking komt met de muur,
 - de auto de maximale vertraging ondergaat,
 - de auto stopt met indeuken.

figuur 1



Op de uitwerkbijlage staan drie stellingen die gaan over een botsproef.

- 6 Geef per stelling aan of deze stelling waar is of niet waar.

uitwerkbijlage bij vraag 6

		waar	niet waar
1	De vertraging van de auto en de inzittenden moet zo groot mogelijk zijn zodat de resulterende kracht op de inzittenden zo klein mogelijk wordt.		
2	Een auto moet tijdens een botsing vervormen; een langere botsafstand zorgt namelijk voor een kleinere kracht op de inzittenden.		
3	Bij een twee keer zo grote snelheid moet er twee keer zo veel arbeid verricht worden om tot stilstand te komen.		

Een autofabrikant heeft ooit een promotiefilmpje gemaakt om de veiligheid van een bepaald model auto aan te tonen. Daarbij viel de auto 15 m verticaal recht omlaag. De foto's in figuur 2 tonen drie screenshots uit het filmpje.

figuur 2



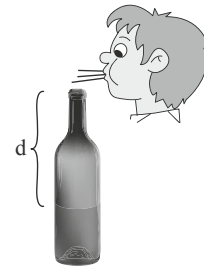
In de middelste foto van figuur 2 werken de normaalkracht F_N en de zwaartekracht F_Z op de auto.

- 7 Is in de middelste foto $F_N < F_Z$, $F_N = F_Z$, of is $F_N > F_Z$? Licht je antwoord toe.

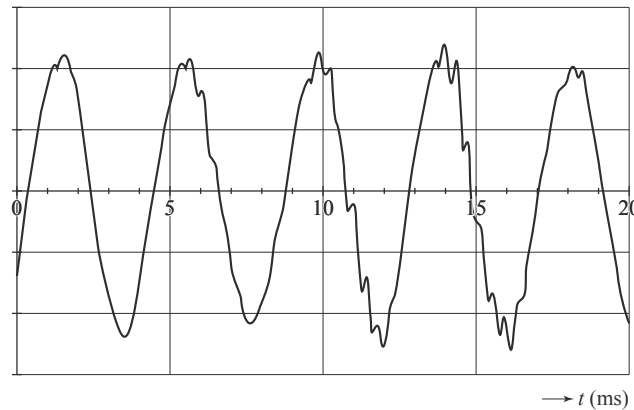
Onderzoek naar geluid uit een fles

Chiara en Michel doen onderzoek aan geluid uit een fles. Zij blazen lucht over de hals van een fles en horen geluid. De fles is gevuld met water tot een afstand d onder de flesopening. Zie figuur 1. Bij kamertemperatuur meten zij het geluid met een geluidssensor. Bij een afstand $d = 13,0$ cm vinden zij de grafiek van figuur 2.

figuur 1



figuur 2



Uit figuur 2 volgt dat de grondfrequentie van het geluid $2,4 \cdot 10^2$ Hz is.

Michel denkt dat dit geluid ontstaat doordat er in de fles een staande golf ontstaat met een knoop bij het wateroppervlak en een buik bij de flesopening. Met deze gegevens berekent Michel de geluidssnelheid en vindt een uitkomst die niet overeenkomt met de waarde in Binas.

Chiara en Michel gaan op zoek naar een andere verklaring. Bij een excursie in het Teylers Museum zien zij een set helmholtz-resonatoren uit de 19e eeuw. Deze werden gebruikt om te analyseren welke toonhoogtes in een stem voorkwamen. Zie figuur 3. Eenmaal thuisgekomen vinden ze op internet een site over helmholtz-resonatoren en vinden de formule:

$$f = \frac{v}{2\pi} \sqrt{\frac{A}{V\ell}}$$

Hierin is:

- v de geluidssnelheid in m s^{-1} ;
- A het oppervlak van de resonatoropening in m^2 ;
- V het volume van de lucht in de resonator in m^3 ;
- ℓ de lengte van de hals van de resonator in m.

figuur 3



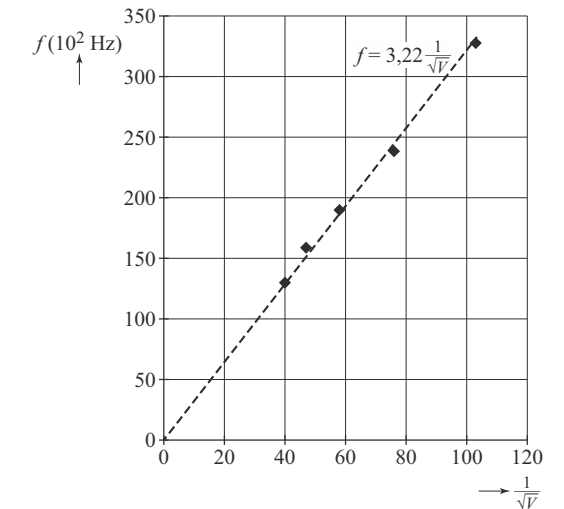
Chiara en Michel gaan deze formule op de fles toepassen. Voor hun fles meten ze: $A = 2,54 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ en $\ell = 0,070$ m. Verder meten ze de frequentie als functie van het volume. Zie tabel 1.

tabel 1

$V (10^{-6} \text{ m}^3)$	$f (10^2 \text{ Hz})$
94	3,3
172	2,4
298	1,9
448	1,6
630	1,3

Ze laten een rekenprogramma op de computer een coördinaat-transformatie toepassen. Daarna laten ze het programma een lijn (trendlijn) door de punten tekenen en de functie van die lijn bepalen. Zie figuur 4. De eenheid langs de horizontale as staat niet vermeld.

figuur 4



- Leg uit wat de eenheid langs de horizontale as moet zijn.
- Voer de volgende opdrachten uit:
 - Geef de reden dat de lijn door de oorsprong moet gaan.
 - Bereken de geluidssnelheid met behulp van de gegeven functie.
 - Leg uit of Chiara en Michel mogen concluderen dat hun proef beschreven mag worden met de formule van Helmholtz.
- Je ziet dat de frequentie-metingen zijn gegeven in 2 significante cijfers, maar dat de helling van de getekende lijn gegeven is in 3 significante cijfers.
- Geef de reden dat hierbij het aantal significante cijfers toeneemt.

- Beschrijf een methode om het volume van de lucht in de fles te meten.

Auto

Figuur 1 toont een foto van een auto. Door de snelheid waarmee de auto rijdt, is de afbeelding op de foto onscherp. De onscherpte in de foto van figuur 1 is ontstaan doordat de sluitertijd van de fotocamera bij het nemen van de foto enige tijd open stond, in dit geval 1/30 seconde.

figuur 1



12 Schat de snelheid waarmee de auto reed. Licht je antwoord toe.

Parachutespringer

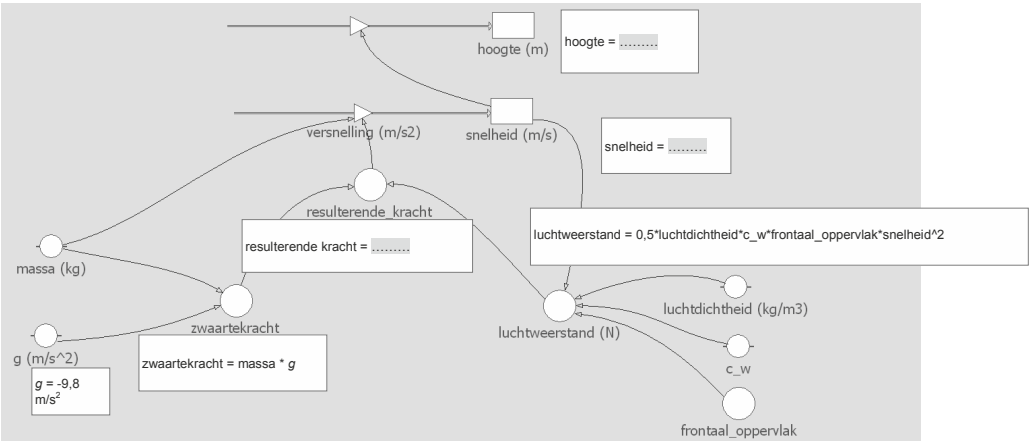
Een parachutist springt op 3800 meter hoogte uit het vliegtuig. Tijdens het eerste deel van de sprong blijft de parachute gesloten ('vrije val'). Zie figuur 1.

Met behulp van een computermodel wordt deze beweging onderzocht. Hierna staan twee varianten van zo'n model, een grafisch model en een tekstmodel. Voor de vragen 15 en 16 maak je gebruik van één van beide. Geef duidelijk aan welk model je gebruikt.

figuur 1



grafisch model



Bij sommige grootheden is de inhoud in een kader weergegeven. Dit zijn de gegevens die moeten worden ingevuld om het model te laten werken.

tekstmodel

MODEL	STARTWAARDEN
luchtweerstand=0,5*Cw*oppervlakte*luchtdichtheid*snelheid^2	hoogte =
zwaartekracht := massa*g	snelheid =
resulterende kracht :=	massa := 96 ' kg
versnelling := resulterende kracht/massa	g := -9.81 ' m/s^2
hoogte := hoogte + snelheid * dt	Cw := 1
snelheid := snelheid + versnelling * dt	luchtdichtheid := 1,3 ' kg/m^3
t := t + dt	

In het model ontbreken enkele gegevens.

13 Geef aan wat er moet worden ingevuld achter de grootheden hoogte, snelheid en resulterende kracht.

Op een hoogte van 1000 m wordt de parachute (oppervlakte 58 m²) geopend. Het openen van de parachute is nog niet in dit model verwerkt.

14 Leg uit welke grootheid in dit model hiervoor moet worden aangepast. Formuleer daarvoor een modelregel.

Hints bij hoofdstuk 1

- 1 Wat is het verband tussen R , ρ , ℓ en A ?
- 2 Hoe hoog boven het normale zeeniveau ligt het zwaartepunt van de waterberg?
- 3 Wat gebeurt er dus met de golfsnelheid; denk ook aan energiebehoud.
- 4 Hoe vind je de snelheid v uit een (s,t) -diagram?
- 5 Waarmee komt de helling van de grafiek overeen?
- 6 Gebruik de tweede wet van Newton.
- 7 Staat in de middelste foto de auto stil of wordt hij vertraagd?
- 8 Vul de fles met water.
- 9 Wat is de eenheid van volume?
- 10 – Wat betekent het voor de grafiek, als twee grootheden recht evenredig met elkaar zijn?
– Combineer de gegeven functie met de formule uit de opgave.
– Zie Binas 15A.
- 11 Wat is de zin van het tekenen van de rechte lijn in figuur 4?
- 12 Maak een schatting van de verhouding breedte en hoogte van het linker achterwiel.
- 13 Welke krachten werken er tijdens de val op de parachutespringer?
- 14 Hoe groot is het frontale oppervlak als de parachute zich geopend heeft?

Uitwerkingen bij hoofdstuk 1

Spoel

- 1 De weerstand R van de spoel volgt uit: $\rho = \frac{R \cdot A}{\ell}$ (Binas 35D1) $\Rightarrow R = \frac{\rho \cdot \ell}{A}$, waarin:
 ρ = soortelijke weerstand van koper = $17 \cdot 10^{-9} \Omega \text{ m}$ (Binas 8)
 ℓ = lengte van de koperdraad = $N \cdot O = N \cdot \pi \cdot d_{\text{sp}}$ (Binas 36B), met:
 N = aantal windingen van de spoel = 60 (zie de tabel)
 O = omtrek van de spoel = $\pi \cdot d_{\text{sp}}$
 d_{sp} = diameter van de spoel = 7,2 cm = $7,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ (zie de tabel)
zodat: $\ell = 60 \cdot \pi \cdot 7,2 \cdot 10^{-2} = 13,6 \text{ m}$
 A = doorsnede van de koperdraad = $\pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot d_{\text{dr}}\right)^2 = \frac{1}{4} \pi \cdot d_{\text{dr}}^2$ (Binas 36B), met:
 r = straal van de doorsnede van de draad
 d_{dr} = dikte van de draad = 0,14 mm (zie de tabel) = $0,14 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
zodat: $A = \frac{1}{4} \pi \cdot (0,14 \cdot 10^{-3})^2 = 1,54 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2$

$$\text{Invullen: } R = \frac{17 \cdot 10^{-9} \cdot 13,6}{1,54 \cdot 10^{-8}} = 15 \Omega$$

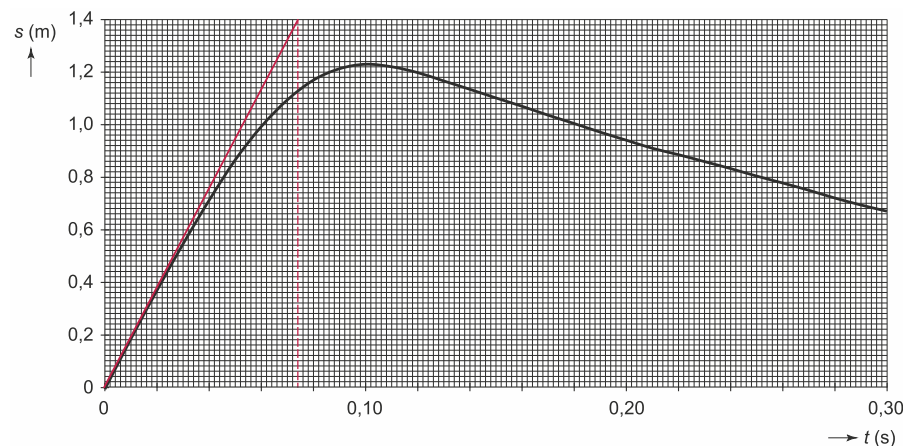
Deze waarde van R staat ook in de tabel opgegeven.

Tsunami

- 2 De zwaarte-energie E_z van de waterberg volgt uit: $E_z = m \cdot g \cdot h_z$ (Binas 35A4), waarin:
 m = massa van de waterberg = $\rho \cdot V$ (Binas 35C1), met:
 ρ = dichtheid van zeewater = $1,024 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ (Binas 11)
 V = volume van de waterberg = $\ell \cdot b \cdot h$, met:
 ℓ = $PQ = 150 \text{ km} = 150 \cdot 10^3 \text{ m}$
 b = $PR = 1200 \text{ km} = 1200 \cdot 10^3 \text{ m}$
 h = hoogte waterberg = 1,8 m
zodat: $V = 150 \cdot 10^3 \cdot 1200 \cdot 10^3 \cdot 1,8 = 3,24 \cdot 10^{11} \text{ m}^3$
zodat: $m = 1,024 \cdot 10^3 \cdot 3,24 \cdot 10^{11} = 3,3 \cdot 10^{14} \text{ kg}$
 g = valversnelling = $9,81 \text{ m s}^{-2}$ (Binas 7A)
 h_z = hoogte van het zwaartepunt van de waterberg t.o.v. het normale zeeniveau =
 $= \frac{1}{2} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 1,8 = 0,9 \text{ m}$
Invullen: $E_z = 3,3 \cdot 10^{14} \cdot 9,81 \cdot 0,9 = 2,9 \cdot 10^{15} \text{ J} = 2,9 \text{ PJ}$ (Binas 2)
Dus de zwaarte-energie is groter dan 0,5 PJ.
- 3 Als het water ondieper wordt, wordt de golfsnelheid v kleiner, omdat $v = \sqrt{g \cdot d}$ en d wordt kleiner.
– De golflengte λ van de golf wordt dus ook kleiner, want $v = f \cdot \lambda$ (Binas 35B2) en f is constant. De golfberg wordt dus korter.
Je kunt ook zeggen dat de voorkant van de golf het eerst met de geringere diepte te maken krijgt en dus gedurende enige tijd langzamer gaat bewegen dan de achterkant. De achterkant haalt dan de voorkant een stuk in.
– De zwaarte-energie E_z van de golfberg verandert door het ondiepere water echter niet en dus moet de golfberg hoger worden:
 $E_z = m \cdot g \cdot h_z = \rho \cdot V \cdot g \cdot h_z = \rho \cdot \ell \cdot b \cdot h \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot b \cdot g \cdot \ell \cdot h^2$ (zie vraag 2)
Hierin zijn ρ , b en g constant, dus als ℓ kleiner wordt, moet h groter worden.

Botsproef

4 Zie de tekening.



De snelheid van de auto op een bepaald tijdstip is de grootte van de helling van de raaklijn aan de grafiek in het (s,t) -diagram op dat tijdstip.

Op $t = 0$ is de helling van de raaklijn aan de grafiek zo steil mogelijk. De maximale snelheid v van de auto is dus:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1,4}{0,074} = 19 \text{ m s}^{-1}$$

- 5 – De auto komt in aanraking met de muur in het punt B, want daar begint de snelheid van de auto af te nemen.
 – De auto ondergaat de maximale vertraging in het punt C, want daar loopt de raaklijn aan de grafiek in het (v,t) -diagram het steilst.
 De versnelling op een bepaald tijdstip is de grootte van de helling van de raaklijn aan de grafiek in het (v,t) -diagram op dat tijdstip.
 – De auto stopt met indeuken in het punt D, want daar is de snelheid 0.

6 Zie de tabel.

		waar	niet waar
1	De vertraging van de auto en de inzittenden moet zo groot mogelijk zijn zodat de resulterende kracht op de inzittenden zo klein mogelijk wordt.		X
2	Een auto moet tijdens een botsing vervormen: een langere botsafstand zorgt namelijk voor een kleinere kracht op de inzittenden.	X	
3	Bij een twee keer zo grote snelheid moet er twee keer zo veel arbeid verricht worden om tot stilstand te komen.		X

stelling 1 is niet waar: De vertraging van de auto en de inzittenden moet juist zo klein mogelijk zijn.

stelling 2 is waar: Bij een langer botstraject duurt het langer voor de auto tot stilstand komt en zal de vertraging a kleiner zijn. Dan is ook de kracht $F = m \cdot a$ op de inzittenden kleiner.

stelling 3 is niet waar: Er geldt: $W = \Delta E_k = \Delta \left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \right)$ (Binas 35A4).

Als v 2x zo groot is, is $\Delta \left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \right)$ 4x zo groot, dus er moet meer dan 2x zoveel arbeid worden verricht om tot stilstand te komen.

- 7 In de middelste foto werken er twee krachten op de auto: de zwaartekracht F_z omlaag en de normaalkracht F_N omhoog. De auto wordt vertraagd (op de derde foto is de auto nog iets verder ingedeukt), dus de resulterende kracht op de auto werkt omhoog.
 Dus: $F_N > F_z$

Onderzoek naar geluid uit een fles

8 methode 1

We bepalen het volume van de lucht in de fles door eerst met behulp van een weegschaal de massa van de lege fles te meten. Vervolgens wordt de fles met water gevuld en wordt de massa opnieuw bepaald. Bereken het verschil Δm van deze twee massa's. Het volume van de lucht V is even groot als het volume V van het

water, dus: $\rho = \frac{\Delta m}{V}$ (Binas 35C1) $\Rightarrow V = \frac{\Delta m}{\rho}$, met ρ = dichtheid van water.

methode 2

Vul de fles met water en bepaal het volume V van dit water (= volume V van de lucht), door het water in een maatbeker te gieten. Lees het volume van het water in de maatbeker af.

- 9 Langs de horizontale as is de grootte $\frac{1}{\sqrt{V}}$ uitgezet.

De eenheid van volume is m^3 , dus de eenheid van $\frac{1}{\sqrt{V}}$ is:

$$\frac{1}{\sqrt{\text{m}^3}} = \frac{1}{\text{m}^{\frac{3}{2}}} = \text{m}^{-\frac{3}{2}}$$

- 10 – Uit de formule $f = \frac{v}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{A}{V \cdot \ell}} = \frac{v}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{A}{\ell}} \cdot \sqrt{\frac{1}{V}}$ blijkt dat $f \sim \frac{1}{\sqrt{V}}$.

Het verband tussen f en $\frac{1}{\sqrt{V}}$ wordt dus in het diagram weergegeven door een rechte lijn door de oorsprong.

- We vinden de geluidssnelheid v met: $f = \frac{v}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{A}{V \cdot \ell}} = \frac{v}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{A}{\ell}} \cdot \sqrt{\frac{1}{V}}$

Voor de functie van de lijn in figuur 4 geldt: $f = 3,22 \cdot \sqrt{\frac{1}{V}}$

Dus: $3,22 \cdot \sqrt{\frac{1}{V}} = \frac{v}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{A}{\ell}} \cdot \sqrt{\frac{1}{V}} \Rightarrow v = 3,22 \cdot 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\ell}{A}}$, waarin:

V = volume van de lucht in de resonator

A = oppervlakte van de resonatoropening = $2,54 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

ℓ = lengte van de hals van de resonator = 0,070 m

Invullen: $v = 3,22 \cdot 2\pi \cdot \sqrt{\frac{0,070}{2,54 \cdot 10^{-4}}} = 336 \text{ m s}^{-1} = 3,4 \cdot 10^2 \text{ m s}^{-1}$

- De geluidssnelheid v in lucht bij kamertemperatuur is 343 m s^{-1} (Binas 15A).
 De vijf meetpunten in figuur 4 liggen redelijk goed op een rechte lijn en de helling van deze lijn levert de waarde $v = 3,4 \cdot 10^2 \text{ m s}^{-1}$. Deze waarde komt overeen met de waarde in Binas. Chiara en Michel mogen dus concluderen dat hun proef beschreven mag worden met de formule van Helmholtz.

- 11 Elke meting heeft een zekere meetfout. De rechte lijn gaat zo goed mogelijk 'door' de meetpunten, waardoor de meetfouten min of meer worden gemiddeld. De punten op de rechte lijn zijn dus nauwkeuriger dan de afzonderlijke meetpunten. Door gebruik te maken van de rechte lijn, wordt het aantal significante cijfers dus groter.

Auto

- 12** De geschatte snelheid v van de auto volgt uit: $s = v \cdot t$ (Binas 35A1) $\Rightarrow v = \frac{s}{t}$, met:
 s = afstand die de auto aflegt gedurende de sluitertijd van de camera

Die afstand kun je als volgt schatten:

Op de foto is het achterwiel ongeveer twee-en-een-half maal zo breed als hoog.
 Gedurende de sluitertijd heeft de auto dus een afstand gelijk aan anderhalf maal de diameter van het achterwiel afgelegd, dus ongeveer $1,5 \cdot 0,6 \text{ m} = 0,9 \text{ m}$
 (0,6 m is de geschatte diameter van het achterwiel).

$$t = \text{sluitertijd van de camera} = \frac{1}{30} \text{ s}$$

$$\text{Invullen: } v = \frac{0,9}{\frac{1}{30}} = 27 \text{ m s}^{-1}$$

Parachutespringer

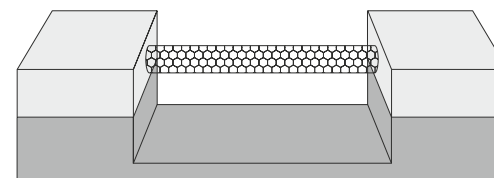
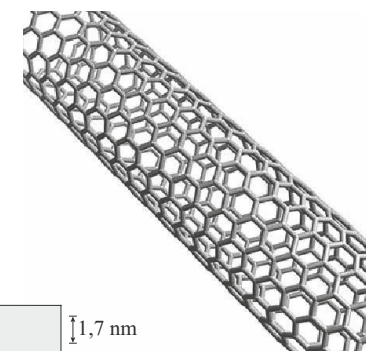
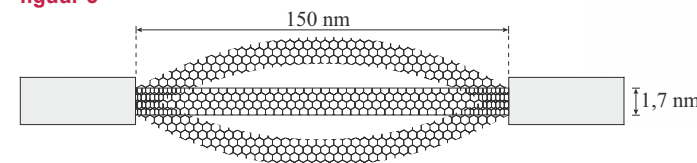
- 13** De startwaarden van de sprong, de waarden op het moment dat de parachutespringer uit het vliegtuig springt, zijn:
 hoogte = 3800 (m) en (verticale) snelheid = 0 (m s⁻¹)
 Tijdens de val ondervindt de parachutespringer de zwaartekracht omlaag en de luchtweerstand omhoog, zodat in beide modellen moet worden ingevuld:
 resulterende kracht = zwaartekracht – luchtweerstand
- 14** Gedurende de vrije val tot een hoogte van 1000 m, was het frontale oppervlak slechts dat van de springer zelf. De waarde daarvan is in beide modellen niet ingevuld.
 De parachute opent op een hoogte van 1000 m.
 In het grafisch model moet bij frontaal_oppervlak dus worden ingevuld:
 Als hoogte < 1000 dan frontaal_oppervlak = 58
 Idem in het tekstmodel: als hoogte < 1000 dan oppervlakte = 58

2 Informatie-overdracht (domein B1)**Protonenweegschaal?**

Onderzoekers beweren dat ze een 'weegschaal' hebben ontwikkeld, die een enkel proton kan wegen. De weegschaal bestaat uit een nanobuisje dat aan twee zijden is vastgeklemd en trilt als een staande golf.

Zie figuur 1. Deze figuur is niet op schaal. Als een deeltje aan het buisje vasthecht, verandert de trillingstijd. Hieruit is de massa van dat deeltje te bepalen.

Het nanobuisje is opgebouwd uit koolstofatomen die in een honingraatstructuur zijn geordend. Zie figuur 2. De massa van het vastgeklemd nanobuisje bedraagt $6,2 \cdot 10^{-22} \text{ kg}$.

figuur 1**figuur 2****figuur 3**

In figuur 3 staat de 'weegschaal' schematisch getekend met de bijbehorende afmetingen in de evenwichtsstand en de uiterste standen van de staande golf. Het buisje trilt met de grondfrequentie van 1,86 GHz.

- 1** Bepaal de golfsnelheid in het nanobuisje.

Als één of meer deeltjes aan het nanobuisje vasthechten, verandert de resonantiefrequentie van het buisje. Voor de frequentieverandering stellen de onderzoekers de volgende formule op:

$$\Delta f = \frac{-\Delta m}{2m_{\text{nano}}} \cdot f_0$$

Hierin is:

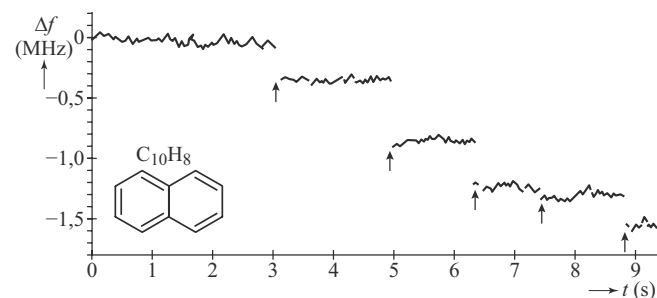
- f_0 grondfrequentie van het nanobuisje vóór vasthechten (in Hz);
- Δf de frequentieverandering ten opzichte van f_0 (in Hz);
- Δm de massa van de aangehechte deeltjes (in kg);
- m_{nano} de massa van het nanobuisje (in kg).

Uit de formule is op te maken dat de resonantiefrequentie afneemt als er één of meer deeltjes aan het nanobuisje vasthechten.

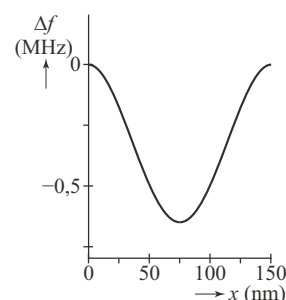
- 2** Voer de volgende opdrachten uit:
- Geef aan hoe uit de gegeven formule volgt dat de resonantiefrequentie afneemt.
 - Leg uit of de golfsnelheid groter wordt, kleiner wordt of gelijk blijft als een deeltje vasthecht aan het nanobuisje.

Om de weegschaal te 'ijken' laat men eerst één molecuul en daarna meer moleculen naftaleen ($C_{10}H_8$) aan het buisje vasthechten. De massa van een molecuul naftaleen bedraagt 128 u. Gedurende een meettijd van ongeveer 10 seconden bepalen de onderzoekers een aantal keer per seconde Δf . De resultaten gaven zij weer in figuur 4. Met vijf pijlen zijn vijf momenten aangegeven waarop een extra naftaleenmolecuul vasthecht.

figuur 4



figuur 5



Op tijdstip $t = 8,8$ s zijn er in totaal 5 naftaleenmoleculen vastgehecht.

- 3 Laat zien of op dit tijdstip de gemeten Δf overeenkomt met de Δf die uit de formule volgt.

In figuur 4 is te zien dat niet alle stapjes in Δf even groot zijn.

In figuur 5 staat de frequentieverandering Δf uitgezet tegen de positie x van één naftaleenmolecuul op het nanobuisje.

- 4 Leg met behulp van figuur 5 uit waarom de stapjes van Δf in figuur 4 niet even groot zijn.

In figuur 4 is te zien dat de metingen van deze weegschaal 'ruis' hebben.

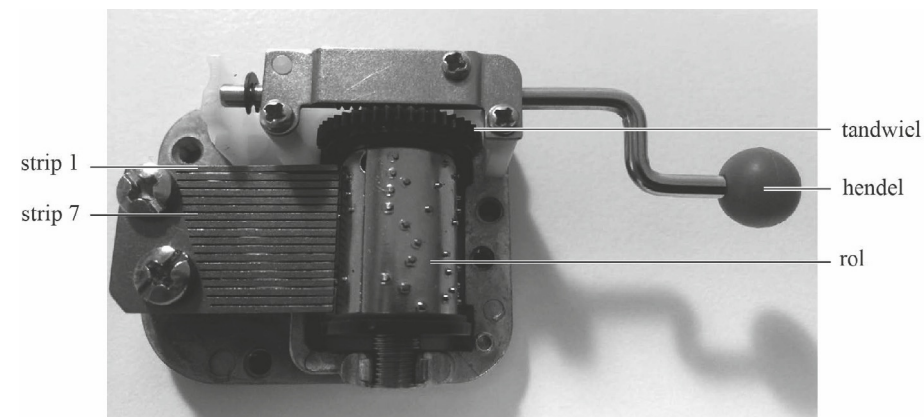
Ruis is een continue (kleine) variatie in de waarden door meetonnauwkeurigheden. Zo is tot $t = 3$ s de waarde van Δf niet constant. Met deze 'weegschaal' willen de wetenschappers de massa bepalen van één enkel proton.

- 5 Laat zien of de massa van één enkel proton met deze opstelling gemeten kan worden. Tip: bepaal hiertoe de nauwkeurigheid waarmee er gemeten moet worden om de massa van één enkel proton te kunnen bepalen.

Speeldoosje

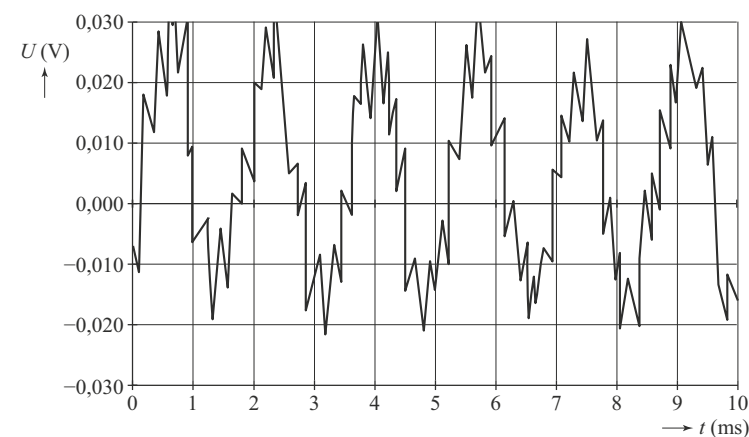
In figuur 1 staat een speeldoosje weergegeven.

figuur 1



Via een hendel en een tandwielconstructie kan een rol in beweging worden gebracht. Op deze rol zijn puntjes aangebracht die de uiteinden van de metalen strips optillen en loslaten. Elke strip heeft een andere lengte en brengt een andere toon voort. In figuur 2 staat de trilling geproduceerd door strip 1 weergegeven.

figuur 2



De grondfrequentie van de toon die strip 1 voortbrengt, is gelijk aan 0,59 kHz.

- 6 Toon dat aan.

Strip 7 (zie figuur 1) brengt een toon voort met een grondfrequentie van 0,83 kHz.

De golfsnelheden in strip 1 en strip 7 zijn niet gelijk aan elkaar.

- 7 Toon dit aan met behulp van een berekening.

De hendel van het speeldoosje kan langzamer of sneller worden rondgedraaid.

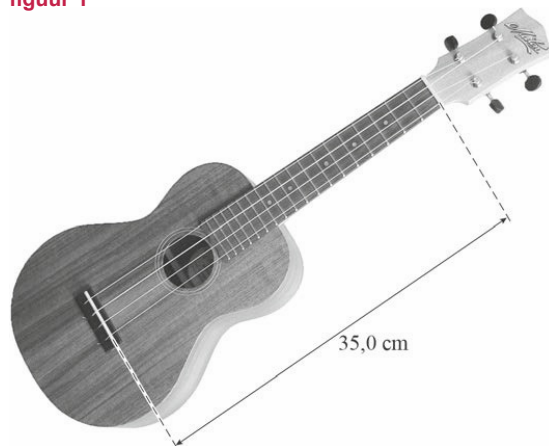
- 8 Leg uit of de toonhoogte van de melodie lager wordt, gelijk blijft of hoger wordt, als de hendel sneller wordt rondgedraaid.

Ukelele-I

Een ukelele is een klein formaat gitaar met vier snaren. Zie figuur 1.

Daarin is aangegeven tussen welke twee punten de snaren trillen. Een ukelele kan op verschillende manieren gestemd worden. Een van deze stemmingen is zoals weergegeven in tabel 1.

figuur 1



tabel 1

snaar	grondtoon	f (Hz)
1	G	392
2	C	262
3	E	330
4	A	440

Hieruit blijkt dat de golfsnelheid in de snaren van de ukelele niet gelijk is.

- 9 Leg dat uit.

Als snaar 3 en 4 tegelijk worden aangetokkeld, is er een klank te horen die als prettig ervaren wordt. We zeggen ook wel dat deze twee snaren 'stemmen'. Een verklaring hiervoor is dat deze snaren een of meer gemeenschappelijke boventonen hebben.

- 10 Bepaal de frequentie van de laagste gemeenschappelijke boventoon van de snaren 3 en 4.

In de literatuur ontdekt Camiel dat het verband tussen de spankracht en de golfsnelheid in een snaar kan worden weergegeven met behulp van:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}, \text{ met } \mu = \frac{m}{\ell} \quad (1)$$

Hierin is:

- v de golfsnelheid (in m s^{-1}),
- F de spankracht (in N),
- μ de massa per lengte-eenheid (in kg m^{-1}),
- m de massa (in kg),
- ℓ de lengte van de snaar (in m).

Camiel beseft dat de frequenties van de snaren bekend zijn. Hij kan de spankracht in een snaar dan berekenen met behulp van:

$$F = \frac{\lambda^2 f^2 \pi d^2 \rho}{4} \quad (2)$$

Hierin is:

- λ de golflengte (in m),
- f de frequentie (in Hz),
- d de dikte van de snaar (in m),
- ρ de dichtheid van het materiaal van de snaar (in kg m^{-3}).

- 11 Leid formule (2) af uit formule (1) en formules in BINAS.

De dikte van snaar 1 bedraagt 0,65 mm. De ukelele is gestemd op de manier zoals weergegeven in tabel 1.

- 12 Bepaal de spankracht in snaar 1 zoals die uit formule (2) volgt.

Snaar 3 (de 'E'-snaar) van de ukelele brengt dezelfde toon voort als de hoogste snaar van een klassieke gitaar. Zo'n snaar is ook gemaakt van nylon en even dik als de snaar van de ukelele, maar heeft een lengte van 64,5 cm. De spankracht in de twee snaren is niet gelijk.

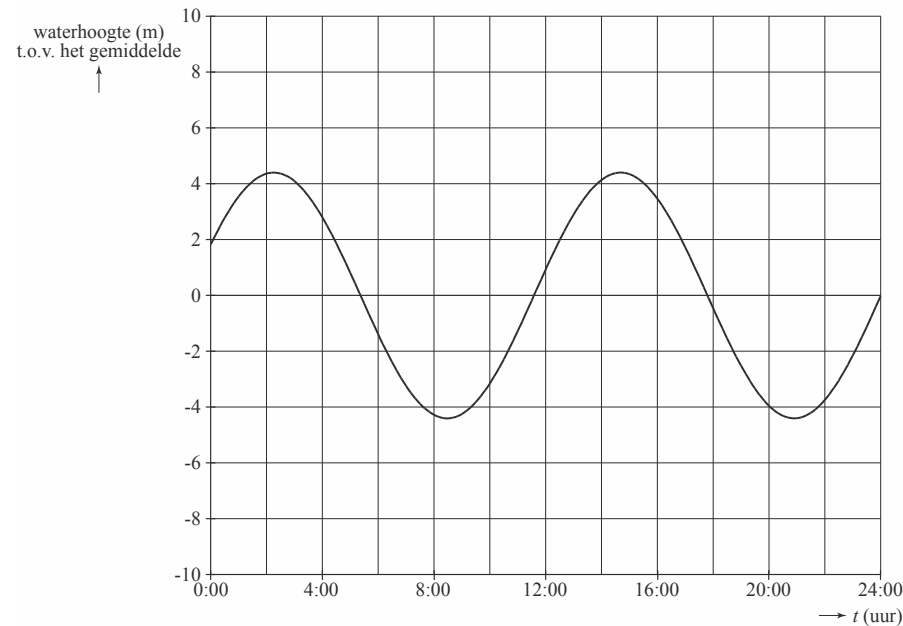
- 13 Bepaal de verhouding van de spankrachten: $\frac{F_{\text{gitaar}}}{F_{\text{ukelele}}}$

Getijdenresonantie

Op sommige plekken op aarde is het verschil tussen eb en vloed zeer groot. De plaats Saint John aan de Fundybaai in Canada is zo'n plaats. De waterhoogte in Saint John is gedurende één etmaal gemeten. Op de uitwerkbijlage staat een grafiek van deze metingen.

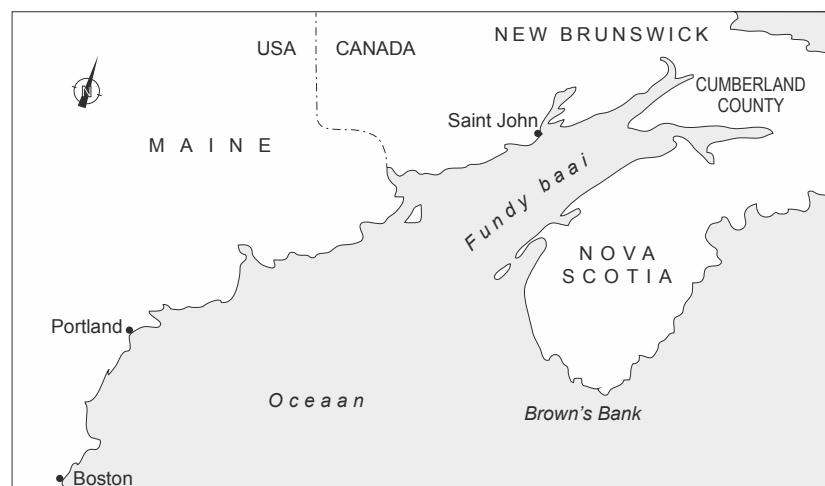
- 14 Bepaal met behulp van de figuur hierna de maximale stijgsnelheid van het water in Saint John in centimeter per minuut.

uitwerkbijlage bij vraag 14



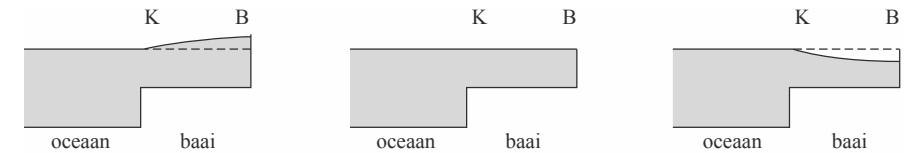
De 325 km lange Fundybaai waaraan Saint John ligt, is weergegeven in figuur 1.

figuur 1



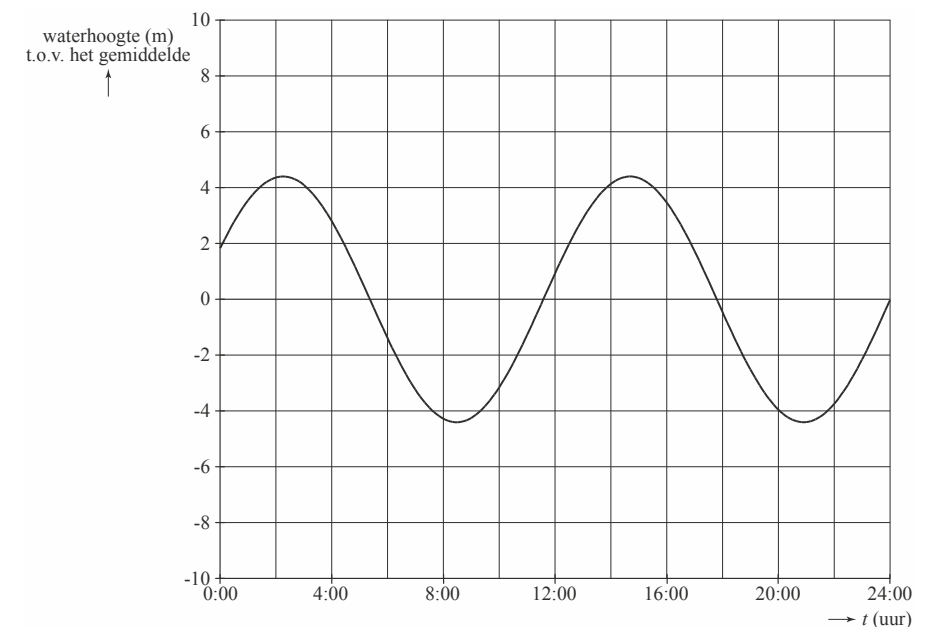
Door zijn vorm en afmetingen ontstaat in de Fundybaai een staande golf. Deze is in figuur 2 in zij aanzicht op drie momenten schematisch weergegeven. Figuur 2 laat ook zien dat de baai minder diep is dan de oceaan.

figuur 2



- 15 Schets in de figuur hierna de waterhoogte bij Cumberland County, aan het einde van de baai, als functie van de tijd.

uitwerkbijlage bij vraag 15



- 16 De golflengte van de staande golf is gelijk aan 4 maal de baailengte. Leg uit hoe dit blijkt uit figuur 2.

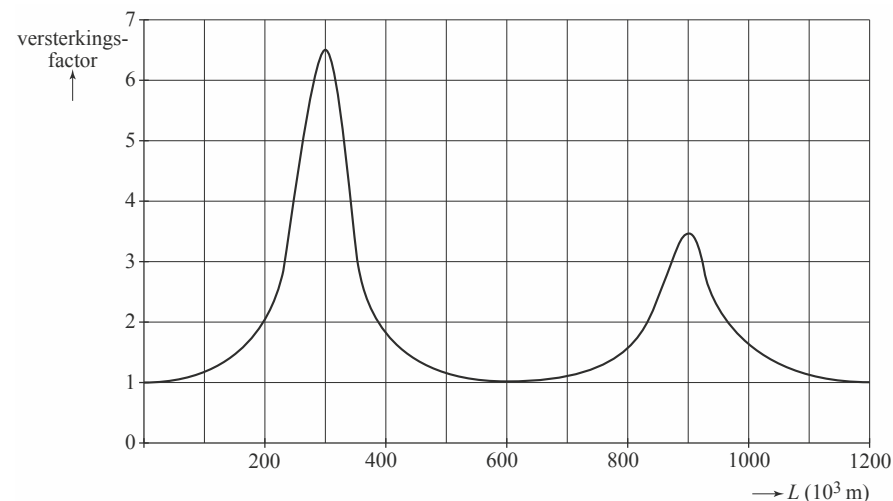
Het verschijnsel dat optreedt in de Fundybaai heet 'getijdenresonantie'. Dit verschijnsel treedt op meerdere plaatsen op aarde op. In een waterloopkundig laboratorium bestuderen wetenschappers met behulp van een computermodel de voorwaarden waaronder getijdenresonantie plaats kan vinden. Bij getijdenresonantie is er sprake van een grote versterkingsfactor. De versterkingsfactor definieert men als:

$$\text{versterkingsfactor} = \frac{\text{maximale hoogteverschil in de baai}}{\text{hoogteverschil buiten de baai}}$$

De golfsnelheid in de baai hangt af van de diepte van de baai.

Een van de modellen levert voor een baai met een diepte gelijk aan de diepte van de Fundybaai de volgende grafiek van de versterkingsfactor als functie van de baailengte L . Zie figuur 3.

figuur 3



Je ziet dat hier maximale getijdenresonantie optreedt bij een baailengte van 300 km.

- 17 Bepaal welke waarde voor de golfsnelheid gebruikt is in dit model.

Figuur 3 laat zien dat bij een baailengte van 900 km de versterkingsfactor ook hoog is.

- 18 Verklaar dit.

De werkelijke lengte van de Fundybaai bedraagt 325 km.

Door klimaatverandering kan de zeespiegel gaan stijgen.

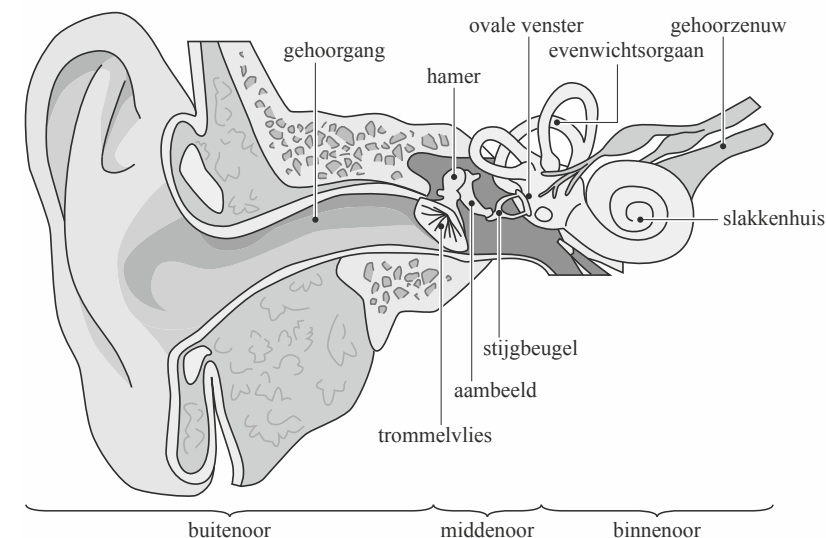
Hierdoor wordt de voortplantingssnelheid in de baai groter, waardoor de maxima in figuur 3 verschuiven. Bewoners aan de Fundybaai maken zich ongerust dat ze hierdoor te maken krijgen met een nog groter getijdenverschil.

- 19 Leg uit of de bewoners aan de baai zich terecht ongerust maken.

Oor

Het oor bestaat uit drie gedeeltes. Zie figuur 1.

figuur 1



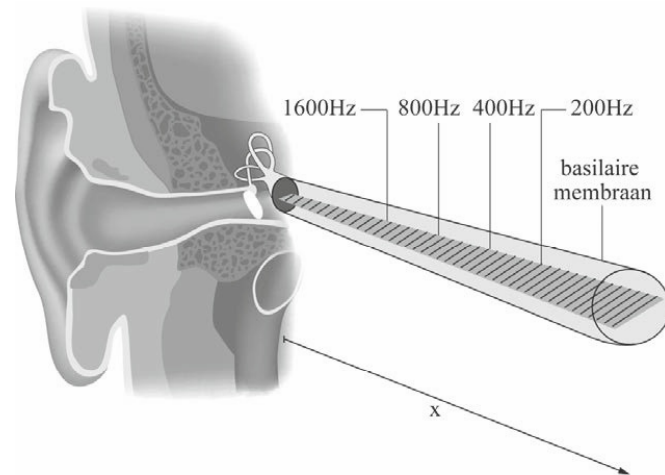
- Het **buitenoor** dat aan één kant wordt afgesloten door het trommelvlies doet dienst als resonantieholte.
- Het **middenoor** brengt geluidstrillingen over van het trommelvlies naar het ovale venster.
- Het **binnenoor** zet trillingen in het slakkenhuis om in zenuwpulsen die naar de hersenen worden gestuurd

Het **buitenoor** is op te vatten als een buis die aan één kant gesloten is door het trommelvlies. De gehoorgang is bij een volwassen persoon 28 mm lang. Door resonantie wordt geluid met een frequentie van 3 kHz in het buitenoor versterkt.

- 20 Toon dat aan met behulp van een berekening.
- 21 Leg uit of de frequentie waarbij versterking optreedt bij een baby groter of kleiner is dan bij een volwassen persoon.

In het **binnenoor** zit het slakkenhuis. In figuur 2 is een tekening gemaakt van het slakkenhuis in uitgerolde toestand. Het is te beschouwen als een met vloeistof gevulde buis met het basilaire (basale) membraan als scheidingwand. Op het basilaire membraan zitten kleine massa's, die allemaal een andere eigenfrequentie hebben.

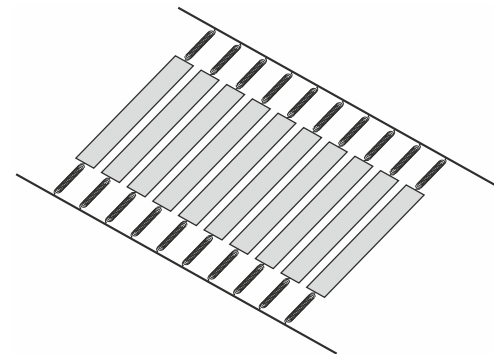
figuur 2



Als het ovale venster in trilling gebracht wordt, ontstaat in de vloeistof rondom het basilaire membraan een druktrilling. Als de eigenfrequentie van een kleine massa gelijk is aan de frequentie van de druktrilling, gaat die kleine massa meetrillen. In figuur 2 zijn de eigenfrequenties op verschillende plaatsen van het basilaire membraan aangegeven.

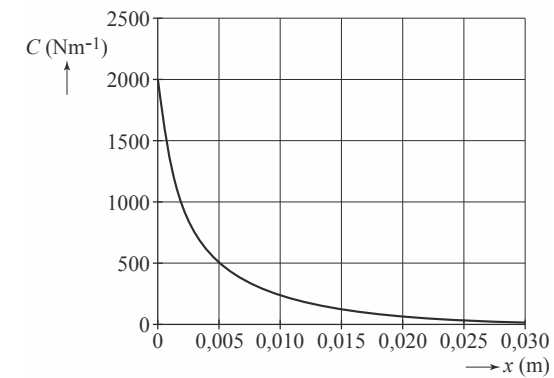
De werking van het basilaire membraan is te beschrijven met behulp van een model. In dit model bestaat het basilaire membraan uit een groot aantal kleine massa's aan veertjes. In figuur 3 is dit schematisch weergegeven.

figuur 3



De stijfheid van het basilaire membraan is vergelijkbaar met de veerconstante C van een massa-veersysteem. De stijfheid van het basilaire membraan verandert met de afstand x tot het ovale venster. Zie figuur 4.

figuur 4



Op een afstand van 5,0 mm van het ovale venster bedraagt de eigenfrequentie 3,0 kHz.

- 22** Bepaal de massa in het gebruikte model op die plaats van het basilaire membraan.
- 23** Laat met behulp een schatting zien of in dit model de massa's toenemen of afnemen als de afstand x groter wordt.

Hints bij hoofdstuk 2

- 1 Wat is de golflengte van de staande golf in het buisje?
- 2 Is Δf positief of negatief?
- 3 Bepaal eerst Δm .
- 4 Wat betekent de x -as van de grafiek?
- 5 Hoe groot is Δf voor één proton?
- 6 Zie Binas 35B1.
- 7 Stel dat $v_1 = v_7$ en bereken dan $\frac{\ell_1}{\ell_7}$.
- 8 Wat verstaan we onder de eigenfrequentie van een trillend lichaam?
- 9 Wat is het verband tussen v , λ en f ?
- 10 Hoe verhouden de frequenties van de grondtoon en de boventonen zich?
- 11 $m = \rho \cdot V$.
- 12 Hoeveel maal past de golflengte van de grondtoon op de lengte van de snaar?
- 13 Alleen de golflengten van de snaren van de ukelele en de gitaar verschillen.
- 14 Hoe vind je uit een (s, t) -diagram de snelheid v ?
- 15 Hoe kan er een staande golf in de baai ontstaan?
- 16 Hoe groot is een knoop-buik afstand uitgedrukt in λ ?
- 17 De golflengte van de staande golf is gelijk aan 4 maal de baailengte.
- 18 Wanneer treedt er voor een aan één kant gesloten systeem de tweede resonantie op?
- 19 Wat gebeurt er met de golflengte λ van de staande golf?
- 20 Wat is het verband tussen f , v en λ ?
- 21 Wat weet je in het geval van een baby van de golflengte waarbij resonantie optreedt?
- 22 Wat is het verband tussen T , m en C ?
- 23 Gebruik figuur 2 en figuur 4.

Uitwerkingen bij hoofdstuk 2

Protonenweegschaal?

- 1 We berekenen de golfsnelheid v met: $v = f \cdot \lambda$ (Binas 35B2), waarin:
 f = grondfrequentie van het buisje = 1,86 GHz = $1,86 \cdot 10^9$ Hz
 λ = golflengte van de staande golf. Omdat het buisje zich gedraagt als een snaar met twee vaste uiteinden, geldt hiervoor:
 $\ell = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$ (Binas 35B2) $\Rightarrow \lambda = \frac{2 \cdot \ell}{n}$, met:
 $n = 1$ voor de grondtoon
 ℓ = lengte van het buisje = 150 nm = $150 \cdot 10^{-9}$ m
zodat: $\lambda = \frac{2 \cdot 150 \cdot 10^{-9}}{1} = 3,00 \cdot 10^{-7}$ m
Invullen: $v = 1,86 \cdot 10^9 \cdot 3,00 \cdot 10^{-7} = 558 \text{ m s}^{-1}$
- 2 – Als er een deeltje aan het buisje vasthecht, is er een positieve Δm . Aan het minteken in de formule is te zien dat Δf dan negatief wordt.
De resonantiefrequentie neemt daarom af.
– $v = f \cdot \lambda$ (Binas 35B2). Als f afneemt (en λ gelijk blijft), dan wordt v kleiner. De golfsnelheid wordt dus kleiner als er een deeltje vasthecht aan het buisje.
- 3 We berekenen Δf met: $\Delta f = \frac{-\Delta m}{2 \cdot m_{\text{nano}}} \cdot f_0$, waarin:
 Δm = massa van vijf naftaleenmoleculen = $5 \cdot 128 \text{ u} = 640 \text{ u} = 640 \cdot 1,661 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ (Binas 7B) = $1,06 \cdot 10^{-24} \text{ kg}$
 m_{nano} = massa van het nanobuisje = $6,2 \cdot 10^{-22} \text{ kg}$
 f_0 = grondfrequentie van het nanobuisje vóór het vasthechten = $1,86 \text{ GHz} = 1,86 \cdot 10^9 \text{ Hz}$
Invullen: $\Delta f = \frac{-1,06 \cdot 10^{-24}}{2 \cdot 6,2 \cdot 10^{-22}} \cdot 1,86 \cdot 10^9 = -1,6 \cdot 10^6 \text{ Hz}$
Dat komt overeen met de waarde van $-1,6 \text{ MHz}$ die je bij 8,8 s uit de grafiek kunt aflezen.
- 4 In figuur 5 is te zien dat Δf afhangt van de plaats waar het naftaleenmolecuul aanhecht. Een molecuul dat in het midden aanhecht, heeft een grotere invloed op de resonantiefrequentie dan een molecuul dat aan een van de zijanten aanhecht. Omdat niet te controleren is waar een molecuul precies aanhecht, zal de invloed per molecuul verschillen.
- 5 Eén proton heeft een massa van $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ (Binas 7B). Als we dit invullen voor Δm , vinden we een frequentieverandering van:
 $\Delta f = \frac{1,67 \cdot 10^{-27}}{2 \cdot 6,2 \cdot 10^{-22}} \cdot 1,86 \cdot 10^9 = 2,5 \cdot 10^3 \text{ Hz}$. Dat is gelijk aan $2,5 \cdot 10^{-3} \text{ MHz}$.
De ruis in de grafiek is van de orde van grootte van één schaaldeel, dus 0,1 MHz. Dat is veel groter dan de frequentieverandering die door één proton wordt veroorzaakt. De nauwkeurigheid is dus niet groot genoeg om de massa van één proton te meten.

Speeldoosje

- 6 De grondfrequentie f volgt uit: $f = \frac{1}{T}$ (Binas 35B1), waarin:

T = trillingstijd van strip 1

Aflesen van de tijd van 4 trillingstijden in figuur 2 geeft:

$$4 \cdot T = (9,1 - 2,3) \text{ ms} = 6,8 \text{ ms} = 6,8 \cdot 10^{-3} \text{ s} \Rightarrow T = \frac{6,8 \cdot 10^{-3}}{4} = 1,7 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$\text{Invullen: } f = \frac{1}{1,7 \cdot 10^{-3}} = 588 \text{ Hz} = 0,59 \text{ kHz}$$

- 7 Voor de verhouding van de golfsnelheden v_7 in strip 7 en v_1 in strip 1 geldt:

$$\frac{v_7}{v_1} = \frac{f_7 \cdot \lambda_7}{f_1 \cdot \lambda_1} \text{ (Binas 35B1), waarin:}$$

f_7 = grondfrequentie van strip 7 = 0,83 kHz

f_1 = grondfrequentie van strip 1 = 0,59 kHz

λ_7 = golflengte van de staande golf in strip 7

$$\text{Er geldt: } \lambda_7 = \frac{1}{4} \cdot \lambda_7 \text{ (Binas 35B2)} \Rightarrow \lambda_7 = 4 \cdot \ell_7, \text{ met: } \ell_7 = \text{lengte van strip 7}$$

λ_1 = golflengte van de staande golf in strip 1

$$\text{Er geldt: } \ell_1 = \frac{1}{4} \cdot \lambda_1 \text{ (Binas 35B2)} \Rightarrow \lambda_1 = 4 \cdot \ell_1, \text{ met: } \ell_1 = \text{lengte van strip 1}$$

$$\text{Invullen: } \frac{v_7}{v_1} = \frac{0,83 \cdot 4 \cdot \ell_7}{0,59 \cdot 4 \cdot \ell_1} = \frac{1,4 \cdot \ell_7}{\ell_1}$$

$$\text{Als } v_7 = v_1 \text{ zou dus moeten gelden: } \frac{1,4 \cdot \ell_7}{\ell_1} = 1 \Rightarrow \ell_1 = 1,4 \cdot \ell_7$$

Strip 1 zou in dat geval 1,4 maal zo lang moeten zijn als strip 7. In figuur 1 is duidelijk te zien dat dit niet het geval is $\Rightarrow$ de golfsnelheden v_1 en v_7 zijn niet gelijk aan elkaar.

- 8 Als tijdens het draaien aan de hendel een strip wordt opgetild en vervolgens wordt losgelaten, zal hij gaan trillen met zijn eigenfrequentie. Deze frequentie hangt niet af van de draaisnelheid van de hendel. Door sneller te draaien zal de voortgebrachte melodie in een hoger tempo te horen zijn, maar de toonhoogte van de melodie blijft hetzelfde.

Ukelele-1

- 9 Voor de golfsnelheid v van een snaar geldt: $v = \lambda \cdot f$ (Binas 35B2), waarin

λ = golflengte van de trilling en f = frequentie van de trilling.

In figuur 1 zien we dat de vier snaren even lang zijn, dus de golflengten van de vier snaren zijn gelijk (voor de grondtonen geldt: lengte snaar = $\frac{1}{2} \cdot \lambda_0$).

In tabel 1 lezen we af dat de frequenties van de vier tonen verschillend zijn, dus kunnen volgens $v = \lambda \cdot f$ de golfsnelheden in de vier snaren niet gelijk aan elkaar zijn.

- 10 De snaren hebben vaste uiteinden. De uiteinden zijn voor de golven dus knopen. Voor de verhouding van de frequenties van de boventonen ten opzichte van de grondtoon geldt dan:

$$f_0 : f_1 : f_2 : f_3 : \dots = 1 : 2 : 3 : 4 : \dots$$

$$\text{Voor snaar 3 geldt: } f_0 : f_1 : f_2 : f_3 : \dots = 330 : 660 : 990 : 1320 : \dots$$

$$\text{Voor snaar 4 geldt: } f_0 : f_1 : f_2 : f_3 : \dots = 440 : 880 : 1320 : 1760 : \dots$$

De laagste gemeenschappelijke boventoon van snaar 3 en snaar 4 heeft dus een frequentie van 1320 Hz.

- 11 Er geldt: $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow v^2 = \frac{F}{\mu} \Rightarrow F = v^2 \cdot \mu = v^2 \cdot \frac{m}{\ell}$, waarin:

v = golfsnelheid = $\lambda \cdot f$ (Binas 35B2)

F = spankracht

μ = massa per lengte-eenheid

m = massa = $\rho \cdot V$ (Binas 35C1), met:

ρ = dichtheid

V = volume = $A \cdot \ell = \pi \cdot r^2 \cdot \ell$ (Binas 36B) = $\pi \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot d\right)^2 \cdot \ell = \pi \cdot \frac{1}{4} \cdot d^2 \cdot \ell$, met:

A = doorsnede van de snaar

r = straal van de doorsnede

ℓ = lengte van de snaar

d = diameter van de doorsnede

ℓ = lengte van de snaar

Invullen:

$$F = v^2 \cdot \frac{m}{\ell} = \frac{v^2 \cdot \rho \cdot V}{\ell} = \frac{(\lambda \cdot f)^2 \cdot \rho \cdot \pi \cdot \frac{1}{4} \cdot d^2 \cdot \ell}{\ell} = \frac{\lambda^2 \cdot f^2 \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \rho}{4}$$

- 12 Voor de spankracht F geldt: $F = \frac{\lambda^2 \cdot f^2 \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \rho}{4}$, waarin:

λ = golflengte van de grondtoon = $2 \cdot \ell$, met:

ℓ = lengte van snaar = 35,0 cm = 0,350 m

zodat: $\lambda = 2 \cdot 0,350 = 0,700 \text{ m}$

f = frequentie van de grondtoon van snaar 1 = 392 Hz (afgelezen in tabel 1)

d = dikte van de snaar = 0,65 mm = $0,65 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

ρ = dichtheid van nylon = $1,14 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ (Binas 10A)

$$\text{Invullen: } F = \frac{0,700^2 \cdot 392^2 \cdot \pi \cdot (0,65 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 1,14 \cdot 10^3}{4} = 28 \text{ N}$$

- 13 In de formule van de spankrachten $F = \frac{\lambda^2 \cdot f^2 \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \rho}{4}$ voor de E-snaar van de gitaar en de ukelele is er alleen een verschil in de golflengte λ . De andere grootheden zijn allemaal even groot $\Rightarrow$

$$\frac{F_{\text{gitaar}}}{F_{\text{ukelele}}} = \frac{\text{constante} \cdot \lambda_{\text{gitaar}}^2}{\text{constante} \cdot \lambda_{\text{ukelele}}^2} = \frac{\lambda_{\text{gitaar}}^2}{\lambda_{\text{ukelele}}^2} = \frac{(2 \cdot \ell_{\text{gitaar}})^2}{(2 \cdot \ell_{\text{ukelele}})^2} = \frac{(\ell_{\text{gitaar}})^2}{(\ell_{\text{ukelele}})^2}, \text{ waarin:}$$

ℓ_{gitaar} = lengte van de gitaarsnaar = 64,5 cm

ℓ_{ukelele} = lengte van de ukelelesnaar = 35,0 cm

$$\text{Invullen: } \frac{F_{\text{gitaar}}}{F_{\text{ukelele}}} = \frac{64,5^2}{35,0^2} = 3,40$$

Getijdenresonantie

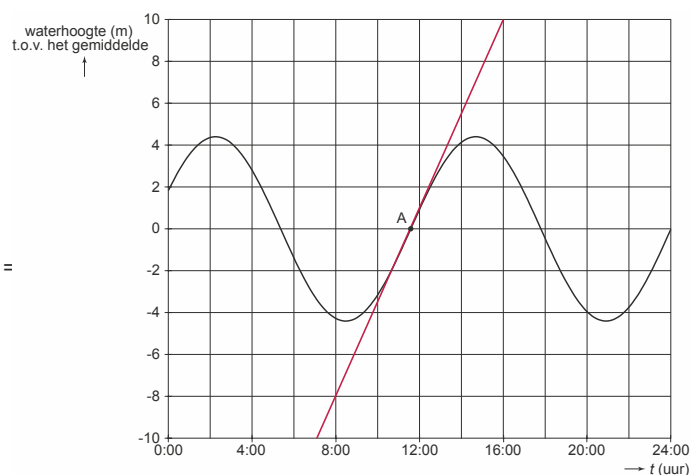
- 14 Zie tekening 1.

methode 1

We bepalen de maximale stijgsnelheid $v_{\max}$ van het water door een raaklijn te tekenen aan het steilste deel van de grafiek tijdens het stijgen van het water. (zie punt A in tekening 1).

Dan geldt:

$$\begin{aligned} v_{\max} &= \text{helling van de raaklijn} = \\ &= \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{10,0 - (-10,0)}{16,0 - 7,0} = \\ &= \frac{20,0}{9,0} = 2,22 \text{ m h}^{-1} = \\ &= \frac{2,22 \cdot 10^2 \text{ cm}}{60 \text{ min}} = \\ &= 3,7 \text{ cm min}^{-1} \end{aligned}$$



tekening 1

methode 2

De maximale stijgsnelheid $v_{\max}$ vinden we ook uit:

$$v_{\max} = \frac{2\pi \cdot A}{T} \quad (\text{Binas 35B1}), \text{ waarin:}$$

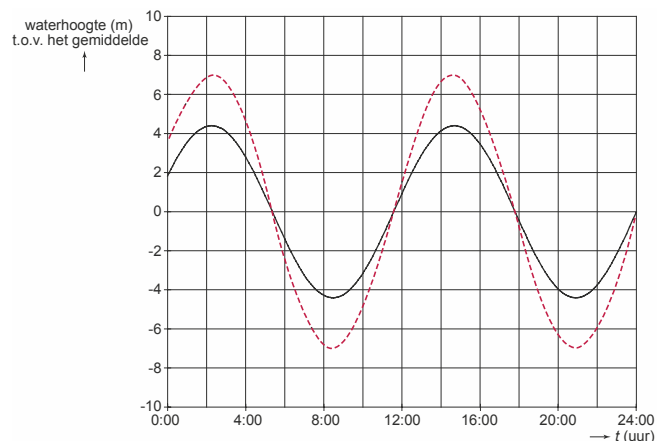
A = amplitude van de getijdenbeweging = 4,4 m (afgelezen in tekening 1)

T = trillingstijd van de getijdenbeweging = (24,0 – 11,6) uur = 12,4 uur (afgelezen in tekening 1)

$$\text{Invullen: } v_{\max} = \frac{2\pi \cdot 4,4}{12,4} \text{ m h}^{-1} = 2,23 \text{ m h}^{-1} = \frac{2,23 \cdot 10^2 \text{ cm}}{60 \text{ min}} = 3,7 \text{ cm min}^{-1}$$

- 15 Zie tekening 2.

Door interferentie van heen en weer gaande golven ontstaat er in de baai een staande golf, met een buik B bij Cumberland County. De grafiek van de waterhoogte bij Cumberland County als functie van de tijd gaat op dezelfde tijden door nul als de gegeven grafiek, heeft de toppen op dezelfde tijdstippen als de gegeven grafiek en heeft een grotere amplitude dan de gegeven grafiek.



tekening 2

- 16 De staande golf in de baai heeft een knoop K aan het begin van de baai en een buik B aan het eind van de baai bij Cumberland County. De lengte van de baai is dus gelijk aan een knoop-buik afstand van de staande golf; deze lengte komt overeen met een kwart golflengte. De golflengte van de staande golf is dus gelijk aan 4 maal de baailengte.

- 17 We berekenen de waarde van de gebruikte golfsnelheid
- v
- met:

$$\lambda = v \cdot T \Rightarrow v = \frac{\lambda}{T} \quad (\text{Binas 35B2}), \text{ waarin:}$$

$$\lambda = \text{golflengte van de baai in het computermodel} = 4 \cdot \text{lengte van de baai} = 4 \cdot 300 \text{ km} = 1,20 \cdot 10^6 \text{ m (afgelezen in figuur 3)}$$

$$T = \text{trillingstijd van de staande golf in de baai} = (24,0 - 11,6) \text{ uur} = 12,4 \text{ uur} = 12,4 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s} = 4,46 \cdot 10^4 \text{ s (afgelezen in de uitwerkbijlage)}$$

$$\text{Invullen: } v = \frac{1,20 \cdot 10^6}{4,46 \cdot 10^4} = 26,9 \text{ m s}^{-1}$$

- 18 Er doet zich versterking (resonantie) voor bij een baailengte
- $L = 300 \text{ km}$
- .

De knoop-buikafstand is dan dus 300 km: $\frac{1}{4} \cdot \lambda = 300 \text{ km}$.

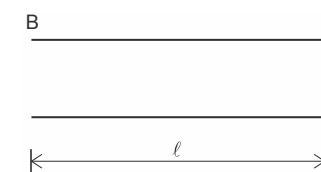
Voor een systeem dat aan één kant gesloten is doet zich een tweede resonantie (KBKB) voor bij een lengte $L = \frac{3}{4} \cdot \lambda = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \lambda = 3 \cdot 300 \text{ km} = 900 \text{ km}$.

- 19 Voor de resonantielengte
- L
- geldt:
- $L = \frac{1}{4} \cdot \lambda = \frac{1}{4} \cdot v \cdot T$
- (Binas 35B2).

Als de zeespiegel zou stijgen, wordt de voortplantingssnelheid v in de baai groter, terwijl de trillingstijd T niet verandert. Dan wordt L dus groter, waardoor het eerste maximum in figuur 3 naar rechts verschuift en dus dichterbij de baai zal komen van de werkelijke lengte van 325 km van de baai. De versterkingsfactor in de baai zal daardoor toenemen, waardoor het verschil in getijden groter wordt. De bewoners maken zich dus terecht ongerust.

Oor

- 20 Zie de tekening.



Als er resonantie optreedt, is de lengte ℓ van de gehoorgang gelijk aan een kwart golflengte van het geluid, met een buik B bij de opening en een knoop K bij het trommelvlies $\Rightarrow \ell = \frac{1}{4} \lambda \Rightarrow \lambda = 4 \cdot \ell$

Dan geldt voor de resonantiefrequentie f_{res} van het geluid:

$$v = f_{\text{res}} \cdot \lambda \quad (\text{Binas 35B2}) \Rightarrow f_{\text{res}} = \frac{v}{\lambda}, \text{ waarin:}$$

$$v = \text{snelheid van het geluid} = 0,343 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{Binas 15A, bij } T = 293 \text{ K})$$

$$\lambda = \text{golflengte van het geluid} = 4 \cdot \ell, \text{ met: } \ell = 28 \text{ mm} = 28 \cdot 10^{-3} \text{ m, zodat: } \lambda = 4 \cdot 28 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 0,112 \text{ m}$$

$$\text{Invullen: } f_{\text{res}} = \frac{0,343 \cdot 10^3}{0,112} = 3,1 \cdot 10^3 \text{ Hz} = 3,1 \text{ kHz}$$

Het klopt dus.

- 21 Bij een baby is de gehoorgang korter
- $\Rightarrow \ell$
- is kleiner.

Daardoor is de golflengte λ waarbij resonantie optreedt kleiner ($\ell = \frac{1}{4} \cdot \lambda$).

Volgens $f = \frac{v}{\lambda}$ (Binas 35B2) zal de resonantiefrequentie dan hoger zijn.

- 22** We bepalen de massa m op die plaats van het basilaire membraan met:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{C}} \quad (\text{Binas 35B1}), \text{ waarin:}$$

$$T = \text{trillingstijd van de eigenfrequentie } f \text{ op deze plaats} = \frac{1}{f} \quad (\text{Binas 35B1}), \text{ met:}$$

$$f = 3,0 \text{ kHz} = 3,0 \cdot 10^3 \text{ Hz}$$

$$\text{zodat: } T = \frac{1}{3,0 \cdot 10^3} = 3,33 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

$$C = \text{stijfheid ('veerconstante')} = 500 \text{ N m}^{-1}, \text{ afgelezen in figuur 4 bij}$$

$$x = 5,0 \text{ mm} = 0,0050 \text{ m}$$

$$\text{Invullen: } 3,33 \cdot 10^{-4} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{500}} \Rightarrow m = 500 \cdot \frac{(3,33 \cdot 10^{-4})^2}{4 \cdot \pi^2} = 1,4 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$$

- 23** Er geldt: $T = \frac{1}{f} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{C}} \quad (\text{Binas 35B1}) \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{C}{m}}$

Als de afstand x 2x zo groot wordt, wordt volgens figuur 4 de stijfheid C ongeveer 2x zo klein. In figuur 2 lezen we af, dat als de afstand x 2x zo groot wordt, de frequentie f ongeveer 4x zo klein wordt.

Als f 4x zo klein wordt, zal $\sqrt{\frac{C}{m}}$ ook 4x zo klein worden $\Rightarrow \frac{C}{m}$ wordt $4^2 = 16$ x zo klein.

De stijfheid C wordt ongeveer 2x zo klein, dus de massa m wordt groter.

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{C}{m}} \quad (\text{zie boven}) \Rightarrow f^2 = \frac{1}{4 \cdot \pi^2} \cdot \frac{C}{m} \Rightarrow m = \frac{C}{4 \cdot \pi^2 \cdot f^2}$$

Bij een 2x zo grote afstand x geldt voor de massa m' :

$$m' = \frac{\frac{1}{2} \cdot C}{4 \cdot \pi^2 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot f\right)^2} = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot \frac{C}{4 \cdot \pi^2 \cdot f^2} = 8 \cdot m$$

De massa is dus 8x zo groot op die plaats.

3 Medische beeldvorming (domein B2)

Radondochters

Radon is een radioactief edelgas dat uit de bodem en uit bouwmaterialen kan ontsnappen en terecht kan komen in kelders en kruipruimtes die slecht geventileerd worden.

De meest voorkomende isotoop van radon is radon-222. Radioactieve isotopen met atoomnummers tussen 82 en 90 komen in de natuur voor omdat ze voortdurend aangemaakt worden. Er bestaan in de natuur twee zogenoemde 'radioactieve reeksen'. De ene reeks begint bij thorium-232, de andere bij uraan-238.

- 1 Beredeneer of radon-222 ontstaat uit thorium-232 of uit uraan-238.

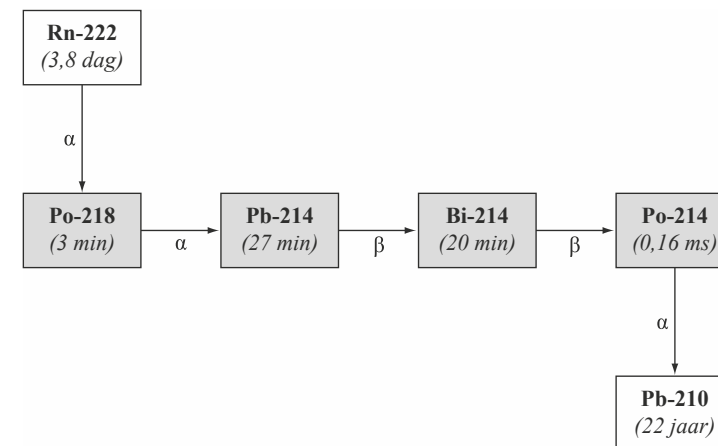
Beschouw daartoe het aantal nucleonen van de kernen.

Hint: het is niet nodig om de vervalvergelijkingen op te schrijven.

In figuur 1 zijn het verval van radon-222 en de daarop volgende vervalstappen weer gegeven. Bij elke isotoop is de halfwaardetijd gegeven.

NB: uit de gegevens in Binas zou ook een alternatieve vervalroute kunnen worden afgeleid. Deze komt echter zo weinig voor, dat we hem in deze opgave verwaarlozen.

figuur 1



De vier grijze isotopen worden 'radondochters' genoemd. Zij hebben een betrekkelijk kleine halveringstijd: als een radon-222 kern vervalt, vervallen vrij snel daarna ook de radondochters. De radondochters hechten zich aan microscopische stofdeeltjes en blijven in de lucht zweven. De lucht in een gesloten kelderruimte bevat dus radon en radondochters.

Ook als er per seconde steeds dezelfde hoeveelheid radon ontsnapt, gaat het ophopen van radon in een gesloten kelderruimte niet eindeloos door. Als er niet geventileerd wordt, bereikt de activiteit (in Becquerel) van het radon een bepaalde constante waarde.

- 2 Leg uit:
- waarom in dat geval de activiteit van radon-222 uiteindelijk constant wordt;
 - dat elk van de radondochters dan dezelfde activiteit heeft als radon-222.

Een persoon die een tijdje in zo'n kelderruimte verblijft, ademt lucht in met de daarin aanwezige isotopen. Stel dat een persoon tijdens zijn verblijf in de kelderruimte 1 m^3 lucht inademt. De persoon ademt het radon weer uit omdat het een edelgas is. De microscopische stofdeeltjes met de radondochters blijven achter in de longen. Bij het verval hiervan worden de longen (totale massa van 2,5 kg) bestraald.

In tabel 1 staat het aantal kernen in 1 m^3 lucht van elk van de radondochters in de kelderruimte.

tabel 1

Aantal kernen (in 1 m^3 lucht) in de kelderruimte	
Po-218	$2,6 \cdot 10^4$
Pb-214	$2,3 \cdot 10^5$
Bi-214	$1,7 \cdot 10^5$
Po-214	≈ 0

Voor de stralingsdosis D geldt:

$$D = \frac{E_{\text{str}}}{m}$$

Hierin is:

- E_{str} de stralingsenergie, die geabsorbeerd wordt;
- m de massa van het bestraalde orgaan.

- 3 Bereken de stralingsdosis die de longen ontvangen ten gevolge van alfa-straling.

Radiumverf

Radium werd in 1898 door de Poolse scheikundige Marie Curie ontdekt. Dit element zendt licht uit en werd in het begin van de twintigste eeuw gebruikt om oplichtende verf voor wijzers van horloges te maken.

In deze verf zit radium-226 dat α -straling uitzendt.

- 4 Geef de vervalreactie van radium-226.

De radiumbevattende verf werd door jonge meisjes met een penseel op de wijzers van een horloge gebracht. Met de mond werden de haartjes van het penseel tot een puntje gezogen. Daarbij kwam iedere keer een hele kleine hoeveelheid radiumverf via het speeksel in de maag terecht.

Neem aan dat daardoor in een bepaalde periode gemiddeld $1,0 \mu\text{g}$ radium-226 de maag met een massa van 2,5 kg bestraalde.

De activiteit van één gram radium is $3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$.

De toegestane equivalente dosis voor de maag bedraagt 0,2 mSv per jaar.

Voor de equivalente dosis (dosisequivalent) H geldt:

$$H = Q \frac{E}{m}$$

Hierin is:

- Q de (stralings)weegfactor (kwaliteitsfactor) die voor α -straling gelijk is aan 20;
- E de geabsorbeerde stralingsenergie in J;
- m de bestraalde massa in kg.

- 5 Doe een beredeneerde uitspraak over het gevaar van de α -straling van radium-226 in deze verf voor de gezondheid van de jonge meisjes. Bereken daartoe eerst de equivalente dosis die de maag door de α -straling van $1,0 \mu\text{g}$ radium-226 in 1,0 uur ontvangt.

Radium-226 en zijn vervalproducten zenden α -, β -, en γ -straling uit.

De horloges, voorzien van wijzers met lichtgevende radiumverf, werden door hun bezitters soms jarenlang gedragen.

- 6 Leg voor elke soort straling uit of die van invloed is op de gezondheid van de bezitter van zo'n horloge.

Onderzoek van bot met calcium-47

In deze opgave bekijken we een patiënt waarbij de botten in de benen worden onderzocht. Hierbij gebruikt men calcium omdat dit gemakkelijk door het lichaam opgenomen en getransporteerd wordt naar de botten.

De patiënt krijgt een hoeveelheid van de instabiele isotoop calcium-47 toegediend, die bij verval een bèta-min-deeltje en gammastraling uitzendt: $^{47}\text{Ca} \rightarrow ^{47}\text{Sc} + \beta^- + \gamma$.

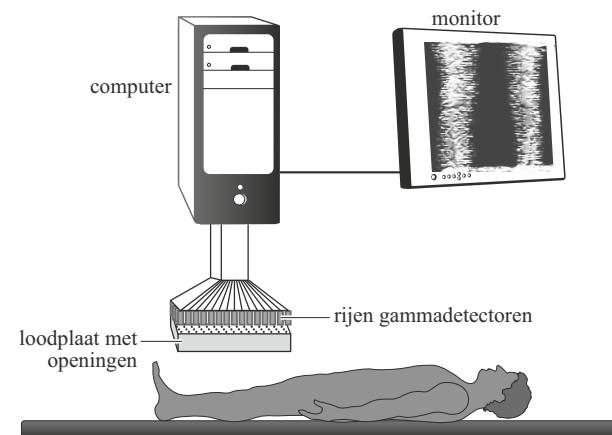
De gammastraling kan buiten het lichaam gedetecteerd worden. De arts kan zo zien of er met de botten iets bijzonders aan de hand is.

Bij het begin van het onderzoek krijgt de patiënt een hoeveelheid calcium-47 toegediend met een activiteit van 2,5 MBq.

- 7 Bereken de massa in kg van het calcium-47.

De benen van de patiënt worden onder een apparaat gelegd dat gammastraling meet. Zie figuur 1.

figuur 1



In het apparaat zijn honderden gammadetectoren in rijen naast elkaar geplaatst. Onder de gammadetectoren bevindt zich een dikke loden plaat. Onder elke gammadetector zit in de plaat een smal gat.

Elke gammadetector registreert alleen de straling die uit het deel van het been **recht onder** de detector komt.

- 8 Waarom is het gewenst dat die alleen van recht onder komt?

Voor het maken van het beeld van het bot worden de gegevens door de computer verwerkt.

Voor verschillende delen van de benen verschilt de absorptie van gammastraling in het spierweefsel en in de lucht tussen de detector en het been.

Om de metingen van het been te kunnen vergelijken, moet voor die absorptie gecorrigeerd worden. Daarvoor vermenigvuldigt de computer de meetwaarde van elke detector met een correctiefactor.

Als er geen absorptie optreedt, levert dat een correctiefactor 1.

Neem aan dat zich tussen een gammadetector en het bot 10 cm lucht en 4,5 cm spierweefsel bevindt. De absorptie in spierweefsel is gelijk aan die in water.

Ga uit van een gamma-foton met een energie van 1,0 MeV.

- 9 Bereken de grootte van de correctiefactor voor die detector.

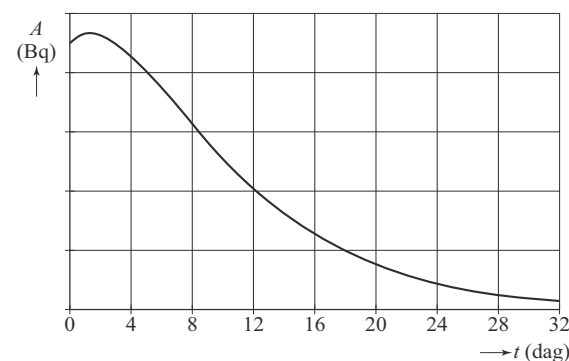
Een nadeel van deze onderzoeksmethode is de stralingsbelasting van het bot.

Deze ontstaat voornamelijk door absorptie van bèta-min-deeltjes.

Deze zijn niet alleen afkomstig van calcium-47 maar ook van scandium-47 (dat ontstaat bij het verval van calcium-47).

Figuur 2 toont het verloop van de gezamenlijke activiteit van beide isotopen in het bot van het bovenbeen.

figuur 2



- 10 Beredeneer aan de hand van het verloop van figuur 2 of de halveringstijd van scandium-47 groter of kleiner is dan de halveringstijd van calcium-47.

De nucleaire diagnostiek zoals die hierboven beschreven is, laat plaatsen van het bot zien waar iets bijzonders aan de hand is. Die informatie kan niet worden verkregen met behulp van **echoscopie** of een **MRI-scan**.

- 11 Beargumenteer dit voor deze beide technieken.

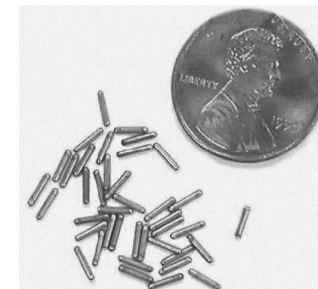
Inwendige bestraling

Lees onderstaand artikel.

Radioactieve straling (ioniserende straling afkomstig uit een radioactieve stof) kan gebruikt worden om tumoren te bestrijden. De straling kan van buiten het lichaam komen, maar de stralende bron kan ook in het lichaam ingebracht worden.

Deze inwendige bestraling is zinvol bij een goed gelokaliseerde tumor.

Inwendige bestraling met behulp van in de tumor aangebrachte radioactieve jodium-125-bronnen is een effectieve behandeling voor de genezing van een tumor. Het jodium-125 zit daarbij in kleine, 4,5 mm lange, holle titaniumnaaldjes die permanent in de tumor achterblijven.



Voor de productie van I-125 beschiet men Xe-124 met neutronen. De isotoop die daarbij ontstaat, vervalt tot I-125.

- 12 Geef de beide reactievergelijkingen die leiden tot de vorming van I-125.

Bij het verval van I-125 worden γ -fotonen uitgezonden met een gemiddelde energie van 28 keV, die geabsorbeerd worden door de tumor. De naaldjes worden tijdens een operatie in de tumor geplaatst.

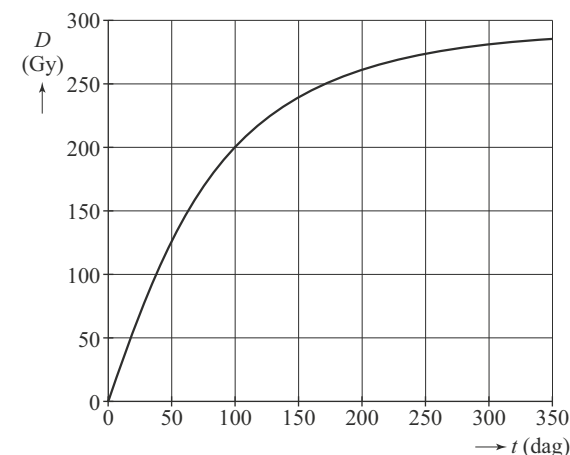
Ze worden 10 dagen vóór de operatie door een bedrijf in de Verenigde Staten geproduceerd. Op het moment van de operatie moet de activiteit van het I-125 in één naaldje 17 MBq zijn.

- 13 Bereken de massa I-125 in kg die daartoe tijdens de productie in één naaldje moet worden aangebracht.

In figuur 1 staat de opgebouwde dosis in de tumor uitgezet tegen de tijd. Theo en Loes bespreken figuur 1. Loes zegt dat de activiteit van de naaldjes na een jaar maximaal is, terwijl Theo stelt dat de naaldjes na een jaar juist hun activiteit hebben verloren.

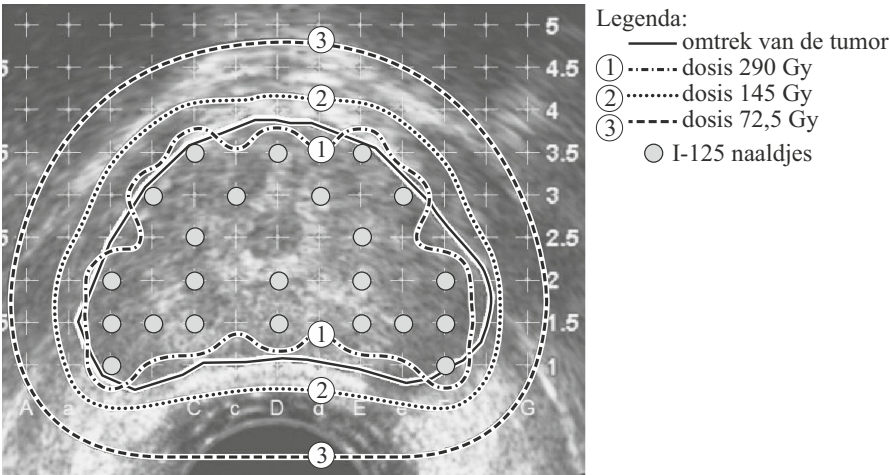
- 14 Leg op grond van figuur 1 uit wie er gelijk heeft.

figuur 1



In figuur 2 wordt de tumor nader bekeken.

figuur 2



De getallen rechts in de figuur geven de afstand in centimeters aan.

Uit de figuur is af te lezen dat de tumor (zie de getrokken lijn) afmetingen heeft van ongeveer 5 cm bij 3 cm.

Er zijn 3 isodoselijnen weergegeven. Een isodoselijns is een lijn die door punten met gelijke stralingsdosis gaat.

In figuur 2 is te zien dat de isodoselijnen dicht bij de tumor grillig van vorm zijn en verder weg meer op een cirkel lijken.

15 Geef hiervoor de verklaring.

Drie leerlingen doen een uitspraak.

- Erik zegt dat de stralingsintensiteit van binnen naar buiten afneemt zowel vanwege de kwadratenwet als door absorptie in het weefsel.
- Myrthe stelt dat de niet-geabsorbeerde fotonen geen schade aan de tumor toebrengen.
- Frank zegt dat de tumor nog steeds radioactief is ten gevolge van I-125, ook als dat helemaal vervallen is.

16 Geef op de uitwerkbijlage met kruisjes voor elke leerling aan of die gelijk of ongelijk heeft.

uitwerkbijlage bij vraag 16

naam	uitspraak	gelijk	ongelijk
Erik	zegt dat de stralingsintensiteit van binnen naar buiten afneemt zowel vanwege de kwadratenwet als door absorptie in het weefsel.		
Myrthe	stelt dat de niet-geabsorbeerde fotonen geen schade aan de tumor toebrengen.		
Frank	zegt dat de tumor nog steeds radioactief is ten gevolge van I-125, ook als dat helemaal vervallen is.		

PET-scan

Bij onderzoek naar de ziekte van Alzheimer wordt de PET-scan gebruikt. Daarbij spuit men bij de patiënt een speciale stof in die het C-11-isotoop bevat. Deze stof bindt het C-11-isotoop aan plaatsen in de hersenen waar de oorzaak van de ziekte van Alzheimer zit. Figuur 1 toont een voorbeeld van zo'n PET-scan.

Het C-11-isotoop verkrijgt men door versnelde protonen op N-14 te schieten.

17 Geef de kernreactievergelijking van de productie van het C-11-isotoop uit N-14.

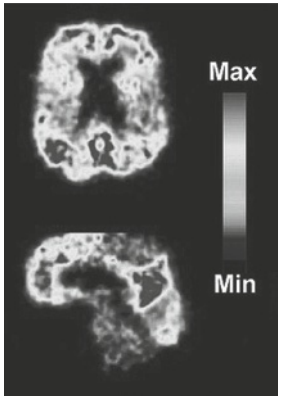
Het C-11-isotoop vervalst onder uitzending van een positron. Het positron dat ontstaat remt in het hersenweefsel af tot (bijna) stilstand, en annihileert dan met een elektron. Daarbij worden twee gamma-fotonen met dezelfde frequentie in tegengestelde richting uitgezonden. Zie figuur 2.

Als twee gamma-fotonen binnen een tijdsduur Δt de ringvormige detector bereiken, neemt men aan dat ze afkomstig zijn van dezelfde annihilatie. Een computer verwerkt de gegevens tot een plaatje zoals in figuur 1.

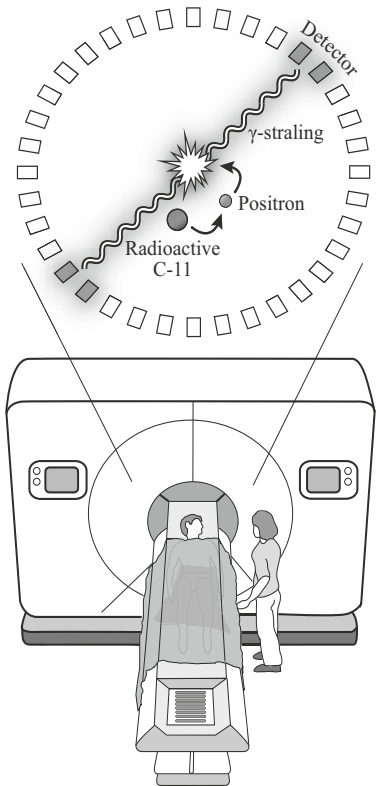
18 Bereken de orde van grootte van de tijdsduur Δt . Maak daarbij gebruik van een schatting en neem aan dat de fotonen overal bewegen met de lichtsnelheid in vacuüm.

De stralingsbelasting bij een PET-scan voor de patiënt is het gevolg van het afremmen van de positronen. De stralingsbelasting ten gevolge van de gammastraling is te verwaarlozen. In figuur 3 staat de grootte van de activiteit van de ingespoten stof in de hersenen uit tegen de tijd.

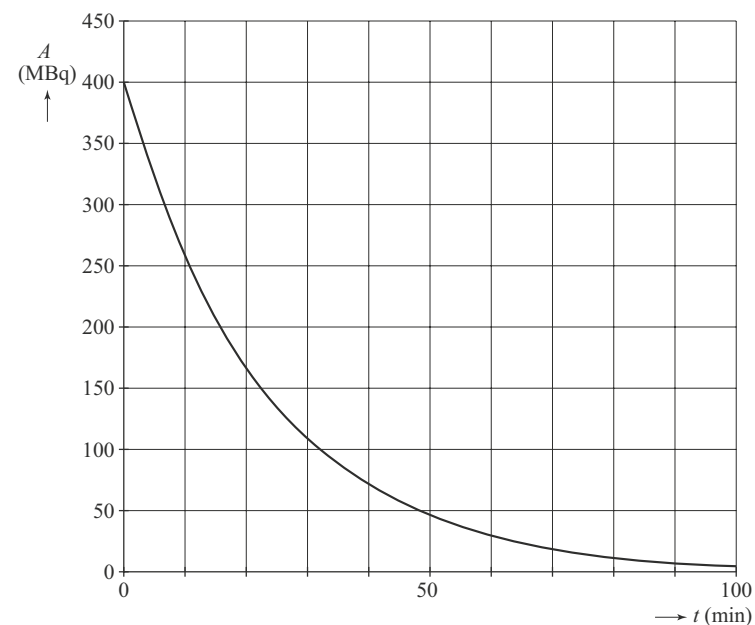
figuur 1



figuur 2



figuur 3



De massa van de hersenen is 1,5 kg. De gemiddelde energie die een positron door het afremmen aan het hersenweefsel afgeeft, bedraagt 0,4 MeV.

- 19 Bepaal de stralingsdosis die de hersenen ontvangen.

Voor het vaststellen van de ziekte van Alzheimer zijn een röntgenfoto of echografie niet geschikt.

- 20 Geef hiervoor, voor beide genoemde technieken, een reden. Gebruik de informatie in Binas 29.

Hints bij hoofdstuk 3

- 1 Wat gebeurt er met het aantal nucleonen bij α -verval en wat bij β -verval?
- 2 De activiteit hangt af van de hoeveelheid radioactieve kernen.
- 3 Uiteindelijk wordt alles polonium-214.
- 4 Wat moet links en rechts van $\rightarrow$ gelijk zijn?
- 5 Hoeveel bedraagt de energie van een uitgezonden α -deeltje?
- 6 Welke straling wordt door het horloge tegengehouden?
- 7 Zie Binas 35E3 voor het verband tussen de activiteit A en het aantal atomen N .
- 8 Waarom wil men alleen verticaal gerichte straling meten?
- 9 Zie Binas 35E3 voor de hoeveelheid doorgelaten straling in relatie tot de dikte.
- 10 Let op het merkwaardige begin van de vervalcurve.
- 11 Wat voor soort weefsel is geschikt voor echoscopie en voor de MRI-scan?
- 12 Wat zijn het atoomnummer en het massagetal van Xe-124?
- 13 Maak gebruik van de formules in Binas 35E3.
- 14 Wanneer neemt de opgebouwde dosis het snelst toe?
- 15 Bekijk hoe de isodoselijnen afhangen van de plaats van de naaldjes.
- 16
 - In welke richtingen verplaatst de straling zich in het weefsel?
 - Wat gebeurt er als gammastraling schade aanricht?
 - Hoe ontstaat de gammastraling?
- 17 Staat het proton vóór of na de pijl?
- 18 Maak een schatting van de diameter van een mensenhoofd.
- 19 Waar is de oppervlakte onder de grafiek van figuur 3 aan gelijk?
- 20 Wat zijn de registratieprincipes bij röntgenfoto's en echografie?

Uitwerkingen bij hoofdstuk 3

Radondochters

- 1** Twee kernen die tot dezelfde reeks behoren moeten een geheel aantal α -deeltjes verschillen. Bij een α -verval verdwijnen er uit de kern 2 protonen en 2 neutronen, dus in totaal 4 nucleonen. Het verschil moet dus altijd een veelvoud van 4 zijn. Dat geldt voor uraan-238 en radon-222: het verschil is 16 nucleonen. Dat geldt niet voor thorium-232 en radon-222: het verschil is 10 nucleonen. *Bij een β -verval blijft het aantal nucleonen gelijk.*
- 2** Omdat er een constante aanvoer is, zal er na enige tijd evenveel radon-222 vervallen als de hoeveelheid die erbij komt. Grotere concentratie betekent ook meer activiteit en dus ontstaat er een evenwicht. Voor een constante hoeveelheid radon-222 die per seconde vervalt zal er op identieke wijze ook voor elk van de dochters een evenwicht in de concentratie ontstaan. Per tijdseenheid zullen er dus na enige tijd evenveel radondochters vervallen als dat er gevormd worden. Dus dan hebben de radondochters dezelfde activiteit als radon-222.

- 3** We berekenen de stralingsdosis D die de longen ontvangen uit: $D = \frac{E_{\text{str}}}{m}$, waarin:
 E_{str} = stralingsenergie die geabsorbeerd wordt
 E_{str} is de energie die het verval van de twee isotopen met α -verval leveren, dus:
 $E_{\text{str}} = n_{\text{Po-218}} \cdot E_{\text{Po-218}} + n_{\text{Po-214}} \cdot E_{\text{Po-214}}$, waarin:
 $n_{\text{Po-218}}$ = aantal polonium-218 kernen per m^3 lucht = $2,6 \cdot 10^4$
 $E_{\text{Po-218}}$ = vervalenergie van polonium-218 = 5,998 MeV (Binas 25A)
 $n_{\text{Po-214}}$ = uiteindelijk aantal polonium-214 kernen per m^3 lucht.
 Alle radondochters vervallen uiteindelijk tot polonium-214,
 zodat: $n_{\text{Po-214}} = 2,6 \cdot 10^4 + 2,3 \cdot 10^5 + 1,7 \cdot 10^5 = 4,26 \cdot 10^5$
 $E_{\text{Po-214}}$ = vervalenergie van polonium-214 = 7,68 MeV (Binas 25A)
 zodat: $E_{\text{str}} = 2,6 \cdot 10^4 \cdot 5,998 + 4,26 \cdot 10^5 \cdot 7,68 \text{ MeV} = 3,43 \cdot 10^6 \text{ MeV}$
 $= 3,43 \cdot 10^6 \cdot 10^6 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 5,49 \cdot 10^{-7} \text{ J}$ (Binas 5)

m = massa van de longen = 2,5 kg

Invullen: $D = \frac{5,49 \cdot 10^{-7}}{2,5} = 2,2 \cdot 10^{-7} \text{ J kg}^{-1}$ (Gy)

Radiumverf

- 4** $^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow ^{222}_{86}\text{Rn} + ^4_2\text{He} (+ \gamma)$
 • Het atoomnummer van radium (Ra) is 88 (Binas 40A, 25A of 99).
 • Een α -deeltje is een heliumkern, aangegeven met ^4_2He (Binas 25A)
 • de som van de atoomnummers moet links en rechts van de pijl gelijk zijn $\Rightarrow$ het atoomnummer van het element dat ontstaat is $88 - 2 = 86$; dit is het element radon (Rn) (Binas 40A, 25A of 99)
 • de som van de massagetalen moet links en rechts van de pijl gelijk zijn $\Rightarrow$ het massagetal van de radonkern is $226 - 4 = 222$

- 5** Voor de ontvangen dosis H die de maag in 1,0 uur ontvangt, geldt:

$$H = Q \cdot \frac{E}{m}, \text{ waarin:}$$

Q = stralingsweegfactor = 20

E = stralingsenergie die de maag in 1,0 uur absorbeert

Er geldt: $E = A \cdot t \cdot m_{\text{Ra}} \cdot E_{\alpha}$, met:

A = activiteit van één gram radium = $3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$

t = 1,0 uur = 3600 s

m_{Ra} = gemiddelde hoeveelheid radium die de maag bestraalt = $1,0 \mu\text{g} = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ g}$

E_{α} = energie van het uitgezonden α -deeltje = 4,79 MeV (Binas 25A) = $4,79 \cdot 10^6 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ (Binas 5)

zodat: $E = 3,7 \cdot 10^{10} \cdot 3600 \cdot 1,0 \cdot 10^{-6} \cdot 4,79 \cdot 10^6 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} = 1,02 \cdot 10^{-4} \text{ J}$

m = massa van de maag = 2,5 kg

Invullen: $H = 20 \cdot \frac{1,02 \cdot 10^{-4}}{2,5} = 8,2 \cdot 10^{-4} \text{ Sv} = 0,82 \text{ mSv}$

De toegestane equivalente dosis voor de maag bedraagt 0,2 mSv per jaar, dus de jonge meisjes ontvingen al binnen een uur de maximale dosis die ze per jaar zouden mogen ontvangen. De gezondheid van de meisjes werd dus ernstig in gevaar gebracht.

- 6** • α -straling (heliumkernen) is niet nadelig voor de gezondheid van de bezitter van zo'n horloge. Deze straling wordt geheel tegengehouden door de horlogekast en het horlogeglas.
 • β -straling (elektronen) heeft ook geen nadelige gevolgen. Deze straling wordt (vrijwel) geheel tegengehouden door het horloge. β -straling die toch wordt doorgelaten door het horloge wordt tegengehouden door de huid van de bezitter van zo'n horloge.
 • γ -straling zal wel door het horloge en door de huid het lichaam binnendringen en kan een nadelige invloed hebben op de gezondheid van de bezitter van zo'n horloge.

Onderzoek van bot met calcium-47

- 7** De massa m van het toegediende calcium-47 volgt uit: $m = N \cdot m_{\text{Ca}}$, waarin:
 N = toegediende aantal calcium-47 atomen

Er geldt: $A = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} \cdot N$ (Binas 35E3) $\Rightarrow N = \frac{t_{\frac{1}{2}}}{\ln 2} \cdot A$, met:

$t_{\frac{1}{2}}$ = halveringstijd van calcium-47 = 4,54 d (Binas 25A) = $4,54 \cdot 86400 \text{ s}$ (Binas 5) = $3,923 \cdot 10^5 \text{ s}$

A = activiteit van het calcium-47 tijdens het toedienen = 2,5 MBq = $2,5 \cdot 10^6 \text{ Bq}$

zodat: $N = \frac{3,923 \cdot 10^5}{\ln 2} \cdot 2,5 \cdot 10^6 = 1,415 \cdot 10^{12}$

m_{Ca} = massa van één calcium-47 atoom =

= 46,955 · u (Binas 25A; u = atomaire massa-eenheid) =

= $46,955 \cdot 1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ (Binas 7B) = $7,797 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$

Invullen: $m = 1,415 \cdot 10^{12} \cdot 7,797 \cdot 10^{-26} = 1,1 \cdot 10^{-13} \text{ kg}$

- 8 Men wil niet dat scheef invallende straling het beeld dat de detectoren maken stoort. Door deze opstelling meet men alleen de gammastraling die verticaal uit de loodgaatjes komt. Dan correspondeert de positie van elke gammadetector met de straling van een klein stukje bot dat er recht onder ligt.

- 9 Het gedeelte van de intensiteit dat wordt doorgelaten $\frac{I}{I_0}$ volgt uit:

$$I = I_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{d}{d_{1/2}}} \quad (\text{Binas 35E3}) \Rightarrow \frac{I}{I_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{d}{d_{1/2}}}, \text{ waarin:}$$

I = intensiteit na het passeren van de tussenstof

I_0 = intensiteit aan het begin van de tussenstof

d = dikte van de tussenstof

= 4,5 cm voor het spierweefsel

= 10 cm voor de lucht

$d_{1/2}$ = halveringsdikte van de tussenstof

= 9,8 cm voor water en dus ook voor spierweefsel (Binas 28F)

= $9,1 \cdot 10^3$ cm voor lucht (Binas 28F)

$$\text{zodat: } \left(\frac{I}{I_0}\right)_{\text{spierweefsel}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{d}{d_{1/2}}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{4,5}{9,8}} = 0,727 \text{ en}$$

$$\left(\frac{I}{I_0}\right)_{\text{lucht}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{d}{d_{1/2}}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{10}{9,1 \cdot 10^3}} = 0,999$$

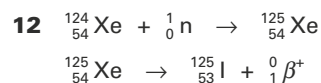
$$\text{De totale } \frac{I}{I_0} \text{ is dus: } \left(\frac{I}{I_0}\right)_{\text{spierweefsel}} \cdot \left(\frac{I}{I_0}\right)_{\text{lucht}} = 0,727 \cdot 0,999 = 0,726$$

$$\text{De correctiefactor is dus: } \frac{1}{0,726} = 1,4$$

De halveringsdikte van de lucht ($9,1 \cdot 10^3$ m) is zeer groot, dus je mag hem ook buiten beschouwing laten.

- 10 Na ongeveer 3 dagen is de activiteit van de straling ongeveer even groot als tijdens het toedienen van het calcium-47. Vanaf het begin stijgt de activiteit zelfs een beetje. Dat komt doordat het scandium-47 dat ontstaan is, blijkbaar sneller vervalt dan het calcium-47. De halvingstijd van scandium-47 is dus kleiner dan die van calcium-47.
- 11 – Een echoscopiescan geeft informatie over hoe geluid zich gedraagt in zachte weefsels. De binnenkant van botten kunnen hiermee niet in kaart worden gebracht.
– Ook de MRI-scan geeft geen informatie over botten, maar geeft een beeld van de omgeving van waterstofatomen in zachte weefsels.

Inwendige bestraling



Eerste reactie:

- Een neutron heeft massagetal 1 en lading 0, en wordt dus weergegeven als ${}_0^1\text{n}$
- Het atoomnummer van Xe-124 is 54 (Binas 25A, 40A of 99)
- Links en rechts van de $\rightarrow$ moet de som van de atoomnummers gelijk zijn, dus het atoomnummer van het reactieproduct is $54 + 0 = 54$. Dit element is dus ook xenon.
- Links en rechts van de $\rightarrow$ moet de som van de massagetallen gelijk zijn, dus het massagetal van het reactieproduct is $124 + 1 = 125$

Tweede reactie:

- I-125 heeft atoomnummer 53 en massagetal 125 (Binas 25A, 40A of 99)
- Xe-125 heeft atoomnummer 54 en massagetal 125 (zie eerste reactie)
- Links en rechts van de $\rightarrow$ moet de som van de atoomnummers gelijk zijn, dus het atoomnummer van het gevormde deeltje is $54 - 53 = 1$
- Links en rechts van de $\rightarrow$ moet de som van de massagetallen gelijk zijn, dus het massagetal van het gevormde deeltje is $125 - 125 = 0$
- Een deeltje met atoomnummer 1 en massagetal 0 is een positron. Dit wordt weergegeven als ${}_1^0\beta^+$ of ${}_1^0e^+$

- 13 We berekenen de massa m met: $m = N_0 \cdot m_1$, waarin:
 N_0 = aantal kernen I-125 in één naaldje tijdens de productie. Hiervoor geldt:

$$N = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_{1/2}}} \quad (\text{Binas 35E3}) \Rightarrow N_0 = \frac{N}{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_{1/2}}}}, \text{ met:}$$

N = aantal kernen dat in een naaldje aanwezig is tijdens de operatie.

$$\text{Hiervoor geldt: } A = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot N \quad (\text{Binas 35E3}) \Rightarrow N = \frac{A \cdot t_{1/2}}{\ln 2}, \text{ met:}$$

A = activiteit van een naaldje tijdens de operatie = 17 MBq = $17 \cdot 10^6$ Bq

$t_{1/2}$ = halveringstijd van I-125 = 59 d (Binas 25A) = $59 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60$ s = $5,10 \cdot 10^6$ s

$$\text{zodat: } N = \frac{17 \cdot 10^6 \cdot 5,10 \cdot 10^6}{0,693} = 1,25 \cdot 10^{14}$$

t = tijd tussen de productie van het naaldje en de operatie = 10 d

$t_{1/2}$ = halveringstijd van I-125 = 59 d (Binas 25A)

$$\text{zodat: } N_0 = \frac{1,25 \cdot 10^{14}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{10}{59}}} = 1,41 \cdot 10^{14}$$

m_1 = massa van een kern I-125 = 125 u (Binas 25A) = $125 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg (Binas 7B) = $2,08 \cdot 10^{-25}$ kg

Invullen: $m = 1,41 \cdot 10^{14} \cdot 2,08 \cdot 10^{-25} = 2,9 \cdot 10^{-11}$ kg

- 14 In de grafiek is te zien dat de opgebouwde dosis steeds langzamer toeneemt. Dat betekent dat er steeds minder kernen per seconde vervallen $\Rightarrow$ de activiteit neemt af $\Rightarrow$ Loes heeft ongelijk.

Na 350 dagen is de grafiek nagenoeg horizontaal geworden. Dat betekent dat er bijna geen kernen meer vervallen $\Rightarrow$ Theo heeft gelijk.

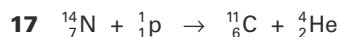
- 15 In de buurt van de naaldjes zijn de isodoselijnen grillig: het maakt daar veel verschil of je de dosis vlakbij een naaldje of tussen twee naaldjes in meet. Verder van de naaldjes af wordt de dosis door alle naaldjes samen bepaald, en is de exacte locatie waar je meet dus minder belangrijk voor de hoogte van de dosis.

16 Zie de ingevulde uitwerkbijlage.

naam	uitspraak	gelijk	ongelijk
Erik	zegt dat de stralingsintensiteit van binnen naar buiten afneemt zowel vanwege de kwadratenwet als door absorptie in het weefsel.	X	
Myrthe	stelt dat de niet-geabsorbeerde fotonen geen schade aan de tumor toebrengen.	X	
Frank	zegt dat de tumor nog steeds radioactief is ten gevolge van I-125, ook als dat helemaal vervallen is.		X

- Erik heeft gelijk: de kwadratenwet zorgt ervoor dat de uitgezonden straling over een steeds grotere hoeveelheid weefsel moet worden verdeeld, en absorptie zorgt ervoor dat er naar buiten toe steeds minder straling over is.
- Myrthe heeft gelijk: niet-geabsorbeerde fotonen zullen het weefsel verlaten, en hebben onderweg geen interactie met het weefsel.
- Frank heeft ongelijk: als alle I-125 is vervallen, is er geen radioactief jodium meer aanwezig, en kan dat dus ook geen straling meer uitzenden.

PET-scan



- stikstof (N) heeft atoomnummer 7 $\Rightarrow {}^{14}_7\text{N}$ (Binas 40A, 25A of 99)
- N-14 vangt een proton in $\Rightarrow$ N-14 en een proton ${}^1_1\text{p}$ staan vóór de pijl
- koolstof (C) heeft atoomnummer 6 (Binas 40A, 25A of 99)
- de som van de atoomnummers moet links en rechts van de pijl gelijk zijn $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ het atoomnummer van het element dat ontstaat is $(7 + 1) - 6 = 2$;
 dat is het element helium (He) (Binas 25A of 99)
- de som van de massagetallen moet links en rechts van de pijl gelijk zijn $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ het massagetel van de heliumkern is $(14 + 1) - 11 = 4$

18 Het grootste tijdsverschil ontstaat als de gebeurtenis optreedt aan de rand van het hoofd. We berekenen de orde van grootte van de tijdsduur Δt met:

$$s = v \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{s}{v} \quad (\text{Binas 35A1}), \text{ waarin:}$$

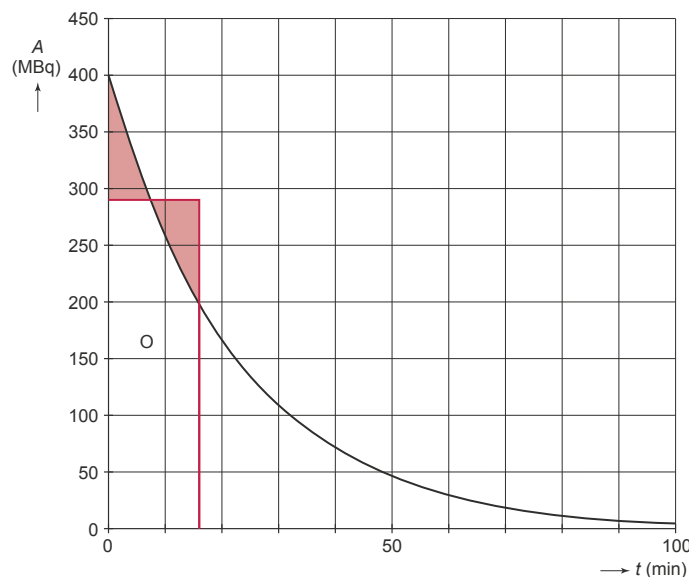
s = diameter van een mensenhoofd; we schatten deze op 20 cm = 0,2 m

v = snelheid van de fotonen = lichtsnelheid = $3,0 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ (Binas 7A)

$$\text{Invullen: } \Delta t = \frac{0,2}{3,0 \cdot 10^8} = 0,7 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

De orde van grootte van de tijdsduur Δt is dus $1,0 \cdot 10^{-9} \text{ s}$

19 Zie de tekening.



We bepalen de stralingsdosis D met: $D = \frac{E}{m}$ (Binas 35E3), waarin:
 E = totaal geabsorbeerde energie

Er geldt: $E = N \cdot E_p$, met:

N = totaal aantal vrijkomende positronen =

= de oppervlakte onder de grafiek van de tekening.

Bij de afname van de activiteit van 400 tot 200 MBq komen evenveel positronen vrij als bij de afname van 200 tot 0 MBq.

De oppervlakte onder de grafiek gedurende de eerste halveringstijd schatten we af met het oppervlakte van de rechthoek O.

Dit geeft $290 \text{ MBq} \cdot (16 \cdot 60) \text{ s} = 290 \cdot 10^6 \cdot 960 = 2,8 \cdot 10^{11}$

De totale oppervlakte onder de grafiek = $2 \cdot 2,8 \cdot 10^{11} = 5,6 \cdot 10^{11} \Rightarrow$
 $\Rightarrow N = 5,6 \cdot 10^{11}$

E_p = gemiddeld geabsorbeerde energie per positron = $0,4 \text{ MeV} = 0,4 \cdot 10^6 \text{ eV} =$
 $= 0,4 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ (Binas 5) = $6,4 \cdot 10^{-14} \text{ J}$

zodat: $E = 5,6 \cdot 10^{11} \cdot 6,4 \cdot 10^{-14} = 3,58 \cdot 10^{-2} \text{ J}$

m = massa van de hersenen = 1,5 kg

$$\text{Invullen: } D = \frac{3,58 \cdot 10^{-2}}{1,5} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ Gy}$$

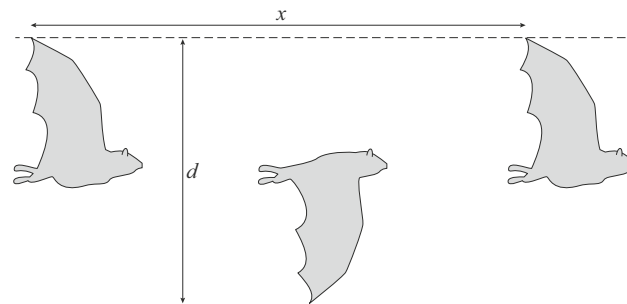
- 20 – Het maken van een röntgenfoto berust op de eigenschap dat de straling door verschillende soorten weefsel meer of minder ver zal doordringen (Binas 29: registratieprincipe is verzwakking van röntgenstraling). Dit levert een beeld waarop weefsels met verschillende dichtheden zijn te onderscheiden. Op een röntgenfoto worden geen fijne details zichtbaar, dus deze techniek is niet geschikt voor het vaststellen van de ziekte van Alzheimer.
- Met echografie kan een beeld gemaakt worden van zacht weefsel van een patiënt. Maar met echografie kan men niet door de schedel van een mens heen kijken (Binas 29: registratieprincipe is reflectie van ultrageluid), dus ook deze techniek is niet geschikt voor het vaststellen van de ziekte van Alzheimer.

4 Kracht en beweging (domein C1)

Vliegen

Vogels en vleermuizen, maar ook insecten, bewegen zich voort door hun vleugels op en neer te bewegen. De **verticale** afstand tussen de uiterste standen van de vleugeltippen noemen we de slag grootte d . De afstand die **horizontaal** bij een volledige op- en neergaande beweging wordt afgelegd, noemen we x . In figuur 1 zijn deze grootheden aangegeven.

figuur 1



De verhouding $\frac{d}{x}$ wordt het getal van Strouhal (St) genoemd.

Uit biomechanisch onderzoek blijkt dat voor zeer uiteenlopende vliegende dieren geldt: $St = 0,30$. Het getal van Strouhal is een voorbeeld van een dimensieloze grootheid. Een dimensieloze grootheid heeft geen eenheid.

Het getal van Strouhal kan in de praktijk berekend worden met:

$$St = \frac{f \cdot d}{v} \quad (1)$$

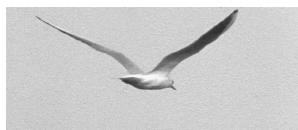
Hierin is:

- St het getal van Strouhal;
- f de slagfrequentie in Hz;
- d de slag grootte in m;
- v de vliegsnelheid in m s^{-1} .

- 1 Laat zien dat uit formule (1) volgt: $St = \frac{d}{x}$.

Het is mogelijk om uit enkele foto's van een vogel in de lucht zijn snelheid te bepalen. Figuren 2a, b en c zijn opnames van een zilvermeeuw met de vleugels in de hoogste stand, de evenwichtsstand en de laagste stand van één slagbeweging. De opnames hebben dezelfde schaal en zijn met een tussentijd van 40 ms gemaakt. De spanwijdte is 1,4 m.

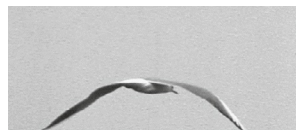
figuur 2a



figuur 2b



figuur 2c



- 2 Bepaal uit figuur 2 de vliegsnelheid van deze zilvermeeuw. Je mag aannemen dat de vogel recht van achteren gefotografeerd is.

De vliegbeweging van twee verschillende vogels wordt vergeleken. Beide vogels hebben bij $x = 0$ m de vleugeltip in de laagste stand.

Op de uitwerkbijlage is de verticale uitwijking van de vleugeltip van vogel 1 als functie van de horizontale afstand x weergegeven. In de figuur is tussen de oorsprong (O) en de hoogste vleugelstand (A) een rechte stippellijn getrokken.

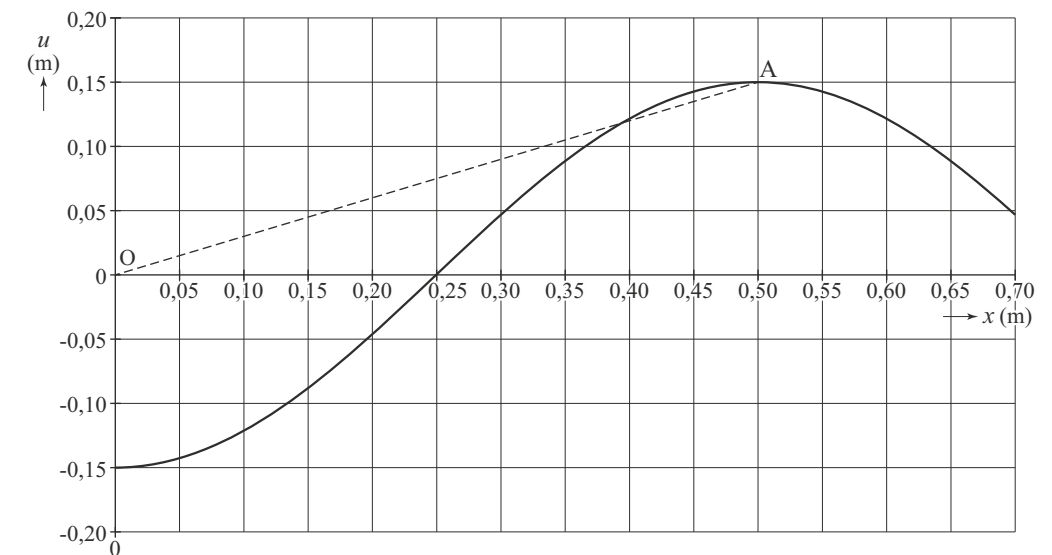
Vogel 1 bereikt zijn uiterste vleugelstand (A) bij $x = 0,50$ m.

Vogel 2 is groter en bereikt zijn uiterste stand (B) bij $x = 0,60$ m.

- 3 Voer de volgende opdrachten uit:

- Leg uit dat de steilheid van OA gelijk is aan het getal van Strouhal St .
- Teken in de figuur op de uitwerkbijlage punt B.
- Bepaal de slag grootte van vogel 2.

uitwerkbijlage bij vraag 3



‘Indoor Skydive’

Lees onderstaand artikel.

Iedereen kan vliegen!
Bij Roosendaal bevindt zich ‘Indoor Skydive’. In deze attractie ervaar je het gevoel van een ‘vrije val’, zonder uit een vliegtuig te springen. Je zweeft in een windtunnel in een verticale luchtstroom die een snelheid van maximaal 240 km h^{-1} kan hebben. Door je armen en benen in een iets andere positie te brengen, kun je je in de tunnel omhoog of omlaag bewegen.



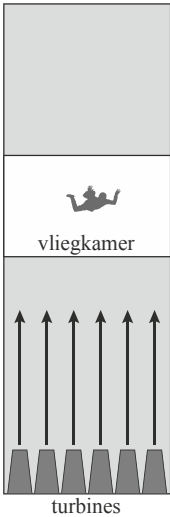
In figuur 1 staat de cilindrische toren van Indoor Skydive schematisch weergegeven. Onder in de toren bevinden zich de turbines. Dit zijn ventilatoren die de lucht omhoog blazen.

In tabel 1 staan een aantal gegevens van Indoor Skydive.

tabel 1

tunnelhoogte	23,5 m
doorsnede vliegkamer	$14,6\text{ m}^2$
maximale lichtsnelheid	240 km h^{-1}
maximale luchtstroom	$3,5 \cdot 10^6\text{ m}^3\text{ h}^{-1}$
spanning over elke turbine	400 V
maximaal elektrisch vermogen van één turbine	0,50 MW
aantal turbines	12

figuur 1



De luchtstroom geeft aan hoeveel volume aan lucht er per tijdseenheid een doorsnede van de vliegkamer passeert.

- 4 Toon aan dat de lichtsnelheid 240 km h^{-1} bedraagt als er sprake is van de maximale luchtstroom.

De luchtstroom op de skydiver veroorzaakt een luchtweerstandskracht.

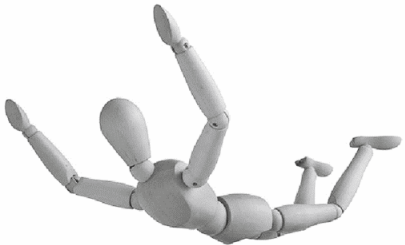
Een skydiver (massa 70 kg) houdt zijn lichaam zoveel mogelijk in de stand zoals schematisch weergegeven in figuur 2.
Hij maakt van zijn lichaam een soort kommetje.
In dat geval geldt: $C_w = 0,50$.
Een technicus van Indoor Skydive stelt de lichtsnelheid zó in dat de skydiver stil hangt.

- 5 Bereken die lichtsnelheid. Maak daarvoor een schatting van de frontale oppervlakte van de skydiver.

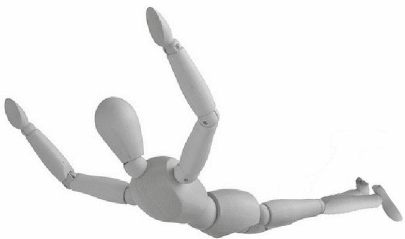
Om in de vliegkamer te manoeuvreren kan de skydiver zijn armen en benen in een andere stand brengen.
Op een bepaald moment strekt de skydiver zijn benen uit, zoals weergegeven in figuur 3.

- 6 Leg uit of de skydiver dan omhoog of omlaag zal bewegen.

figuur 2



figuur 3



Ukelele-II

Een ukelele is een klein formaat gitaar met vier snaren. Zie figuur 1.
Daarin is aangegeven tussen welke twee punten de snaren trillen.

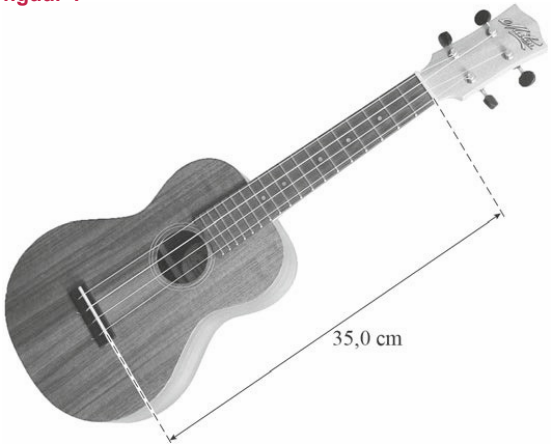
De snaren hebben een verschillende dikte, en zijn allemaal gemaakt van nylon. De lengte van een snaar op een ukelele bedraagt $35,0\text{ cm}$. Zie figuur 1.

Camiel vraagt zich af hoe groot de spankracht in een snaar van de ukelele is.

Om hier achter te komen, bevestigt hij een krachtmeter aan het midden van een snaar. Als hij de snaar over een afstand van $1,0\text{ cm}$ omhoogtrekt, geeft de krachtmeter $3,8\text{ N}$ aan. Deze situatie is schematisch weergegeven op de uitwerkbijlage.

Deze figuur is niet op schaal. Als deze figuur op schaal zou zijn, zou een constructie geen nauwkeurige resultaten opleveren.

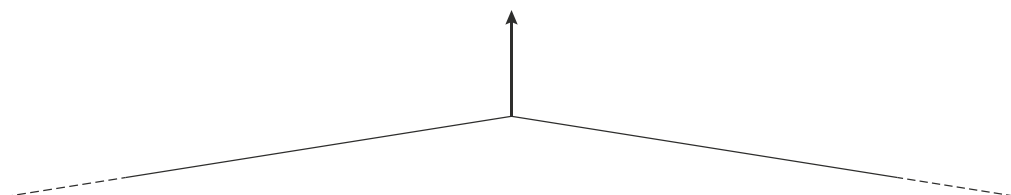
figuur 1



7 Voer de volgende opdrachten uit:

- **Teken** in de figuur op de uitwerkbijlage de vectorpijl(en) van de spankracht in de snaar op het punt waar de krachtmeter aangrijpt.
- **Bereken** vervolgens de spankracht in deze situatie.

uitwerkbijlage bij vraag 7

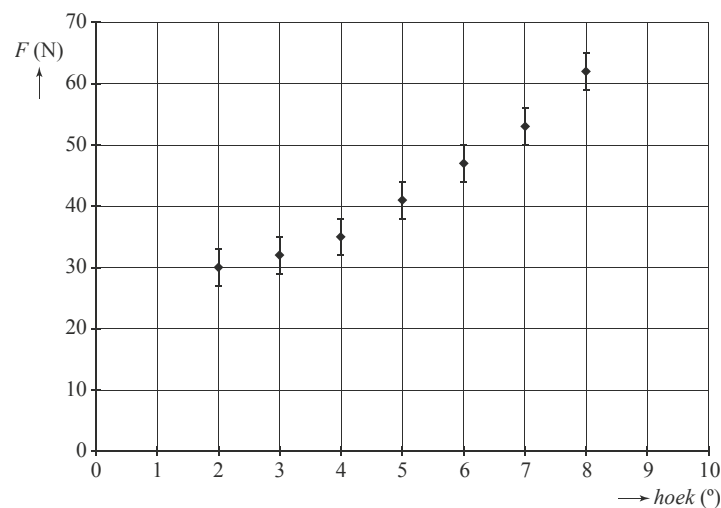


Camiel herhaalt zijn meting waarbij hij de snaar steeds verder optrekt en berekent iedere keer de spankracht. Van die resultaten maakt hij een grafiek waarin hij de hoek van de snaar met de horizontaal uitzet tegen de spankracht. Deze grafiek staat weergegeven op de uitwerkbijlage.

8 Voer de volgende opdrachten uit:

- Geef de reden dat de grafiek niet door de oorsprong gaat.
- Bepaal de spankracht in de snaar als er niet aan getrokken wordt.

uitwerkbijlage bij vraag 8



Skydiver

In attractiepark Walibi Holland staat de attractie 'Skydiver'. De Skydiver bestaat uit twee masten (A en B). Zie figuur 1.

Bij de start staan de passagiers recht onder de top van mast A.

Eén kabel loopt naar de top van mast A.

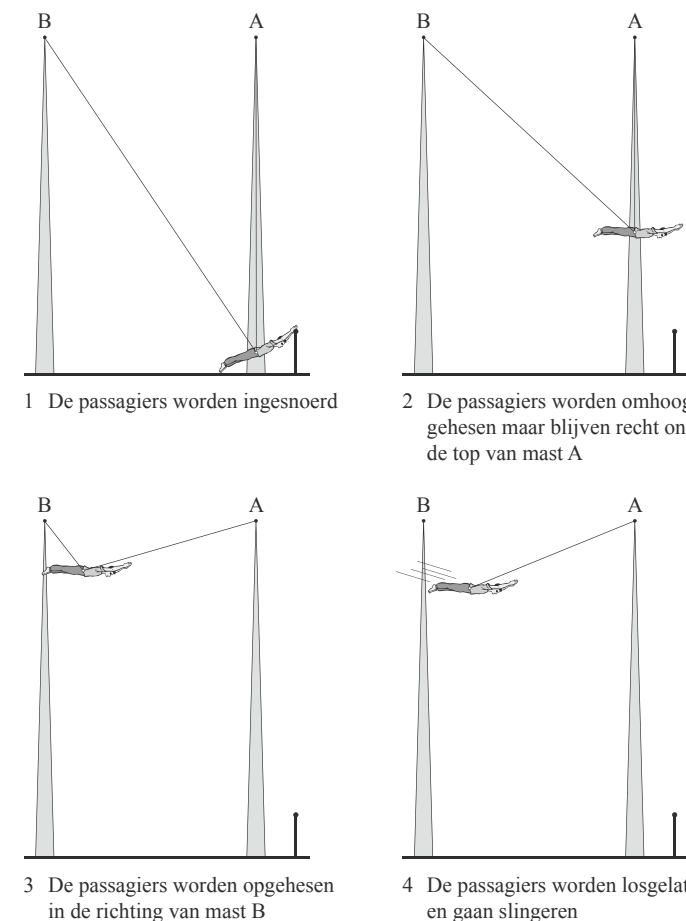
Een andere kabel loopt naar de top van mast B.

In figuur 2 zijn verschillende stappen schematisch weergegeven.

figuur 1

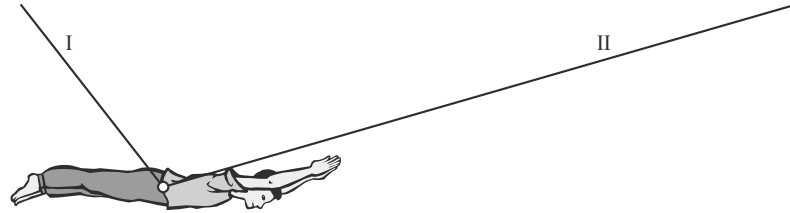


figuur 2



In figuur 3 is de situatie getekend waarin drie passagiers met een totale massa van 200 kg zijn opgehesen tot het hoogste punt. De massa van de kabels is hierbij verwaarloosd.

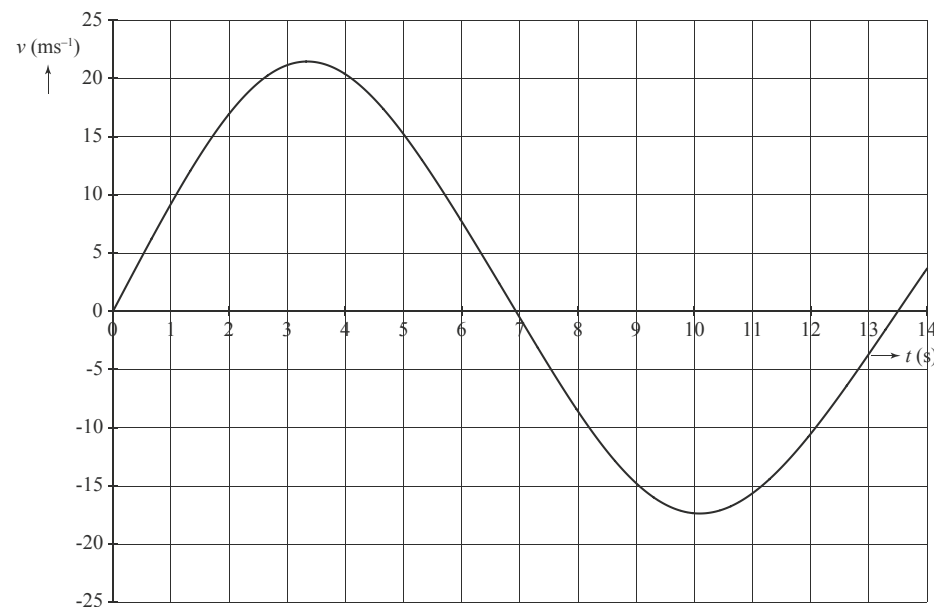
figuur 3



- 9 Bepaal door een constructie in figuur 3 de grootte van de spankrachten in de kabels I en II.

De passagiers worden losgelaten en gaan slingeren. In figuur 4 is het (v,t) -diagram van de eerste volledige slinging weergegeven.

figuur 4



- 10 Laat zien of bij deze beweging de wrijvingskrachten verwaarloosbaar zijn. Bepaal daarvoor de afstand die de passagiers afleggen in de heengaande beweging en de afstand die ze in de teruggaande beweging afleggen.

Nuna-4

De Nederlandse zonneauto Nuna-4 heeft de World Solar Challenge dwars door Australië gewonnen. Voor de vierde keer won een team van studenten van de TU Delft deze wedstrijd voor auto's op zonnecellen.



Voor de berekeningen in deze opgave gaan we er steeds van uit dat Nuna-4 op een vlakke weg rijdt.

Nuna-4 legde de afstand Darwin-Adelaide, 3021 km, af in 29 uur en 11 minuten.

- 11 Bereken de gemiddelde snelheid van Nuna-4 in km h^{-1} .

Om zo snel mogelijk te kunnen rijden is een aantal kenmerken in het ontwerp van Nuna-4 belangrijk.

- 12 Noem drie van deze kenmerken.

Tijdens de race reed Nuna-4 enige tijd met zijn topsnelheid van 140 km h^{-1} .

De rolwrijving op Nuna-4 is verwaarloosbaar klein.

- 13 Leg uit dat bij het rijden op topsnelheid geldt dat de motorkracht gelijk is aan de luchtweerstandskracht.

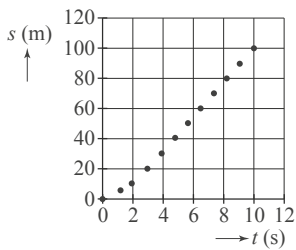
Sprint

Kimberley en Jenneke maken met behulp van een video-opname een (s,t) -diagram van een sprint van Carl Lewis over 100 meter. Zie de figuren 1 en 2. Figuur 2 staat vergroot weergegeven op de uitwerkbijlage.

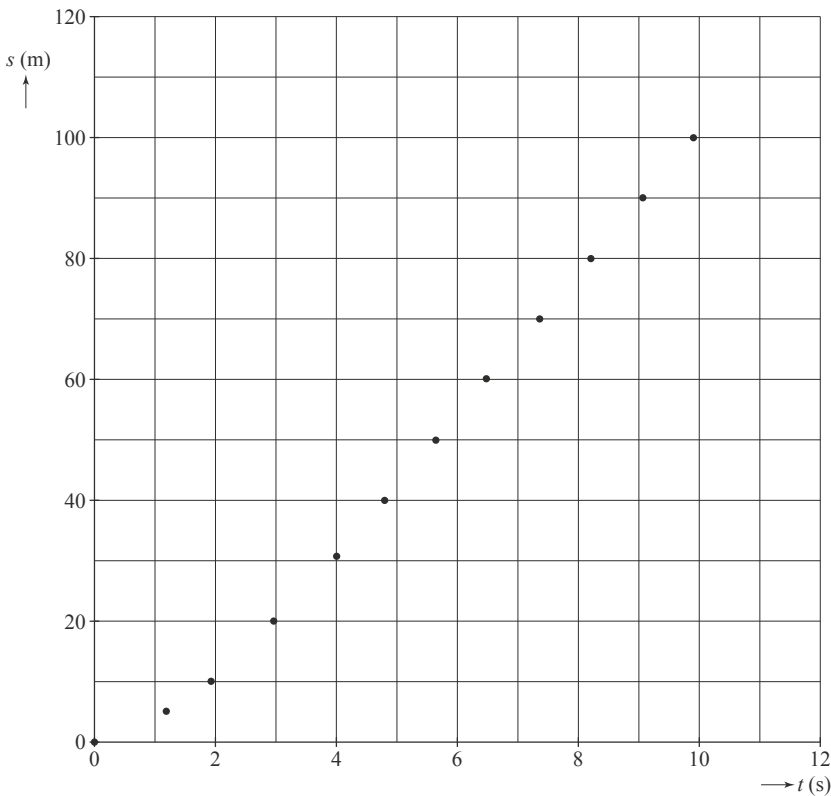
figuur 1



figuur 2



uitwerkbijlage bij vraag 14 en 16



Over het deel van de race vanaf $t = 4,0$ s trekken Kimberley en Jenneke de volgende conclusies:

- Vanaf $t = 4,0$ s is de snelheid van Lewis constant.
- Deze snelheid is gelijk aan $11,7 \text{ m s}^{-1}$.

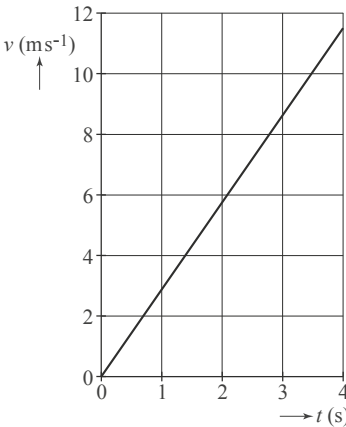
14 Laat zien met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage dat beide conclusies juist zijn.

Kimberley en Jenneke onderzoeken nu het begin van de race. Ze hebben elk een hypothese over de eerste 4 seconden.

Kimberley	Hypothese 1	“Lewis leverde in de eerste 4 s een constante kracht.”
Jenneke	Hypothese 2	“Lewis leverde in de eerste 4 s een constant vermogen.”

In het (v,t) -diagram van figuur 3 staat gegeven hoe de snelheid zou verlopen als hypothese 1 van Kimberley klopt, uitgaande van de snelheid op $t = 4,0$ s. De massa van Carl Lewis bedraagt 80 kg .

figuur 3



- 15 Bepaal de grootte van de kracht die Kimberley in haar model heeft gebruikt. Neem aan dat de wrijvingskrachten verwaarloosd mogen worden.
- 16 Laat zien dat figuur 3 en figuur 2 (zie uitwerkbijlage) niet met elkaar in overeenstemming zijn.

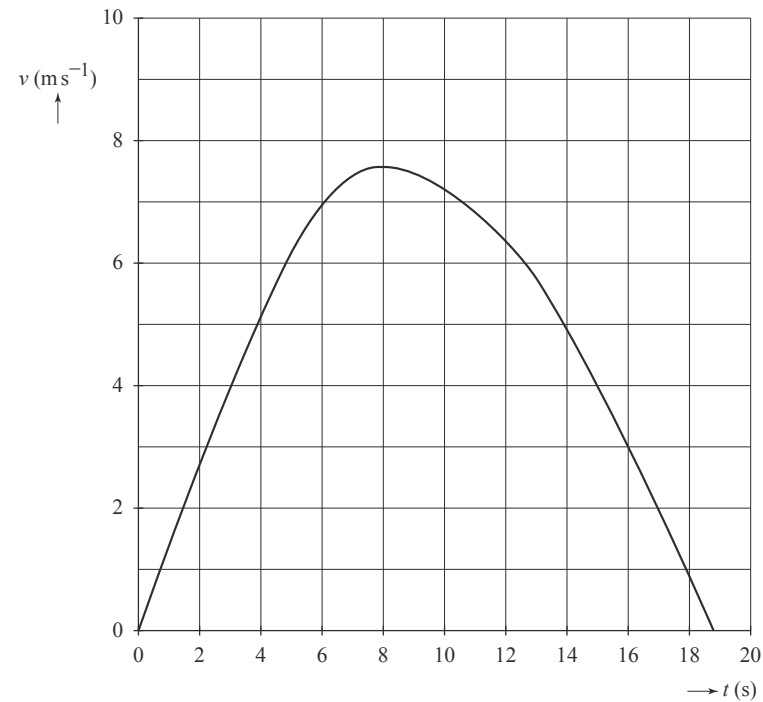
Trekkertrek

Bij trekkertrek (ook wel **tractor pulling** genoemd) moet een tractor een sleepwagen voorttrekken die opzettelijk een grote wrijvingskracht ondervindt: de voorkant van de wagen heeft geen wielen, maar sleept over de grond. Tijdens het rijden schuift een zwaar ballastblok op de sleepwagen naar voren. Zo neemt de wrijvingskracht toe, waardoor de tractor met sleepwagen afgeremd wordt en tot stilstand komt. Het doel van trekkertrek is om een zo groot mogelijke afstand af te leggen. Als deze afstand 100 meter of meer is, is er sprake van een ‘full pull’. Figuur 2 toont het (v,t) -diagram van een deelnemer.

figuur 1



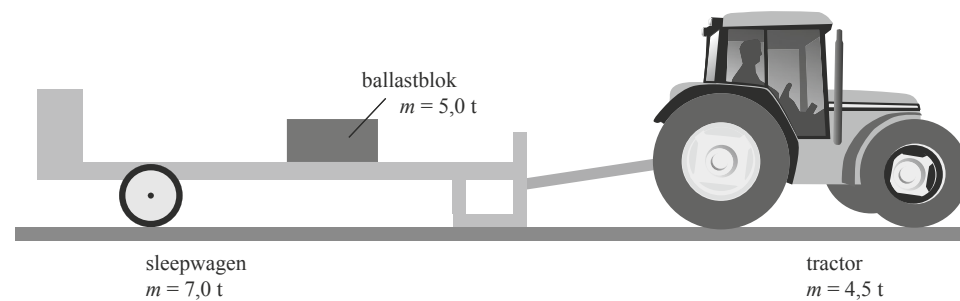
figuur 2



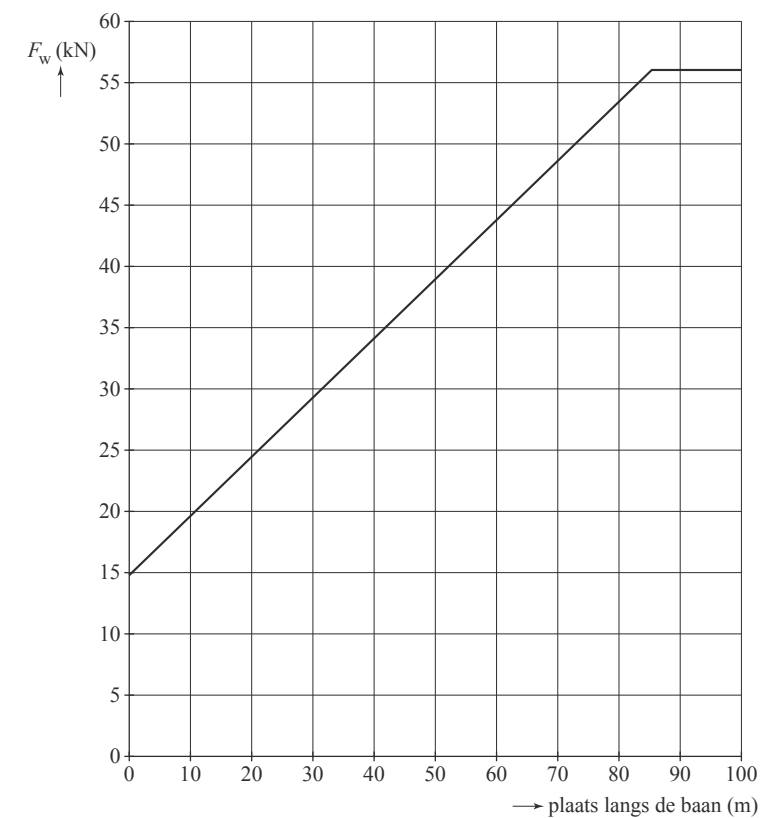
- 17 Ga na met behulp van figuur 2 of deze poging een 'full pull' opleverde.

De tractor en de sleepwagen zijn schematisch getekend in figuur 3. Daarbij zijn de massa's van de tractor, de sleepwagen en het ballastblok vermeld. De massa is uitgedrukt in ton.

figuur 3



figuur 4



In figuur 4 is in een diagram het verloop van de wrijvingskracht op de sleepwagen weergegeven als de wagen de volledige afstand van 100 m zou afleggen ('full pull'). De bestuurder moet erop letten dat de achterwielen van de tractor niet gaan 'spinnen'. Daarbij draaien de wielen snel rond en vliegt veel zand weg. Dat gebeurt als de motor té veel kracht op de wielen uitoefent.

Een vuistregel voor de optimale trekkraft die de tractor zou moeten leveren is:

'De trekkraft is gelijk aan het eigen gewicht (in Newton) van de tractor.'

- 18 Ga na of de trekkraft van de tractor tijdens de eerste paar seconden aan de vuistregel voldoet. Bepaal hiertoe de trekkraft bij de start.

Jelle en Tjerk discussiëren over het spinnen.

Jelle zegt dat bij spinnen de wielen geen grip hebben op de grond, waardoor de bodem minder kracht op de wielen uitoefent.

Tjerk zegt, dat (daardoor) bij spinnen de derde Wet van Newton niet geldt.

- 19 Leg voor beide uitspraken uit of ze juist zijn.

De wedstrijden worden ingedeeld in gewichtsklassen. In het technisch reglement van een trekkertrekvereniging staat tabel 1.

Een tractor die lichter is dan de gewichtsgrens, mag door ballast zwaarder gemaakt worden tot het maximale gewicht.

- 20 Geef één voordeel en één nadeel van het zwaarder maken van de tractor.

tabel 1

klasse	maximaal gewicht	maximaal vermogen	
	(kg)	(kW)	(pk)
1	2800	48	65
2	3500	63	80
3	4500	81	105
4	5500	103	130
5	7000	132	160

Een sprong bij volleybal

Bij volleybal springt een speler vaak uit stand recht omhoog. Zie figuur 1.

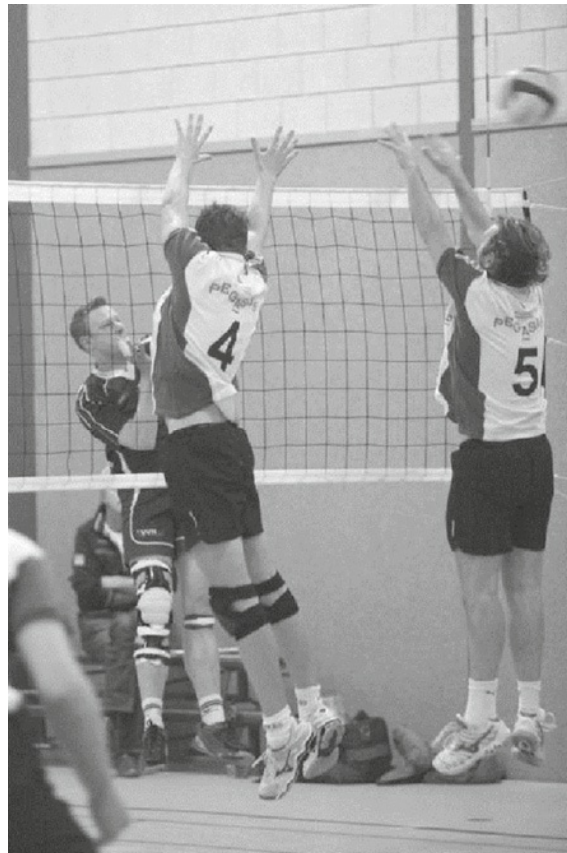
De verticale snelheid van het zwaartepunt van een volleyballer tijdens de afzet en de daaropvolgende beweging los van de grond is weergegeven in figuur 2.

Tijdens de sprong zijn de 'afzetkracht' en de zwaartekracht van belang. De afzetkracht is de kracht van de grond op de volleyballer tijdens de afzet.

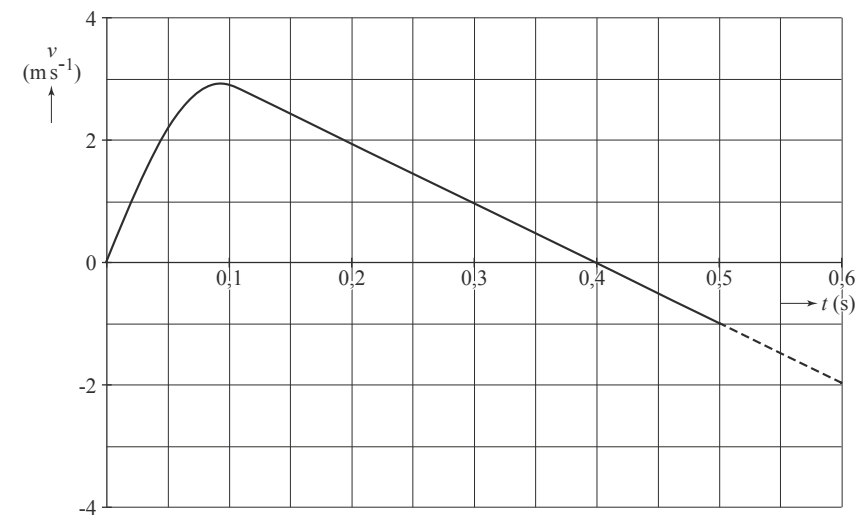
We verwaarlozen in deze opgave de luchtweerstand. De volleyballer heeft een massa van 75 kg.

- 21 Bepaal met behulp van figuur 2 de maximale afzetkracht op de volleyballer.

figuur 1



figuur 2

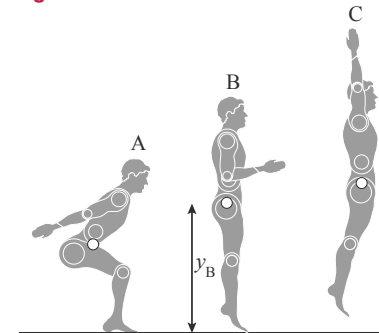


- 22 Bepaal met behulp van figuur 2 het hoogteverschil van het zwaartepunt van de volleyballer tussen het begin van de afzet en het hoogste punt.

Bij de studie bewegingswetenschappen wordt zo'n verticale sprong bestudeerd. Daarbij wordt een computermodel gebruikt van een andere sprong dan de sprong van figuur 2.

Een sprong bestaat uit een afzet en een beweging los van de grond. Drie momenten van een sprong staan in figuur 3 weergegeven. Figuur 3 is niet op schaal

figuur 3



- In positie A is de springer maximaal door zijn knieën gezakt. Dit noemen we het begin van de sprong.
- In positie B komt de springer los van de grond.
- In positie C bevindt de springer zich in het hoogste punt.

Het afzetten wordt vergeleken met het ontspannen van een gespannen veer. Daarbij geldt voor de grootte van de afzetkracht:

$$F_{\text{afzet}} = Cu = C(y_B - y).$$

Hierin is:

- C de veerconstante,
- u de uitwijking vanaf de evenwichtsstand,
- y de hoogte van het zwaartepunt boven de grond,
- y_B de hoogte van het zwaartepunt op het moment dat de springer loskomt van de grond.

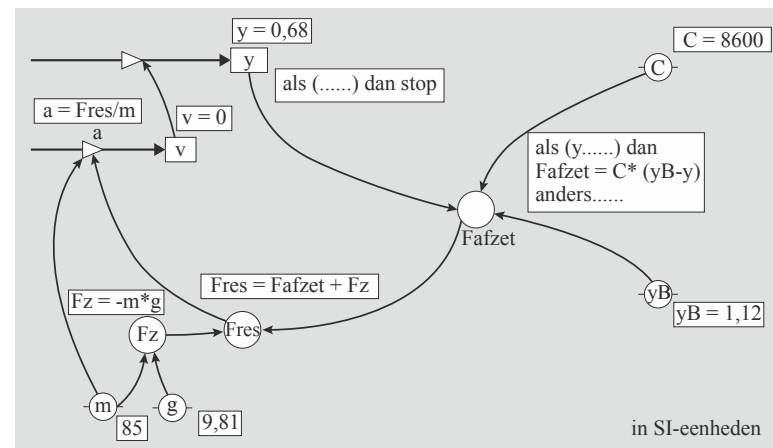
Het computermodel is op twee manieren weergegeven in de figuren 4a en 4b. Je kunt één van de twee manieren kiezen.

In elk model zijn drie regels opengelaten.

figuur 4a

model	startwaarden (in SI-eenheden)
$F_z = -m \cdot g$	$t = 0$
als (y.....) dan	$dt = 0,001$
$F_{\text{afzet}} = C \cdot (y_B - y)$	
anders	$y = 0,68$
.....	$v = 0$
eindals	$m = 85$
$F_{\text{res}} = F_{\text{afzet}} + F_z$	$g = 9,81$
$a = F_{\text{res}} / m$	$C = 8600$
$v = v + a \cdot dt$	$y_B = 1,12$
$y = y + v \cdot dt$	
$t = t + dt$	
als (.....) dan stop	
eindals	

figuur 4b



Het model moet aan de volgende eisen voldoen:

- De afzetkracht wordt voor alle waarden van y correct beschreven.
- Op het hoogste punt (positie C in figuur 3) stopt het model.

- 23 Vul in figuur 4a of 4b het model zo aan dat aan bovenstaande eisen wordt voldaan. (Kies één van de twee manieren.)

Hints bij hoofdstuk 4

- 1 Wat is het verband tussen de periode T en de frequentie f ?
- 2 Bereken eerst de tijdsduur van één volledige op- en neergaande vleugelbeweging.
- 3 – Druk de steilheid van de lijn OA uit in d en x .
– Gebruik het getal van Strouhal.
– Hoe vind je uit de uitwerkbijlage de slaggrootte van vogel 1?
- 4 $V = A \cdot \ell$.
- 5 Er is evenwicht, dus de som van de krachten is nul.
- 6 Bij het strekken van de benen neemt de frontale oppervlakte toe.
- 7 Maak gebruik van een parallellogram-constructie.
- 8 Teken een vloeiende lijn door de meetpunten.
- 9 De drie krachten die op de passagiers werken, houden elkaar in evenwicht.
- 10 Hoe bepaal je uit een (v,t) -diagram de afgelegde weg?
- 11 Druk de tijd t uit in uren.
- 12 Denk aan wrijving en aan rendement.
- 13 Welke krachten werken er in de horizontale richting?
- 14 Wat betekent een rechte lijn in een (s,t) -diagram voor de snelheid?
- 15 Welk verband is er tussen F , m en a ?
- 16 Welke betekenis heeft de oppervlakte onder een (v,t) -diagram?
- 17 Hoe vind je de afgelegde weg uit een (v,t) -diagram?
- 18 Hoe vind je de versnelling uit een (v,t) -diagram?
- 19 Wat gebeurt er met de kracht die de banden op de grond uitoefenen bij het slippen?
- 20 Wat gebeurt er met de grip en wat met de versnelling?
- 21 Hoe bepaal je de versnelling uit een (v,t) -diagram?
- 22 Op welk tijdstip bevindt het zwaartepunt zich in het hoogste punt?
- 23 Voor welke waarden van y is de springer nog niet los van de grond?

Uitwerkingen bij hoofdstuk 4

Vliegen

1 Er geldt: $St = \frac{f \cdot d}{v} = \frac{d}{v \cdot T} = \frac{d}{x}$

x is de afstand die de vogel aflegt in één volledige op- en neergaande beweging van de vleugels. Er geldt dus: $x = v \cdot t = v \cdot T$, waarin T de tijdsduur is van die volledige op- en neergaande beweging, dus $T = \frac{1}{f}$.

2 De vliegsnelheid v van de zilvermeeuw volgt uit:

$$St = \frac{d}{x} = \frac{d}{v \cdot T} \Rightarrow v = \frac{d}{St \cdot T}, \text{ waarin:}$$

St = getal van Strouhal = 0,30

d = slaggrootte = hoogteverschil tussen het hoogste punt en het laagste punt van de vleugeltippen. Vergelijking van figuur 2a en 2c laat zien dat d de hoogte van het plaatje is maal de schaalfactor $\Rightarrow d = 1,6 \text{ cm} \cdot \text{schaalfactor}$.

De schaalfactor laat zich makkelijk bepalen uit figuur 2b.

De werkelijke spanwijdte van de zilvermeeuw is $1,40 \text{ m} = 140 \text{ cm}$.

In figuur 2b is dat $3,9 \text{ cm} \Rightarrow \text{schaalfactor} = \frac{140}{3,9} = 35,90$

zodat: $d = 1,6 \text{ cm} \cdot 35,90 = 57,4 \text{ cm} = 0,574 \text{ m}$

x = afstand die de vogel aflegt in een tijdsduur T

T = periode van de vleugelslag = tijdsduur van één volledige op- en neergaande beweging = $4 \cdot 40 \text{ ms} = 160 \text{ ms} = 160 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

Het verschil in tijd tussen figuur 2a, 2b en 2c is steeds $\frac{1}{4} \cdot T$.

$$\text{Invullen: } v = \frac{d}{St \cdot T} = \frac{0,574}{0,30 \cdot 160 \cdot 10^{-3}} = 12 \text{ m s}^{-1}$$

3 – De uiterste vleugelstand in punt A is de helft van de slaggrootte = $\frac{1}{2} \cdot d$

In figuur 3 gaan de vleugeltippen van de laagste naar de hoogste stand, dus de horizontale verplaatsing in A = $\frac{1}{2} \cdot x$

De steilheid van de lijn OA is dus inderdaad $\frac{\frac{1}{2} \cdot d}{\frac{1}{2} \cdot x} = \frac{d}{x} = St \quad (= \frac{0,15}{0,50} = 0,30)$

– Zie de tekening.

Beide vogels hebben dezelfde waarde van het getal van Strouhal (= 0,30).

Dus de lijn OB voor de grotere vogel heeft dezelfde steilheid.

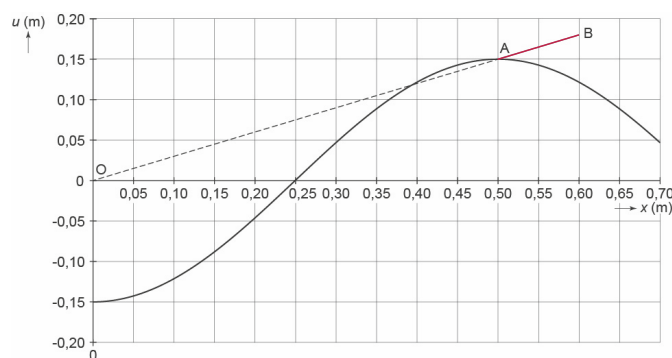
Verleng dus de stippellijn OA. B ligt op het verlengde van OA voor $x_B = 0,60 \text{ m}$.

– Voor de uiterste vleugelstand van vogel 2 (punt B) geldt:

$$\frac{1}{2} \cdot d_2 = 0,18 \text{ m (afgelezen in de tekening)} \Rightarrow \text{de slaggrootte } d_2 = 2 \cdot 0,18 = 0,36 \text{ m}$$

d_2 is natuurlijk ook te berekenen uit:

$$St = \frac{d_B}{x_B} = 0,30$$



'Indoor Skydive'

4 Zie de tekening.

De luchtstroom Q is het volume V van de lucht die per tijdseenheid een doorsnede A van de vliegkamer passeert $\Rightarrow$

$$\Rightarrow Q = \frac{V}{t} = \frac{A \cdot \ell}{t} = A \cdot v \quad (\text{Binas 35A1}) \Rightarrow v = \frac{Q}{A}, \text{ waarin:}$$

$$Q = \text{maximale luchtstroom} = 3,5 \cdot 10^6 \text{ m}^3 \text{ h}^{-1} \quad (\text{zie tabel 1}) = \frac{3,5 \cdot 10^6 \text{ m}^3}{3600 \text{ s}} = 9,72 \cdot 10^2 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

V = volume van de lucht die per seconde een doorsnede van de vliegkamer passeert

t = tijdsduur = 1,00 s

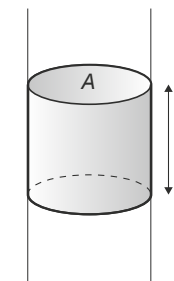
A = doorsnede van de vliegkamer = $14,6 \text{ m}^2$ (zie tabel 1)

ℓ = maximale lengte van het volume van de lucht die per seconde A passeert

v = maximale luchtsnelheid =

$$= \frac{9,72 \cdot 10^2}{14,6} = 66,6 \text{ m s}^{-1} = 66,6 \cdot 3,6 \text{ km h}^{-1} = 240 \text{ km h}^{-1}$$

Bij de maximale luchtstroom is er dus sprake van een luchtsnelheid van 240 km h^{-1}



5 De luchtsnelheid v waarbij de skydiver stil hangt, volgt uit:

$$\left. \begin{aligned} F_w = F_z = m \cdot g \quad (\text{Binas 35A3}) \\ F_w = \frac{1}{2} \cdot C_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2 \quad (\text{Binas 35A3}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow m \cdot g = \frac{1}{2} \cdot C_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2 \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot m \cdot g}{C_w \cdot \rho \cdot A},$$

waarin:

F_w = luchtweerstandskracht die de skydiver ondervindt

F_z = zwaartekracht op de skydiver

m = massa van de skydiver = 70 kg

g = valversnelling = $9,81 \text{ m s}^{-2}$ (Binas 7A)

C_w = luchtweerstandscoefficiënt = 0,50

ρ = dichtheid van lucht = $1,293 \text{ kg m}^{-3}$ (Binas 12)

A = frontale oppervlakte van de skydiver

We schatten $A = \ell \cdot b = 1,8 \text{ m} \cdot 0,45 \text{ m} = 0,8 \text{ m}^2$

$$\text{Invullen: } v^2 = \frac{2 \cdot 70 \cdot 9,81}{0,50 \cdot 1,293 \cdot 0,8} = 2,655 \cdot 10^3 \Rightarrow v = \sqrt{2,655 \cdot 10^3} = 5 \cdot 10^1 \text{ m s}^{-1}$$

6 Door zijn benen te strekken, vergroot de skydiver zijn frontale oppervlakte A .

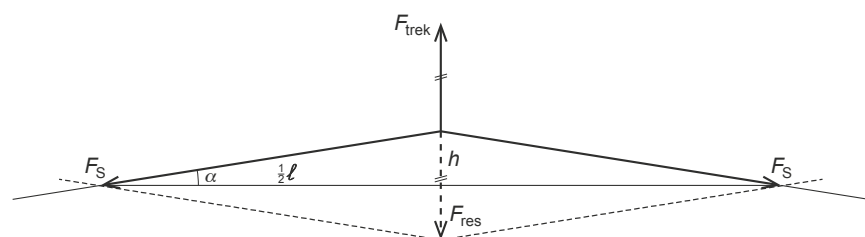
Hierdoor vergroot hij zijn luchtweerstandskracht $F_w = \frac{1}{2} \cdot C_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$ (Binas 35A3).

F_w (omhoog gericht) wordt dan dus groter dan F_z (omlaag gericht), waardoor de skydiver omhoog zal bewegen.

Ook de weerstandscoefficiënt zal wat toenemen omdat het lichaam wat hoekiger van vorm is geworden. Ook hierdoor zal F_w wat toenemen.

Ukelele-II

7 Zie tekening 1.



tekening 1

Er is evenwicht, dus de vectorsom F_{res} van de spankrachten is even groot als, maar tegengesteld gericht aan, de trekkracht F_{trek} .

Teken F_{res} beginnend in het aangrijpingspunt van de trekkracht, verticaal omlaag en even groot als F_{trek} . Teken vanuit de pijlpunt van F_{res} twee lijnen evenwijdig aan de snaar (parallelogram constructie) tot ze de snaar snijden. Teken vanuit het aangrijpingspunt van F_{trek} de beide spankrachten F_s in de snaar tot aan deze snijpunten.

We berekenen de grootte van de spankrachten F_s met:

$$\sin \alpha = \frac{\frac{1}{2} \cdot F_{\text{res}}}{F_s} = \frac{\frac{1}{2} \cdot F_{\text{trek}}}{F_s} \Rightarrow F_s = \frac{\frac{1}{2} \cdot F_{\text{trek}}}{\sin \alpha}, \text{ waarin:}$$

α = hoek van de snaar met de horizontaal

Er geldt: $\tan \alpha = \frac{h}{\frac{1}{2} \cdot \ell}$, met:

h = verticale uitrekking van de snaar = 1,0 cm

ℓ = horizontale lengte van de snaar = 35 cm

$$\text{zodat: } \tan \alpha = \frac{1,0}{\frac{1}{2} \cdot 35} = 0,0571 \Rightarrow \alpha = 3,27^\circ$$

F_{res} = vectorsom van de spankrachten

F_{trek} = trekkracht = 3,8 N

$$\text{Invullen: } F_s = \frac{\frac{1}{2} \cdot 3,8}{\sin 3,27} = 33 \text{ N}$$

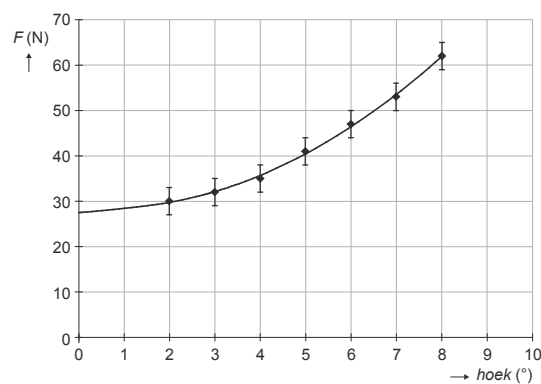
8 De snaar van de ukelele is al gespannen en er zal dus al sprake zijn van een spankracht in de snaar zonder verticale uitrekking. De grafiek zal dus niet door het nulpunt gaan.

Zie tekening 2.

Teken in de figuur op de uitwerkbijlage een vloeiende lijn door de meetpunten.

Bij het snijpunt met de verticale as lezen we de spankracht af als er niet aan de snaar wordt getrokken:

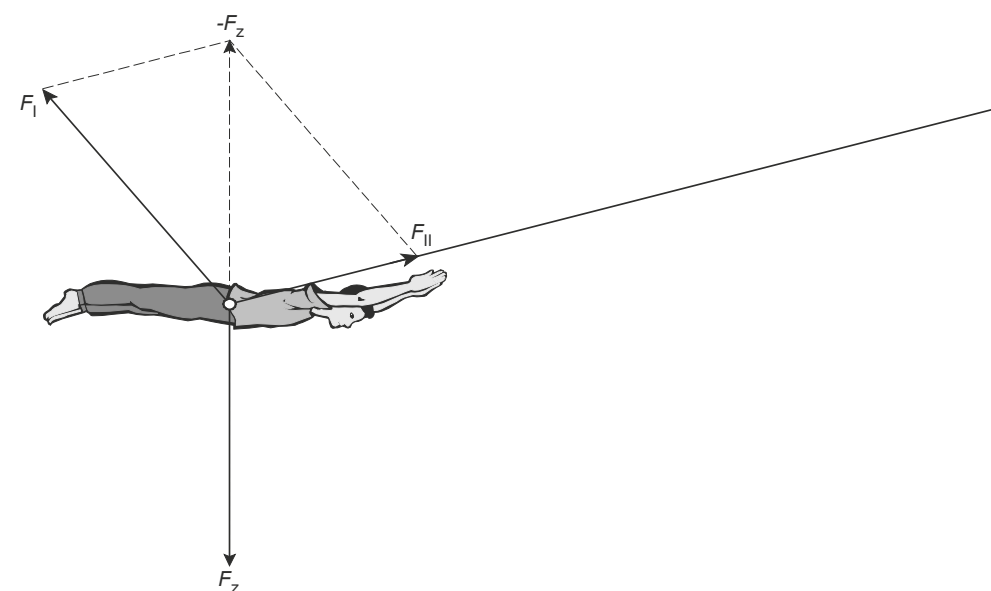
$F = 27 \text{ N}$.



tekening 2

Skydiver

9 Zie tekening 1.



tekening 1

De drie passagiers zijn in rust, dus er is evenwicht van krachten.

Teken eerst de zwaartekracht F_z omlaag op de drie passagiers. Geef deze pijl F_z een lengte van 4,0 cm.

In de y-richting geldt: $\Sigma F_y = 0$, dus F_z wordt gecompenseerd door de omhoog gerichte kracht $-F_z$, met lengte 4,0 cm.

Ontbind deze kracht $-F_z$ in de richtingen van de twee kabels.

Dat geeft de spankrachten F_I en F_{II} .

Er geldt: $F_z = m \cdot g$ (Binas 35A3) = $200 \cdot 9,81 = 1,96 \cdot 10^3 \text{ N}$

(voor de valversnelling g : zie Binas 7A).

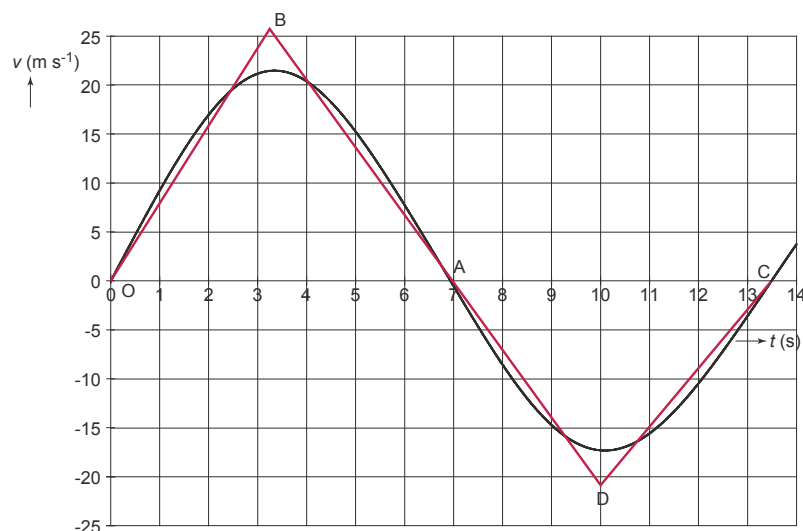
Een lengte van 4,0 cm komt dus overeen met een kracht van $1,96 \cdot 10^3 \text{ N}$.

Opmeten in tekening 1 geeft:

$$F_I = \frac{4,3}{4,0} \cdot 1,96 \cdot 10^3 = 2,1 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$F_{II} = \frac{2,9}{4,0} \cdot 1,96 \cdot 10^3 = 1,4 \cdot 10^3 \text{ N}$$

10 Zie tekening 2.



tekening 2

De afgelegde weg s_{heen} bij de heengaande beweging is de oppervlakte onder de grafiek in het (v,t) -diagram van $t = 0$ s tot $t = 6,9$ s.

Deze oppervlakte is ongeveer gelijk aan de oppervlakte van $\triangle OAB$.

$$\text{Dus: } s_{\text{heen}} = \frac{1}{2} \cdot (6,9 - 0) \cdot 26 = 90 \text{ m}$$

De afgelegde weg s_{terug} bij de teruggaande beweging is de oppervlakte boven de grafiek in het (v,t) -diagram van $t = 6,9$ s tot $t = 13,5$ s.

Deze oppervlakte is ongeveer gelijk aan de oppervlakte van $\triangle ACD$.

$$\text{Dus: } s_{\text{terug}} = \frac{1}{2} \cdot (13,5 - 6,9) \cdot 21 = 69 \text{ m}$$

Als er geen wrijving zou zijn, zou gelden: $s_{\text{heen}} = s_{\text{terug}}$

In de situatie hierboven is s_{heen} veel groter dan s_{terug} , dus de wrijvingskrachten zijn niet te verwaarlozen.

Korter: $OA > AC$ en de amplitude van de berg is groter dan die van het dal $\Rightarrow$ de oppervlakten zijn verschillend.

Nuna-4

11 De gemiddelde snelheid v_{gem} van Nuna-4 volgt uit: $v_{\text{gem}} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ (Binas 35A1), waarin:

$\Delta s =$ afgelegde afstand = 3021 km

$\Delta t =$ tijd, nodig om deze afstand af te leggen = 29 uur en 11 minuten = $\left(29 + \frac{11}{60}\right)$ uur = 29,18 h

$$\text{Invullen: } v_{\text{gem}} = \frac{3021}{29,18} = 103,5 \text{ km h}^{-1}$$

12 Voorbeelden van kenmerken:

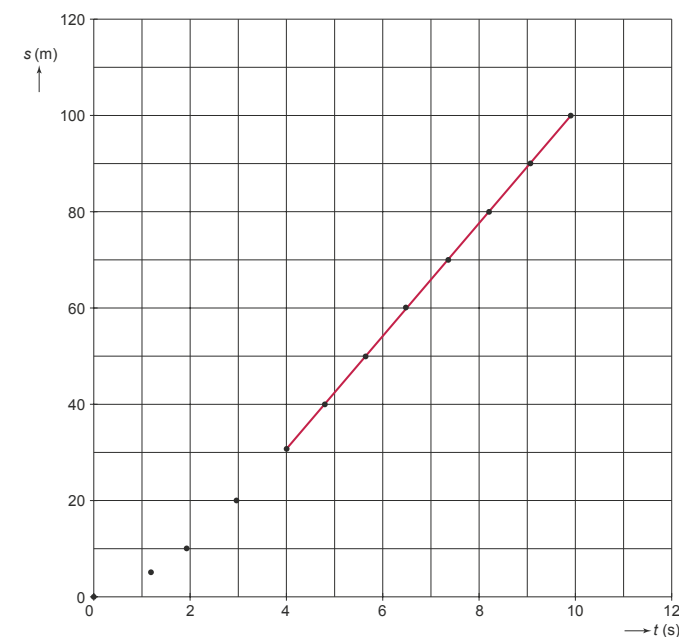
- weinig wrijving met de grond (kleine rolwrijvingskracht)
- weinig wrijving met de lucht (kleine luchtweerstandskracht)
- groot oppervlak van de zonnepanelen
- hoog rendement van de zonnepanelen
- hoog rendement van de motor

13 Als de Nuna-4 op zijn topsnelheid rijdt, is zijn snelheid constant. Dan is de som van de krachten op de auto nul: $F_{\text{res}} = 0$

Doordat de rolwrijvingskracht op de auto verwaarloosbaar klein is, werken er in horizontale richting twee krachten: de motorkracht en de luchtweerstandskracht. Deze krachten heffen elkaar op, dus zijn in grootte aan elkaar gelijk.

Sprint

14 Zie de tekening (de ingetekende uitwerkbijlage).



• Vanaf $t = 4,0$ s liggen de meetpunten van het (s,t) -diagram op een rechte lijn $\Rightarrow$ vanaf $t = 4,0$ s is de snelheid van Carl Lewis constant.

• De snelheid v vanaf $t = 4,0$ s is gelijk aan de helling van de getekende rechte lijn:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \text{ (Binas 35A1), waarin:}$$

$\Delta x =$ afstand die Lewis na $t = 4,0$ s nog moest afleggen = $100 - 31 = 69$ m (afgelezen in de tekening)

$\Delta t =$ tijdsduur = $9,9 - 4,0 = 5,9$ s (afgelezen in de tekening)

$$\text{Invullen: } v = \frac{69}{5,9} = 11,7 \text{ m s}^{-1}$$

15 We bepalen de grootte van de kracht F met: $F = m \cdot a$ (Binas 35A3), waarin:

$m =$ massa van Lewis = 80 kg

$a =$ versnelling in de eerste 4,0 s

Er geldt: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ (Binas 35A1), met:

$\Delta v =$ snelheidstoename = $11,7 - 0 = 11,7 \text{ m s}^{-1}$

$\Delta t =$ tijdsduur = 4,0 s

$$\text{zodat: } a = \frac{11,7}{4,0} = 2,93 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{Invullen: } F = 80 \cdot 2,93 = 2,3 \cdot 10^2 \text{ N}$$

16 Zie figuur 3.

De afgelegde weg s tijdens de eerste 4,0 s is gelijk aan de oppervlakte onder het (v,t) -diagram. Er geldt: $s = \frac{1}{2} \cdot \text{hoogte} \cdot \text{basis} = \frac{1}{2} \cdot 11,7 \cdot 4,0 = 23 \text{ m}$

Zie figuur 2.

We lezen af dat de afgelegde weg na 4,0 s overeenkomt met 31 m.

De figuren 3 en 2 zijn dus niet met elkaar in overeenstemming.

Aflesen van de snelheid in figuur 3 geeft: $v = 11,5 \text{ m s}^{-1}$; gebruik van deze waarde is goed.

Trekkertrek

17 De afgelegde weg s is gelijk aan de oppervlakte A onder de grafiek van figuur 2. Het aantal 'hokjes' onder de grafiek is ongeveer 44,5. De oppervlakte van één hokje komt overeen met een afgelegde weg van $1,0 \text{ m s}^{-1} \cdot 2,0 \text{ s} = 2,0 \text{ m}$.

Dus: $s = A = 44,5 \cdot 2,0 = 89 \text{ m}$.

Deze poging leverde dus geen 'full pull' op.

18 Zie de tekening.

We vergelijken de trekkracht F_{trek} met het eigen gewicht F_z van de tractor.

Voor de grootte van F_{trek} geldt: $F_{\text{res}} = F_{\text{trek}} - F_w \Rightarrow F_{\text{trek}} = F_{\text{res}} + F_w$, met:

F_{res} = resulterende kracht op de sleepwagen

= $m \cdot a$ (Binas 35A4), met:

m = massa van sleepwagen,
ballastblok en tractor samen =
= $(7,0 + 5,0 + 4,5) \text{ t} = 16,5 \text{ t} =$
= $16,5 \cdot 10^3 \text{ kg}$

a = versnelling bij de start

Bepaling van a :

Teken de raaklijn aan de grafiek
in het punt waarvoor $t = 0 \text{ s}$.

Er geldt: $a = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}}$

(Binas 35A1), met:

Δv = snelheidstoename = 10 m s^{-1}

Δt = tijdsduur = $7,1 \text{ s}$

(afgelezen in de tekening)

zodat: $a = \frac{10}{7,1} = 1,41 \text{ m s}^{-2}$

zodat: $F_{\text{res}} = 16,5 \cdot 10^3 \cdot 1,41 = 23,3 \cdot 10^3 \text{ N}$

F_w = wrijvingskracht op $t = 0 \text{ s}$. Aflezen in figuur 4 geeft: $F_w = 15,0 \text{ kN} = 15,0 \cdot 10^3 \text{ N}$

$\Rightarrow F_{\text{trek}} = (23,3 + 15,0) \cdot 10^3 \text{ N} = 3,8 \cdot 10^4 \text{ N}$

Het eigen gewicht van de tractor F_z vinden we uit: $F_z = m \cdot g$ (Binas 35A3), waarin:

m = massa van de tractor = $4,5 \text{ t} = 4,5 \cdot 10^3 \text{ kg}$

g = valversnelling = $9,81 \text{ m s}^{-2}$ (Binas 7A)

$\Rightarrow F_z = 4,5 \cdot 10^3 \cdot 9,81 = 4,4 \cdot 10^4 \text{ N}$

F_{trek} en F_z laten zich dus enigszins met elkaar vergelijken en dus wordt aan de vuistregel voldaan.

De conclusie 'Voldoet niet aan de vuistregel' werd op het examen ook goed gerekend.

19 Jelle heeft gelijk. Door het spinnen oefent de tractor minder kracht uit op de bodem en dus oefent de bodem ook minder kracht uit op de tractor (volgens de derde wet van Newton).

Tjerk heeft dus ongelijk. De derde wet van Newton geldt altijd en is juist de reden, waarom de tractor 'geen kracht kan zetten'.

- 20 – Een voordeel van een zwaardere tractor is dat deze meer grip heeft op de grond.
– Een nadeel van een zwaardere tractor is dat bij gelijkblijvende kracht de versnelling kleiner wordt ($F = m \cdot a$)

Een sprong bij volleybal

21 Tijdens de afzet geldt: $F_{\text{res}} = F_{\text{afzet}} - F_z = m \cdot a$ (Binas 35A3) $\Rightarrow F_{\text{afzet}} = m \cdot a + F_z$, met:

F_{res} = resulterende kracht op de volleyballer

F_{afzet} = maximale afzetkracht op de volleyballer

m = massa van de volleyballer = 75 kg

F_z = zwaartekracht op de volleyballer = $m \cdot g$ (Binas 35A3), waarin:

g = valversnelling = $9,81 \text{ m s}^{-2}$ (Binas 7A)

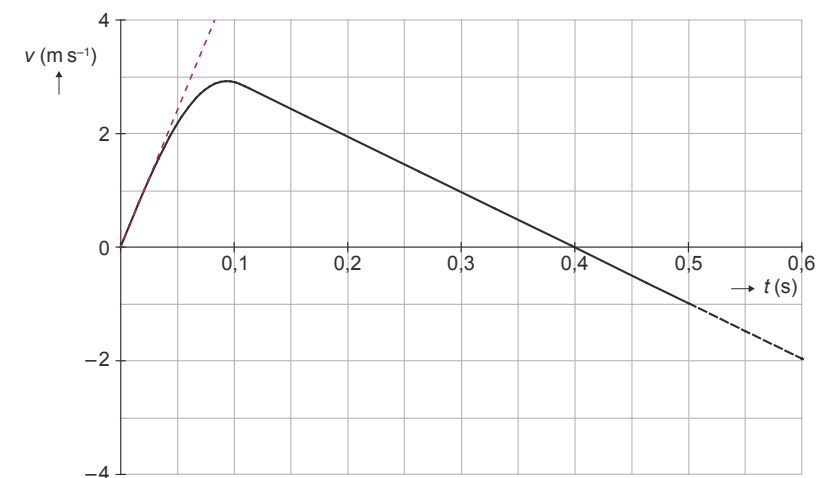
zodat: $F_z = 75 \cdot 9,81 = 7,36 \cdot 10^2 \text{ N}$

a = maximale versnelling die de volleyballer tijdens de afzet ondervindt

We bepalen a uit het (v,t) -diagram op de bijlage door een raaklijn te trekken in het punt van de grafiek waar deze het steilst is. Dat is op $t = 0 \text{ s}$.

Zie de ingetekende bijlage hieronder (tekening 1).

Er geldt: $a = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}} = \frac{4,00 - 0,00}{0,080 - 0,00} = 50 \text{ m s}^{-2}$



tekening 1

Invullen: $F_{\text{afzet}} = 75 \cdot 50 + 7,36 \cdot 10^2 = 4,5 \cdot 10^3 \text{ N} (= 4,5 \text{ kN})$

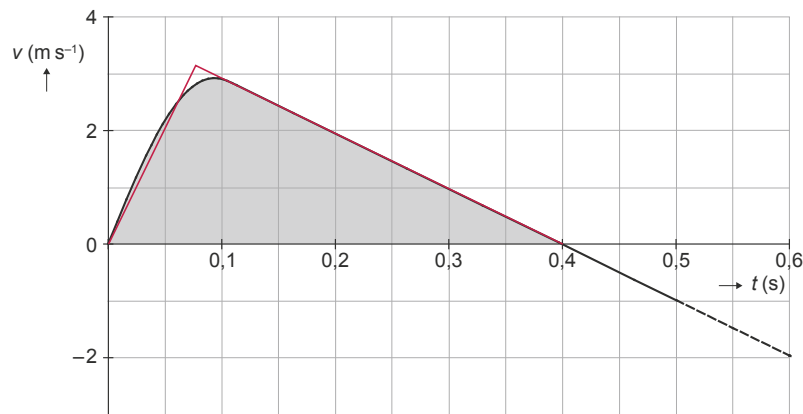
- 23** Tot op het moment dat het zwaartepunt van de springer het hoogste punt bereikt, is de snelheid v positief.

Op het hoogste punt geldt: $v = 0 \text{ m s}^{-1}$. Dat is op $t = 0,40 \text{ s}$ (zie tekening 2).

Uit dit (v,t) -diagram is het hoogteverschil h van het zwaartepunt dus te berekenen door de oppervlakte onder de grafiek te bepalen van $t = 0,00 \text{ s}$ tot $t = 0,40 \text{ s}$.

Deze oppervlakte komt overeen met de oppervlakte van de ingetekende driehoek.

Er geldt dus: $h = \frac{1}{2} \cdot 3,15 \cdot 0,40 = 0,63 \text{ m}$



tekening 2

- 24** Tijdens het afzetten is de springer nog niet los van de grond en dus geldt: $y < y_B$.

Voor $y \geq y_B$ is $F_{\text{afzet}} = 0$.

De beschrijving van de sprong geldt tot op het moment, waarop het zwaartepunt zich in het hoogste punt bevindt (positie C). Op dat moment geldt voor de tweede maal:

$v = 0$, terwijl v nu kleiner wordt. De beschrijving van de sprong eindigt dus als $v < 0$.

De regels waarin iets open gelaten is, luiden dan:

– als ($y < y_B$) dan $F_{\text{afzet}} = C \cdot (y_B - y)$

anders $F_{\text{afzet}} = 0$

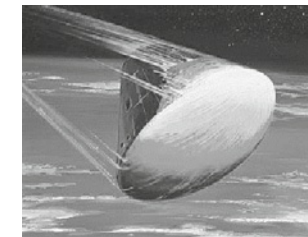
– als ($v < 0$) dan stop

5 Energie en wisselwerking (domein C2)

Terug uit de ruimte

Lees onderstaand artikel.

Een bemande ruimtecapsule moet na terugkeer uit de ruimte in minder dan een half uur een zachte landing op aarde maken. Hierbij heeft men te maken met de gravitatiekracht en de wrijvingskracht van de atmosfeer. Om de wrijvingswarmte op te kunnen vangen, heeft men een hitteschild ontwikkeld met een grote luchtweerstandscoefficiënt (de platte kant wijst naar voren), dat afbladdert bij hoge temperaturen. Door de hoge temperaturen worden de luchtmoleculen rond de capsule geïoniseerd. Hierbij ontstaat een plasma van elektronen en positieve ionen dat EM-straling absorbeert. Tijdens de daling ondervindt de capsule daardoor een radio-black-out: het radiocontact met het grondstation valt een paar minuten weg.



De weg terug

De terugkerende ruimtecapsule met een massa $m = 5,8 \cdot 10^3 \text{ kg}$, bevindt zich op $t = 0 \text{ s}$ op 500 km hoogte met baansnelheid van $7,5 \cdot 10^3 \text{ ms}^{-1}$.

Op $t = 0 \text{ s}$ geldt voor de zwaarte-energie: $E_z = 0,927 \cdot mgh$.

- 1 Voer de volgende opdrachten uit:

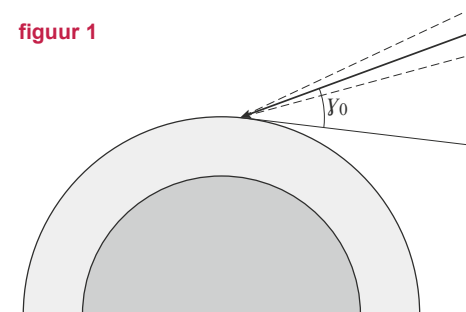
- Geef aan waarom de zwaarte-energie E_z op $t = 0 \text{ s}$ kleiner is dan berekend met de formule $E_z = mgh$.
- Hieronder staan vier ordes van grootte van de hoeveelheid energie die de capsule voor een veilige landing in de atmosfeer moet kwijtraken.

a	10^5 J	b	10^8 J	c	10^{11} J	d	10^{14} J
---	------------------	---	------------------	---	---------------------	---	---------------------

In welke orde van grootte ligt die hoeveelheid energie? Motiveer je keuze met een berekening.

Bij terugkeer in de atmosfeer mag de intreehoek γ maar weinig van de ideale intreehoek $\gamma_0 = 27^\circ$ afwijken. Zie figuur 1.

figuur 1



Bij een onjuiste hoek ($\gamma < \gamma_0$ of $\gamma > \gamma_0$) kunnen de volgende problemen ontstaan:

- De capsule wordt te heet.
- De capsule komt met een te grote snelheid op de grond.
- De capsule ketst af tegen de atmosfeer.
- De capsule doet te lang over de daling waardoor de landingsplaats niet nauwkeurig te bepalen is.
- De remkracht op de capsule en de bemanning is te groot.

2 Geef op de uitwerkbijlage aan welke oorzaak bij welk probleem hoort.

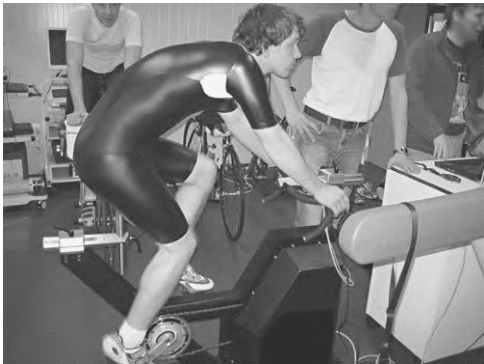
uitwerkbijlage bij vraag 2

	I te heet	II snelheid bij landing te groot	III ketst af tegen atmosfeer	IV daaltijd te groot	V remkracht te groot
$\gamma < \gamma_0$					
$\gamma > \gamma_0$					

Strategiebepaling bij wielrennen

Lees onderstaand artikel.

In de wielersport is het belangrijk om te weten hoe groot het vermogen is dat een wielrenner kan leveren en hoe lang hij dit vol kan houden. Hiermee kan een ploegleider in een wedstrijd de strategie bepalen. Dit wordt onderzocht met behulp van een hometrainer met een meetsysteem. Hiermee wordt de kracht op de pedalen gemeten als functie van de tijd. Daaruit worden de arbeid en het vermogen van de wielrenner berekend.



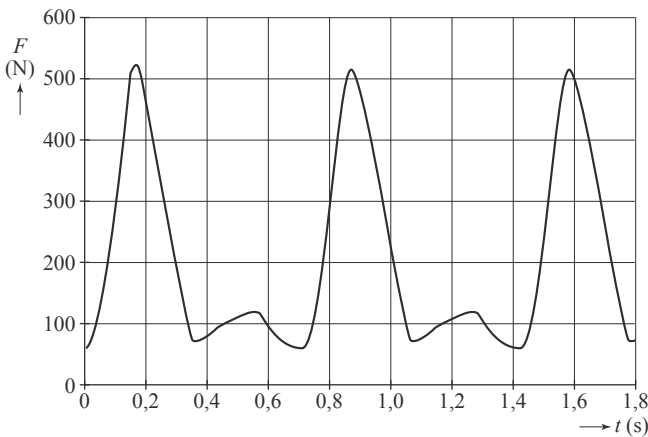
Wielrenner Alberto fietst op de hometrainer. Zijn schoenen zitten vastgeklekt aan de pedalen.
De afstand van het draipunt van de crank tot de aanhechting van een pedaal bedraagt 17,5 cm. Zie figuur 1.

figuur 1



Het meetsysteem meet de component van de kracht van de voet loodrecht op de crank. De grootte van die component als functie van de tijd is in figuur 2 weergegeven.

figuur 2

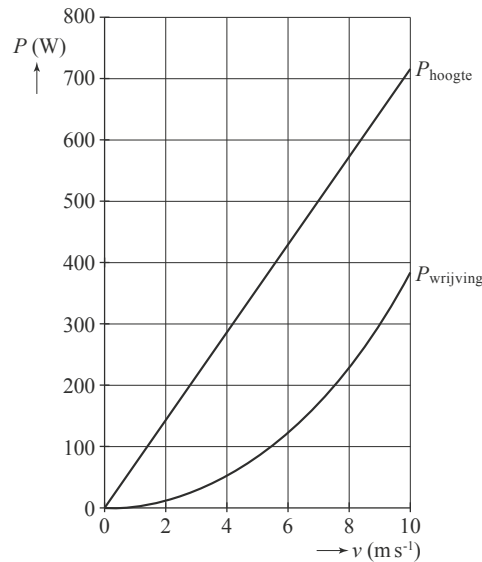


Figuur 2 geldt voor één voet. Met zijn andere voet doet Alberto hetzelfde.
3 Bepaal het vermogen dat Alberto levert.
Hint: Schat de gemiddelde kracht in één omwenteling van één voet.

De gegevens uit het meetsysteem kan de ploegleider gebruiken om tijdens een wedstrijd de strategie te bepalen.
Uit de metingen is bekend dat Alberto zijn topvermogen van 0,60 kW gedurende 7,5 minuut kan volhouden. Hiermee kan de ploegleider bepalen op welke afstand van de top van de berg Alberto op zijn topvermogen moet gaan rijden.

Bij een wedstrijd staat er een etappe op het programma met de finish boven op een berg.
In figuur 3 is bij verschillende snelheden het vermogen van Alberto weergegeven om de wrijving te overwinnen en om hoger te komen op deze berg.
4 Bepaal op welke afstand van de top van de berg Alberto op zijn topvermogen moet gaan rijden.

figuur 3



Zweefmolen

Jan ziet op de kermis in Deurne de attractie die afgebeeld is in figuur 1: een hoge mast met een zweefmolen.

Nadat de passagiers in de stoeltjes hebben plaatsgenomen, beweegt de zweefmolen eerst zonder te draaien langs de mast omhoog. In 8,0 s gaat de zweefmolen 30 meter omhoog. In de mast bevindt zich een contragewicht met een massa gelijk aan de totale massa van de zweefmolen zonder passagiers. Dit contragewicht is via een katrol boven in de mast verbonden met de zweefmolen en daalt met dezelfde snelheid als de verticale snelheid van de zweefmolen. Zo wordt energie bespaard. Voor de verticale verplaatsing wordt een elektromotor gebruikt met een rendement van 90%. Neem aan dat er 22 passagiers met een gemiddelde massa van 60 kg in de stoeltjes hebben plaatsgenomen.

- 5 Bereken het minimale elektrisch vermogen van deze elektromotor.

Na het omhooggaan begint de zweefmolen te draaien. Hiervoor wordt een tweede elektromotor gebruikt.

Op $t = 0$ s begint de zweefmolen te draaien en na 5 s draait hij met constante snelheid.

Het vermogen van de tweede elektromotor is uitgezet tegen de tijd in figuur 2.

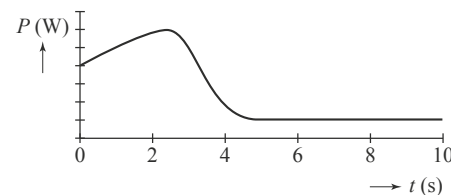
- 6 Beantwoord de volgende vragen.

- Waarom is het vermogen vóór $t = 5$ s groter dan na $t = 5$ s?
- Waarom is het vermogen na $t = 5$ s niet gelijk aan 0 W?

figuur 1



figuur 2



Fontein van Genève

In het Meer van Genève bevindt zich een van de grootste fonteinen ter wereld. Bij de fontein hangt een informatiebordje. De tekst op dit bordje staat, vertaald, weergegeven in figuur 1.

figuur 1



Fontein van Genève

Elke seconde wordt er 450 liter water de lucht in gestuwd tot een hoogte van 140 m.

Het water wordt met twee pompen door een spuitmond gespoten met een snelheid van 200 km/h. De twee elektrische pompen hebben elk een vermogen van 500 kW.

Na zonsondergang wordt de straal verlicht door een aantal lampen met een gezamenlijk vermogen van 13,5 kW.

Fontein in werking:

maandag tot vrijdag: 10.00 - zonsondergang
vrijdag tot en met zondag: 10.00 – 22.30 uur.

De twee elektrische pompen hebben elk een vermogen van 500 kW.

Het water wordt met een snelheid van 200 km h^{-1} uit de spuitmond gespoten.

- 7 Bereken het rendement van de elektrische pompen. Neem hierbij voor de dichtheid van water $1,00 \text{ kg L}^{-1}$.
- 8 Toon met een berekening aan of het water de maximale hoogte die op het bordje staat kan halen.

Fietskar

Fietskar duwt fiets

Het is de omgekeerde wereld: normaal trekt een fietser zijn bagagekarretje voort, maar de fietskar die hiernaast te zien is, duwt de fiets. Deze is namelijk voorzien van een accu met twee elektromotoren en kan 220 liter bagage bergen. De maximale snelheid zonder te trappen bedraagt 40 km/h. Als de fietser niet trapt, bedraagt de actieradius 50 km bij een constante snelheid van 20 km/h. Een benzinemotor zou hier 10 centiliter benzine voor nodig gehad hebben. De fabrikant overweegt om de fietskar op zonne-energie te laten rijden door middel van zonnecellen op het deksel.

naar: *Technisch Weekblad*, 9 mei 2001

figuur 1



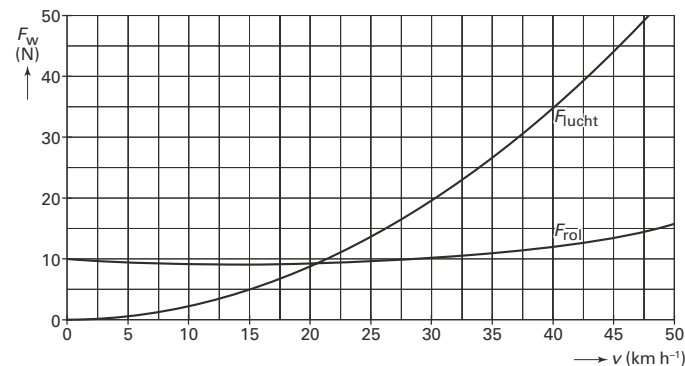
Lees de tekst bij figuur 1.

De massa van de fiets plus berijder is 72 kg. De massa van de lege fietskar is 9,5 kg. De totale wrijvingskracht op de combinatie van fiets en kar is tijdens het optrekken tot 20 km h⁻¹ gemiddeld 13 N. De versnelling tijdens het optrekken bedraagt 0,44 m s⁻².

- 9 Bereken hoeveel arbeid de elektromotoren van de fietskar verrichten bij het optrekken van 0 tot 20 km h⁻¹.

Figuur 2 toont de grafieken van de luchtwrijving F_{lucht} en de rolwrijving F_{rol} op de fiets met fietskar als functie van de snelheid.

figuur 2



Voor de luchtwrijving geldt: $F_{\text{lucht}} = kv^2$

Hierin is:

- v de snelheid in m s⁻¹;
- k een constante in kg m⁻¹.

- 10 Bepaal met behulp van figuur 2 de waarde van de constante k .

De actieradius is de maximale afstand die door het voertuig met een volle accu afgelegd kan worden, als er niet wordt getrapt.

Aangenomen mag worden, dat de totale hoeveelheid energie die een volle accu kan leveren, bij elke snelheid hetzelfde is.

- 11 Bepaal met behulp van figuur 2 en de gegevens uit de tekst van figuur 1 de actieradius bij een constante snelheid van 40 km h⁻¹.

Jan-van-gent

De jan-van-gent is de grootste zeevogel van het Noordzeegebied. Zie figuur 1.

Hij leeft van vis, die hij door middel van een snelle duik vanuit de lucht uit het water haalt. Vanaf een hoogte van 30 m duikt hij daarbij zonder beginsnelheid loodrecht naar beneden en komt met een snelheid van ruim 100 km h⁻¹ in het water terecht.

- 12 Toon aan dat deze snelheid in een vrije val over 30 m niet gehaald wordt.

Een jan-van-gent heeft een massa van 2,8 kg. Op het tijdstip $t = 0$ s versnelt hij zonder verticale beginsnelheid door middel van een krachtige vleugelslag loodrecht naar beneden. Behalve de zwaartekracht levert hij dus zelf een kracht.

Op $t = 0,82$ s is zijn snelheid 27 m s⁻¹.

- 13 Bereken de gemiddelde kracht die de jan-van-gent tijdens dit gedeelte van zijn duik levert.

Vanaf $t = 0,82$ s werkt alleen de zwaartekracht nog. De jan-van-gent bevindt zich op dat moment nog 28 m boven het water.

- 14 Bereken met behulp van energiebehoud met welke snelheid hij in het water terecht komt. Verwaarloos daarbij de luchtweerstand.

figuur 1



Hints bij hoofdstuk 5

- 1 Wat gebeurt er met de zwaartekracht op grotere afstand van de aarde? Welke energieën moeten omgezet worden in warmte?
- 2 Wat gebeurt er met de snelheid van de capsule bij een te grote of een te kleine invalshoek γ ?
- 3 Voor het vermogen P : zie Binas tabel 35A4.
- 4 Alberto heeft vermogen nodig om te stijgen en ook om de wrijving te overwinnen.
- 5 Bereken eerst het nuttig vermogen dat nodig is voor het omhoog brengen van de passagiers.
- 6 Welke energieomzettingen vinden er plaats vóór en na $t = 5$ s?
- 7 Bereken de kinetische energie van het water dat per seconde door de spuitmond gaat.
- 8 Maak gebruik van de wet van behoud van energie.
- 9 Voor het berekenen van de arbeid: zie Binas tabel 35A4.
- 10 Lees voor een zelfgekozen waarde van F_{lucht} de snelheid af.
- 11 Bereken eerst de totale energie die een volle accu kan leveren bij $v = 20 \text{ km h}^{-1}$.
- 12 Zie Binas tabel 35A4.
- 13 Gebruik de tweede wet van Newton.
- 14 Welke twee soorten energie heeft de jan-van-gent op $t = 0,82$ s?

Uitwerkingen bij hoofdstuk 5

Terug uit de ruimte

- 1
 - De zwaarte-energie E_z op $t = 0$ s is kleiner dan $m \cdot g \cdot h$ (met $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$), omdat de gravitatieversnelling op grotere hoogte afneemt.
 - De ruimtecapsule moet vanaf 500 km hoogte (punt A) zowel kinetische energie $E_{k,A}$ als zwaarte-energie ($E_{z,A}$) omzetten in warmte Q . Op het aardoppervlak (punt B) mag er slechts een klein beetje kinetische energie overblijven, waarmee de capsule landt. Er geldt dus:
$$Q = E_{z,A} + E_{k,A} - E_{k,B} = 0,927 \cdot m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 \text{ (Binas 35A4)}$$
$$= m \cdot (0,927 \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot (v_A^2 - v_B^2)) = m \cdot (0,927 \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot v_A^2), \text{ waarin:}$$

 m = massa van de ruimtecapsule = $5,8 \cdot 10^3 \text{ kg}$
 g = valversnelling op het aardoppervlak = $9,81 \text{ m s}^{-2}$ (Binas 7A)
 h = hoogte die de ruimtecapsule op $t = 0$ s heeft = $500 \text{ km} = 500 \cdot 10^3 \text{ m}$
 v_A = snelheid van de ruimtecapsule op 500 km hoogte = $7,5 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$
 v_B = maximale snelheid waarmee de ruimtecapsule mag landen (deze snelheid is ten opzichte van v_A verwaarloosbaar)

Invullen: $Q = 5,8 \cdot 10^3 \cdot (0,927 \cdot 9,81 \cdot 500 \cdot 10^3 + \frac{1}{2} \cdot (7,5 \cdot 10^3)^2) = 1,9 \cdot 10^{11} \text{ J}$

Dat is dus in de orde van grootte van $10^{11} \text{ J} \Rightarrow$ antwoord c

	I te heet	II snelheid bij landing te groot	III ketst af tegen atmosfeer	IV daaltijd te groot	V remkracht te groot
$\gamma < \gamma_0$			✗	✗	
$\gamma > \gamma_0$	✗	✗			✗

- 2 Zie de ingevulde uitwerkbijlage.
Voor $\gamma < \gamma_0$ komt de ruimtecapsule te weinig omlaag gericht in de dampkring. Dan is er een grotere kans dat hij afketst tegen de atmosfeer of dat de daaltijd te groot is.
Voor $\gamma > \gamma_0$ komt de ruimtecapsule te snel omlaag. Het gevolg daarvan is:
 - te veel hitte-ontwikkeling gedurende de daling
 - te weinig afremming in de dampkring, waardoor de landingssnelheid te groot is
 - te grote remkracht tijdens de daling

Strategiebepaling bij wielrennen

3 Zie tekening 1.

methode 1

We bepalen het door Alberto geleverde vermogen P uit:

$$P = 2 \cdot P_{1v} = 2 \cdot F \cdot v \text{ (Binas 35A4),}$$

waarin:

P_{1v} = vermogen dat één voet levert

F = gemiddelde kracht van één voet loodrecht op de crank = $1,9 \cdot 10^2 \text{ N}$

(zie tekening 1; er is een horizontale hulplijn getrokken bij $F = 190 \text{ N}$)

v = omloopsnelheid van één voet =

$$= \frac{2\pi \cdot r}{T} \text{ (Binas 35A2), met:}$$

r = baanstraal van de aanhechting van een voet = $17,5 \text{ cm} = 17,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

T = omlooptijd = $0,71 \text{ s}$ (afgelezen in figuur 2)

$$\text{zodat: } v = \frac{2\pi \cdot 17,5 \cdot 10^{-2}}{0,71} = 1,55 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Invullen: } P = 2 \cdot 1,9 \cdot 10^2 \cdot 1,55 = 5,9 \cdot 10^2 \text{ W}$$

methode 2

We bepalen het vermogen P dat Alberto levert uit: $P = 2 \cdot P_{1v} = 2 \cdot \frac{W_{1v}}{t}$

(Binas 35A4), waarin:

P_{1v} = vermogen dat één voet levert

W_{1v} = arbeid die één voet verricht per omwenteling = $F \cdot s$ (Binas 35A4), met:

F = gemiddelde kracht van één voet loodrecht op de crank = $1,9 \cdot 10^2 \text{ N}$

(zie tekening 1; er is een horizontale hulplijn getrokken bij $F = 190 \text{ N}$)

s = weg die de aanhechting van de voet aflegt gedurende één omwenteling =

$$= 2\pi \cdot r \text{ (Binas 36B)} = 2\pi \cdot 17,5 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 1,10 \text{ m}$$

$$\text{zodat: } W_{1v} = 1,9 \cdot 10^2 \cdot 1,10 \text{ J} = 2,09 \cdot 10^2 \text{ J}$$

t = omlooptijd van één voet = $0,71 \text{ s}$

(afgelezen in figuur 2)

$$\text{Invullen: } P = 2 \cdot \frac{2,09 \cdot 10^2}{0,71} = 5,9 \cdot 10^2 \text{ W}$$

4 De afstand s van de top, waarop Alberto op vol vermogen moet gaan rijden, volgt uit:

$s = v \cdot t$ (Binas 35A1), waarin:

v = snelheid waarbij hij zijn topvermogen levert

Bepaling van v :

Zie tekening 2 (de ingetekende figuur 3).

Alberto rijdt op zijn topvermogen als

$$P_{\text{totaal}} = P_{\text{wrijving}} + P_{\text{hoogte}} = 0,60 \text{ kW} = 6,0 \cdot 10^2 \text{ W}$$

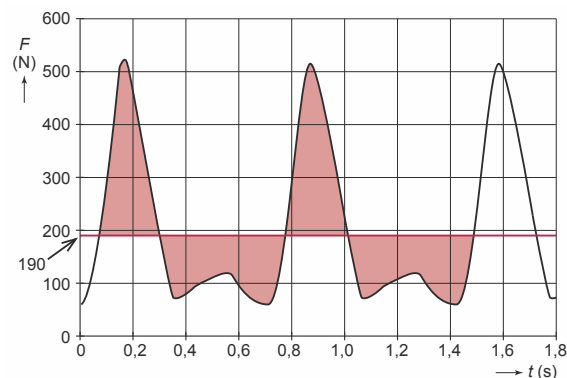
In tekening 2 is P_{totaal} geschetst.

Afgelezen bij $P_{\text{totaal}} = 6,0 \cdot 10^2 \text{ W} \Rightarrow$

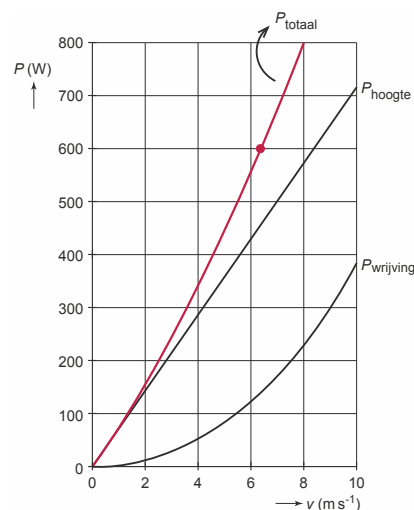
$$\Rightarrow v = 6,5 \text{ m s}^{-1}$$

t = maximale tijdsduur die Alberto op topvermogen kan rijden = $7,5 \text{ min} = 7,5 \cdot 60 \text{ s} = 450 \text{ s}$

$$\text{Invullen: } s = 6,5 \cdot 450 = 2,9 \cdot 10^3 \text{ m} (= 2,9 \text{ km})$$



tekening 1



tekening 2

Zweefmolen

5 Voor het minimale elektrisch vermogen P_{in} van deze elektromotor geldt:

$$\eta = \frac{P_{\text{nuttig}}}{P_{\text{in}}} \Rightarrow P_{\text{in}} = \frac{P_{\text{nuttig}}}{\eta} \text{ (Binas 35A4), waarin:}$$

η = rendement van de elektromotor = 90%

P_{nuttig} = vermogen dat nodig is voor het omhoog brengen

$$\text{Er geldt: } P_{\text{nuttig}} = \frac{E_z}{t} = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} \text{ (Binas 35A4), met:}$$

E_z = zwaarte-energie van de passagiers

m = massa van de passagiers = $22 \cdot 60 = 1,32 \cdot 10^3 \text{ kg}$ (de massa van de lege zweefmolen wordt gecompenseerd door het contragewicht)

g = valversnelling = $9,81 \text{ m s}^{-2}$ (Binas 7A)

h = afstand waarover de zweefmolen omhoog gaat = 30 m

t = tijd die nodig is om de zweefmolen omhoog te brengen = $8,0 \text{ s}$

$$\text{zodat: } P_{\text{nuttig}} = \frac{1,32 \cdot 10^3 \cdot 9,81 \cdot 30}{8,0} = 4,86 \cdot 10^4 \text{ W}$$

$$\text{Invullen: } P_{\text{in}} = \frac{4,86 \cdot 10^4}{0,90} = 5,4 \cdot 10^4 \text{ W}$$

$$P_{\text{nuttig}} \text{ kan ook worden bepaald met: } P_{\text{nuttig}} = F \cdot v = m \cdot g \cdot \frac{h}{t} \text{ (Binas 35A4 en 35A1)}$$

- 6 – Vóór $t = 5 \text{ s}$ wordt het vermogen van de elektromotor gebruikt om de passagiers en de zweefmolen de kinetische energie te geven van de ronddraaiende beweging. Na $t = 5 \text{ s}$ is dat niet meer nodig.
- Na $t = 5 \text{ s}$ blijft de snelheid van de ronddraaiende zweefmolen constant. Na dit tijdstip wordt het vermogen van de elektromotor dus alleen gebruikt om de wrijving te compenseren.

Fontein van Genève

7 Voor het rendement η van de elektrische pompen geldt:

$$\eta = \frac{E_k}{E_{\text{pompen}}} \cdot 100\% \text{ (Binas 35A4), waarin:}$$

E_k = kinetische energie van het water dat per seconde door de spuitmond gaat

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \text{ (Binas 35A4)} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot v^2 \text{ (Binas 35C1), met:}$$

m = massa van het water dat per seconde door de spuitmond gaat

v = snelheid waarmee het water uit de spuitmond spuit = $200 \text{ km h}^{-1} =$

$$= \frac{200 \cdot 10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 55,56 \text{ m s}^{-1}$$

ρ = dichtheid van water = $1,00 \text{ kg L}^{-1}$

V = volume van het water dat per seconde door de spuitmond gaat = 450 L

$$\text{zodat: } E_k = \frac{1}{2} \cdot 1,00 \cdot 450 \cdot (55,56)^2 = 6,95 \cdot 10^5 \text{ J}$$

E_{pompen} = energie die de twee pompen samen per seconde leveren =

$= P \cdot t$ (Binas 35D1), met:

P = vermogen van de twee pompen samen = $2 \cdot 500 = 1000 \text{ kW} = 1000 \cdot 10^3 \text{ W}$

t = tijdsduur = $1,00 \text{ s}$

$$\text{zodat: } E_{\text{pompen}} = 1000 \cdot 10^3 \cdot 1,00 = 1000 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$\text{Invullen: } \eta = \frac{6,95 \cdot 10^5}{1000 \cdot 10^3} \cdot 100\% = 69,5 \%$$

8 methode 1

Als we geen rekening houden met de wrijving die het water van de lucht ondervindt, geldt voor de maximale hoogte h die het water kan bereiken:

$$E_k = E_z \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \text{ (Binas 35A4)} \Rightarrow h = \frac{v^2}{2 \cdot g}, \text{ waarin:}$$

E_k = kinetische energie van het water met massa m in de spuitmond
 E_z = zwaarte-energie van het water met massa m in het hoogste punt
 v = snelheid waarmee het water uit de spuitmond wordt gespoten =

$$= 200 \text{ km h}^{-1} = \frac{200 \cdot 10^3}{3600} \text{ m s}^{-1} = 55,56 \text{ m s}^{-1}$$

g = valversnelling = $9,81 \text{ m s}^{-2}$ (Binas 7A)

$$\text{Invullen: } h = \frac{(55,56)^2}{2 \cdot 9,81} = 157 \text{ m}$$

Het water zou de maximale hoogte van 140 m dus kunnen halen.

methode 2

We berekenen de minimale snelheid v waarmee het water de spuitmond moet verlaten om de hoogte h van 140 m te bereiken.

Hierbij houden we opnieuw geen rekening met de wrijving. Dan geldt:

$$E_k = E_z \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \text{ (Binas 35A4)} \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}, \text{ waarin:}$$

E_k = minimaal benodigde kinetische energie van het water in de spuitmond
 E_z = zwaarte-energie van het water in het hoogste punt
 g = valversnelling = $9,81 \text{ m s}^{-2}$ (Binas 7A)
 h = 140 m

$$\text{Invullen: } v = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 140} = 52,4 \text{ m s}^{-1} = \frac{52,4 \cdot 3600 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{52,4 \cdot 3,6 \text{ km}}{1 \text{ h}} = 189 \text{ km h}^{-1}$$

Dit is minder dan 200 km h^{-1} , dus het water zou de maximale hoogte van 140 m kunnen halen.

Fietskar**9 methode 1**

De arbeid W_m die de elektromotoren bij het optrekken moeten verrichten, volgt uit:

$W_m = \Delta E_k + W_w$ (Binas 35A4), waarin:

ΔE_k = toename van de kinetische energie = $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ (Binas 35A4), waarin:
 m = massa van de fiets plus berijder plus lege fietskar = $72 + 9,5 = 81,5 \text{ kg}$
 v = snelheid na het optrekken = $20 \text{ km h}^{-1} = 5,56 \text{ m s}^{-1}$
 zodat: $\Delta E_k = \frac{1}{2} \cdot 81,5 \cdot (5,56)^2 = 1,26 \cdot 10^3 \text{ J}$

W_w = benodigde arbeid voor de wrijving = $F_w \cdot s$ (Binas 35A4), waarin:

F_w = gemiddelde wrijvingskracht = 13 N
 s = verplaatsing tijdens het optrekken = 35 m
 zodat: $W_w = 13 \cdot 35 = 455 \text{ J}$

$$\text{Invullen: } W_m = 1,26 \cdot 10^3 + 455 = 1,7 \cdot 10^3 \text{ J}$$

methode 2

De arbeid W_m die de elektromotoren bij het optrekken moeten verrichten, berekenen we met: $W_m = F_m \cdot s$ (Binas 35A4) = $(F_{\text{res}} + F_w) \cdot s$, waarin:

F_m = kracht die de elektromotoren tijdens het optrekken moeten leveren

F_{res} = resulterende kracht op de fiets = $m \cdot a$ (Binas 35A3), met:

m = massa van de fiets plus berijder plus lege fietskar = $72 + 9,5 = 81,5 \text{ kg}$

a = versnelling van de fiets tijdens het optrekken = $0,44 \text{ m s}^{-2}$

zodat: $F_{\text{res}} = 81,5 \cdot 0,44 = 35,9 \text{ N}$

F_w = gemiddelde wrijvingskracht = 13 N

s = verplaatsing tijdens het optrekken = 35 m

$$\text{Invullen: } W_m = (35,9 + 13) \cdot 35 = 1,7 \cdot 10^3 \text{ J}$$

10 De waarde van de constante k volgt uit: $F_{\text{lucht}} = k \cdot v^2 \Rightarrow k = \frac{F_{\text{lucht}}}{v^2}$, waarin:

F_{lucht} = luchtwrijving

Kies bijvoorbeeld $F_{\text{lucht}} = 35 \text{ N}$

v = hierbij behorende snelheid van fiets met kar = $40 \text{ km h}^{-1} =$

$$= 40 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 11,1 \text{ m s}^{-1} \text{ (afgelezen in figuur 2)}$$

$$\text{Invullen: } k = \frac{35}{11,1^2} = 0,28 \text{ kg m}^{-1}$$

11 De totale hoeveelheid energie E die een volle accu kan leveren, berekenen we met:

$E = F_{w,20} \cdot s_{20} = (F_{l,20} + F_{r,20}) \cdot s_{20}$ (Binas 35A4), waarin:

$F_{w,20}$ = totale wrijvingskracht bij een snelheid van 20 km h^{-1}

$F_{l,20}$ = luchtwrijving bij een snelheid van $20 \text{ km h}^{-1} = 8,5 \text{ N}$ (afgelezen in figuur 2)

$F_{r,20}$ = rolwrijving bij een snelheid van $20 \text{ km h}^{-1} = 9,0 \text{ N}$ (afgelezen in figuur 2)

s_{20} = actieradius bij een snelheid van $20 \text{ km h}^{-1} = 50 \text{ km}$ (zie tekst van figuur 1)
 $= 50 \cdot 10^3 \text{ m}$

zodat: $E = (8,5 + 9,0) \cdot 50 \cdot 10^3 = 8,75 \cdot 10^5 \text{ J}$

De actieradius s_{40} bij een snelheid van 40 km h^{-1} berekenen we nu met:

$$E = F_{w,40} \cdot s_{40} = (F_{l,40} + F_{r,40}) \cdot s_{40} \text{ (Binas 35A4)} \Rightarrow s_{40} = \frac{E}{(F_{l,40} + F_{r,40})}, \text{ met:}$$

$E = 8,75 \cdot 10^5 \text{ J}$

$F_{w,40}$ = totale wrijvingskracht bij een snelheid van 40 km h^{-1}

$F_{l,40}$ = luchtwrijving bij een snelheid van $40 \text{ km h}^{-1} = 35 \text{ N}$ (afgelezen in figuur 2)

$F_{r,40}$ = rolwrijving bij een snelheid van $40 \text{ km h}^{-1} = 12 \text{ N}$ (afgelezen in figuur 2)

$$\text{Invullen: } s_{40} = \frac{8,75 \cdot 10^5}{35 + 12} = 19 \cdot 10^3 \text{ m} = 19 \text{ km}$$

Jan-van-gent**12 We berekenen de snelheid v na een vrije val over 30 m met de wet van behoud van energie:**

$$E_{z,\text{boven}} = E_{k,\text{beneden}} \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \text{ (Binas 35A4), waarin:}$$

$E_{z,\text{boven}}$ = zwaarte-energie op een hoogte van 30 m

$E_{k,\text{beneden}}$ = kinetische energie na een vrije val van 30 m

m = massa van de jan-van-gent

g = valversnelling = $9,81 \text{ m s}^{-2}$ (Binas 7A)

h = valhoogte = 30 m

$$\text{Invullen: } v = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 30} = 24,3 \text{ m s}^{-1} = 24,3 \cdot 3,6 \text{ km h}^{-1} = 87 \text{ km h}^{-1}$$

Dit is minder dan de 100 km h^{-1} die de jan-van-gent haalt.

- 13 Voor de gemiddelde kracht F_{vleugel} die de jan-van-gent zelf levert tijdens de duik in de lucht, geldt:

$$\Sigma F = F_{\text{vleugel}} + F_z = m \cdot a \Rightarrow F_{\text{vleugel}} = m \cdot a - F_z \text{ (Binas 35A3), waarin:}$$

ΣF = totale kracht op de jan-van-gent

F_z = zwaartekracht op de jan-van-gent = $m \cdot g$ (Binas 35A3), met:

m = massa jan-van-gent = 2,8 kg

g = valversnelling = $9,81 \text{ m s}^{-2}$ (Binas 7A)

zodat: $F_z = 2,8 \cdot 9,81 = 27,5 \text{ N}$

a = versnelling = $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ (Binas 35A1), met:

Δv = snelheidstoename = 27 m s^{-1}

Δt = tijdsduur van dit gedeelte van de duik = 0,82 s

zodat: $a = \frac{27}{0,82} = 32,9 \text{ m s}^{-2}$

Invullen: $F_{\text{vleugel}} = 2,8 \cdot 32,9 - 27,5 = 65 \text{ N}$

- 14 De snelheid v waarmee de jan-van-gent in het water terecht komt, berekenen we met de wet van behoud van energie:

$$E_{\text{kin,beneden}} = E_{\text{kin,boven}} + E_{z,\text{boven}} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{boven}}^2 + m \cdot g \cdot h \text{ (Binas 35A4)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot v_{\text{boven}}^2 + g \cdot h, \text{ waarin:}$$

$E_{\text{kin,beneden}}$ = kinetische energie van de jan-van-gent bij bereiken van het water

$E_{\text{kin,boven}}$ = kinetische energie op $t = 0,82 \text{ s}$ (op $h = 28 \text{ m}$)

$E_{z,\text{boven}}$ = zwaarte-energie op hoogte $h = 28 \text{ m}$

m = massa van de jan-van-gent

v_{boven} = snelheid die de jan-van-gent op $t = 0,82 \text{ s}$ heeft = 27 m s^{-1}

g = valversnelling = $9,81 \text{ m s}^{-2}$ (Binas 7A)

h = hoogte op $t = 0,82 \text{ s}$ van de jan-van-gent = 28 m

Invullen: $\frac{1}{2} \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 27^2 + 9,81 \cdot 28 = 639,2 \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot 639,2} = 36 \text{ m s}^{-1}$

6 Gravitatie (domein C3)

Ruimtelift?

Lees onderstaand artikel.

Ruimtelift?

Wetenschappers van de TU-Delft en ESA (European Space Agency) in Noordwijk hebben modelstudies uitgevoerd naar de haalbaarheid van een zogenaamde Ruimtelift naar geostationaire satellieten.

Geostationaire satellieten bevinden zich namelijk op een vaste plaats boven de evenaar vanaf de aarde gezien. Een kabel tussen de aarde en een geostationaire satelliet kan niet, omdat de satelliet dan door de kabel naar beneden getrokken wordt. Maar zou een langere kabel met een contragewicht wel kunnen?

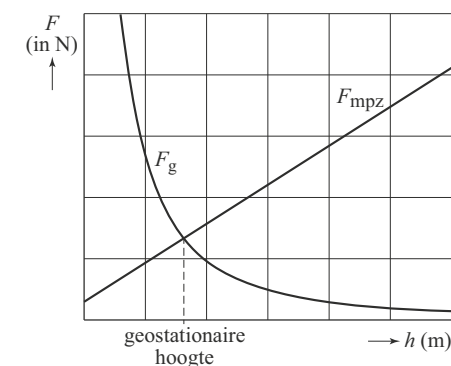
Hierover gaat de haalbaarheidsstudie naar de 'ruimtelift': langs een lange kabel duizenden kilometers omhoog klimmen. Wat je nodig hebt is een strakke kabel en een slimme manier van klimmen.



kabel

In figuur 1 is de gravitatiekracht op een voorwerp als functie van de hoogte boven het aardoppervlak weergegeven. Ook is de middelpuntzoekende kracht weergegeven die nodig is voor dat voorwerp als het beweegt met dezelfde omlooptijd als de aarde.

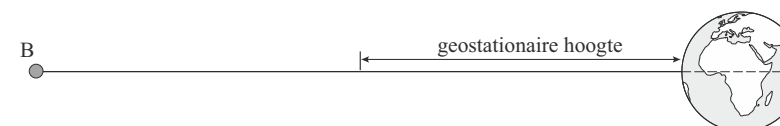
figuur 1



- 1 Bereken de geostationaire hoogte.

De modelstudie gaat uit van een kabel, die veel langer is dan de geostationaire hoogte, met daaraan een grote massa B die met de aarde meedraait. Zie figuur 2.

figuur 2



In dat geval staat de kabel strak gespannen.

- 2 Leg dat uit met behulp van figuur 1 en figuur 2.

WMAP-I

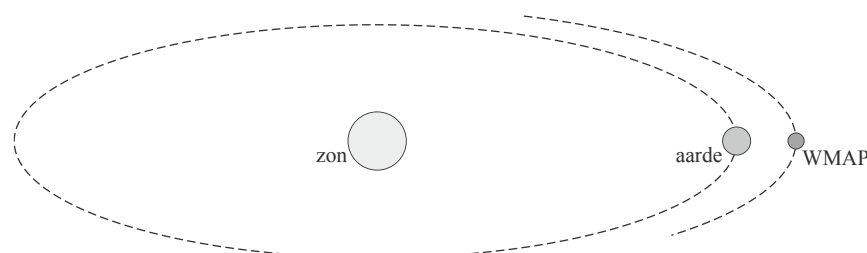
In 2001 werd de satelliet genaamd WMAP gelanceerd die tot taak had nauwkeurige metingen van de kosmische achtergrondstraling te verrichten (WMAP = Wilkinson Microwave Anisotropy Probe). Zie figuur 1.

WMAP is gestationeerd in het zogenoemde Lagrangepunt 2; dat punt bevindt zich aan de zijde van de aarde die niet door de zon verlicht wordt op 1,5 miljoen kilometer afstand van de aarde. Zie figuur 2. Deze figuur is niet op schaal.

figuur 1



figuur 2



Een satelliet die zich in het Lagrangepunt 2 bevindt, gedraagt zich niet als een 'kunstmaan' die rond de aarde cirkelt, maar draait met de aarde mee om de zon. De zon, de aarde en WMAP bevinden zich steeds op één lijn. Om dit meedraaien te bereiken moet op WMAP (massa 840 kg) een resulterende kracht werken ter grootte van 5,0 N.

3 Toon dat aan.

WMAP ondervindt een gravitatiekracht van de aarde en een gravitatiekracht van de zon. Die krachten leveren samen de resulterende kracht van 5,0 N.

4 Ga na welke van de twee gravitatiekrachten hieraan de grootste bijdrage levert.

GRACE

Lees het volgende artikel.

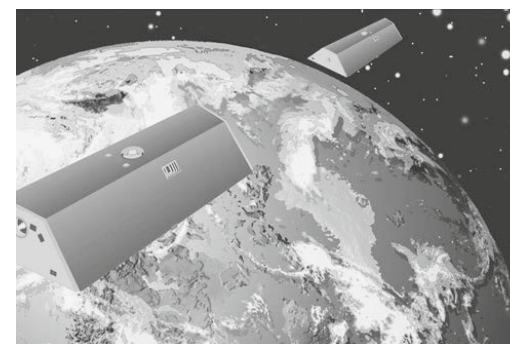
De valversnelling is niet overal gelijk.

De valversnelling is niet overal op aarde precies gelijk. Dit kan een gevolg zijn van de draaiing en de afplatting van de aarde, maar ook van specifieke eigenschappen van de aardkorst. Bergen, zware gesteenten of olievelden veroorzaken **permanente** afwijkingen in de plaatselijke zwaartekracht.

Aardverschuivingen, getijdenwerkingen en het smelten van poolkappen leveren daarentegen **tijdelijke** afwijkingen op.

Om dit alles te kunnen meten, zijn twee identieke satellieten gelanceerd: GRACE A en GRACE B. Zie figuur 1.

figuur 1



De twee satellieten draaien achter elkaar aan om de aarde op een hoogte van 485 km met een onderlinge afstand van 220 km. Kleine afwijkingen in de gravitatiekracht beïnvloeden de onderlinge afstand tussen de satellieten.

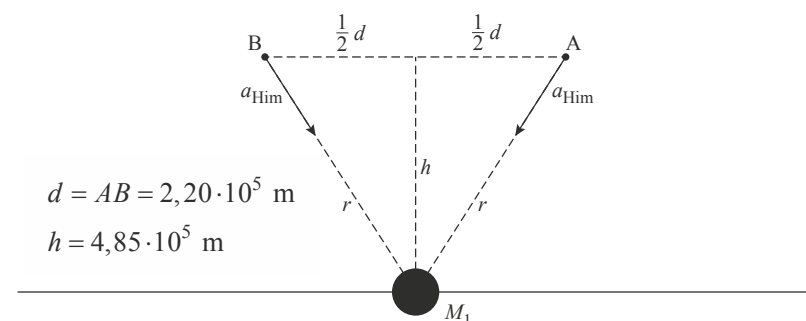
De satellieten leggen per etmaal ongeveer 15 rondjes om de aarde af.

5 Toon dit aan.

Hint: Bereken daartoe eerst de omlooptijd van de satellieten.

Op een gegeven moment bewegen de twee GRACE satellieten over de Himalaya. Zie figuur 2. De Himalaya wordt hierin aangegeven als een massa M_1 . In de getekende positie ondervinden beide satellieten elk een (zeer kleine) extra versnelling a_{Him} door de gravitatiekracht van M_1 .

figuur 2



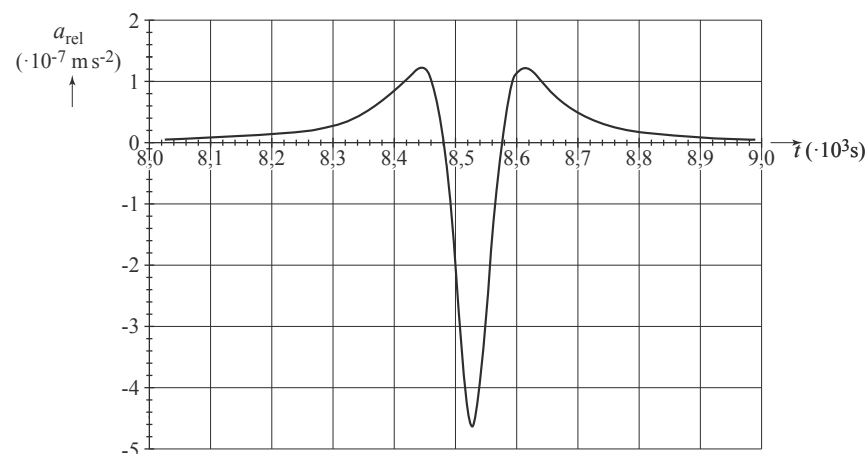
Voor de grootte van de onderlinge versnelling geldt: $a_{\text{rel}} = GM_1 \frac{d}{r^3}$.

6 Voer de volgende opdrachten uit voor de gegeven situatie:

- Leg uit dat de onderlinge versnelling alleen door de horizontale componenten van a_{Him} bepaald wordt.
- Beredeneer op grond van de vectorrichtingen of de twee satellieten op dit moment naar elkaar toe of van elkaar af versneld worden.
- Leid af dat geldt: $a_{\text{rel}} = GM_1 \frac{d}{r^3}$.

In figuur 3 is de onderlinge versnelling a_{rel} tijdens de beweging over de Himalaya weergegeven als functie van de tijd.

figuur 3



7 Bepaal op grond van figuur 3 de massa M_1 .

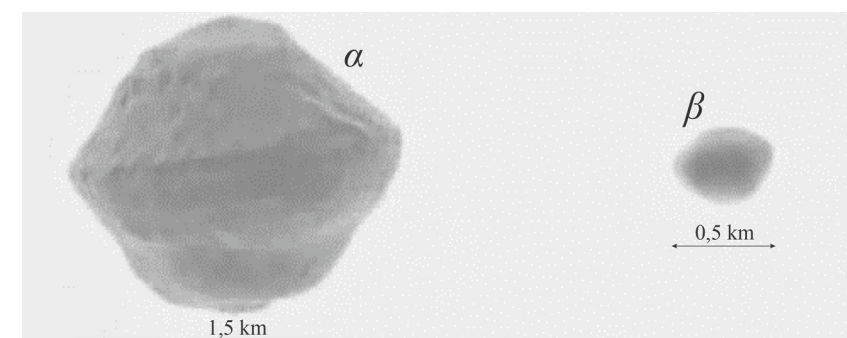
Dubbel-planetoïde 1999 KW4

Planetoïden, soms ook asteroïden genoemd, zijn brokstukken die zich net als planeten in een baan om de zon bewegen. Hun doorsnede varieert van veel minder dan 1 km tot zo'n 1000 km.

De titel van deze opgave verwijst naar de dubbel-planetoïde die, voor zover nu bekend, het dichtste bij de zon komt.

Uit radarbeelden blijkt dat deze dubbel-planetoïde uit twee brokstukken bestaat die om elkaar heen draaien. De grote wordt α genoemd, de kleine β . Zie figuur 1.

figuur 1



In het onderstaande kader zijn een aantal onderzoeksgegevens over 1999 KW4 te vinden.

- De massa van α is $2,6 \cdot 10^{12} \text{ kg}$.
- De (maximale) diameter van α is 1,5 km.
- De (maximale) diameter van β is 0,5 km.
- De omlooptijd van β om α is 17,4 uur.
- De gravitatieversnelling op de evenaar van α is $4,3 \cdot 10^{-4} \text{ m s}^{-2}$.
- De rotatietijd van α (de tijd waarin hij om zijn as draait) is 2,5 uur.

Sommige hemellichamen blijken voornamelijk uit ijzer te bestaan.

8 Ga met behulp van een schatting na of dat voor α aannemelijk is.

De benodigde middelpuntzoekende kracht om β in zijn baan om α te houden, wordt geleverd door de gravitatiekracht.

Voor de omlooptijd T van β geldt de wet van Kepler: $\frac{GM}{4\pi^2} = \frac{r^3}{T^2}$

Hierin is:

- M de massa van α ;
- r de afstand tussen α en β ;
- T de omlooptijd.

De massa van α die in het kader staat, is berekend met de wet van Kepler uit de waargenomen afstand tussen α en β .

9 Bereken hoe groot de afstand tussen α en β is.

De wetenschapsjournalist Karel Knip schrijft in het NRC-Handelsblad dat α bij deze rotatietijd net niet "uit elkaar spat".
Bij een kleinere rotatietijd zou dat net wel gebeuren. Bij die rotatietijd T_{rot} zouden losliggende stenen op de evenaar niet blijven liggen.

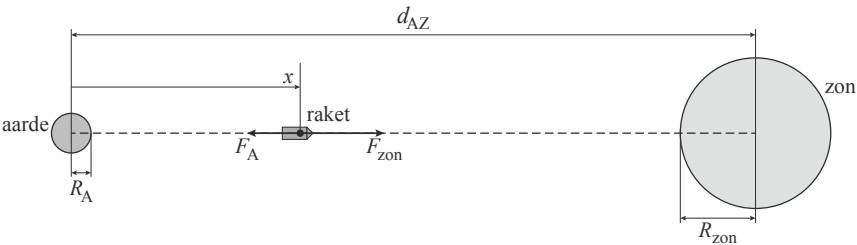
10 Bereken rotatietijd T_{rot} .

Reis naar de zon

De straling van de zon is vanaf de aarde te onderzoeken. Vanaf de oudheid hebben onderzoekers dat ook gedaan met het blote oog of met behulp van optische telescopen. Maar om meer te weten te komen over energiestromen en elektromagnetische velden in de corona, lanceren wetenschappers onderzoeksraketten die zo dicht mogelijk bij de zon komen.

Rond 1950 gingen de eerste onderzoeksraketten (ongeveer) in een rechte lijn naar de zon zoals weergegeven in figuur 1.

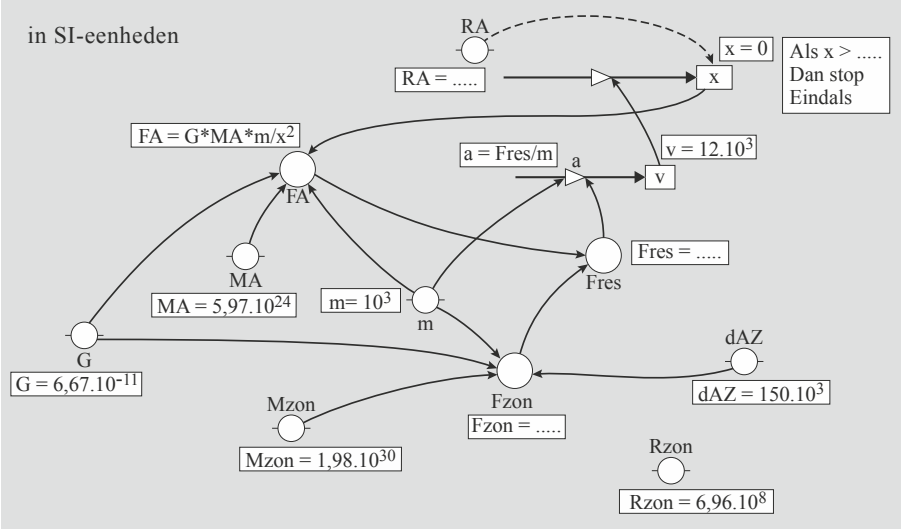
figuur 1



Met een rekenkundig model kan men uitzoeken hoe lang zo'n rechtstreekse reis duurt. Met het model kan men ook kijken hoeveel tijd er is om bepaalde metingen te doen, voordat de raket de zon bereikt.
In figuur 2 staat zo'n rekenkundig model, zowel in de tekstvariant als de grafische variant. (Je mag kiezen welke variant je gebruikt.)

figuur 2

model	startwaarden eenheden in SI
$FA = G \cdot MA \cdot m / x^2$	$G = 6,67E-11$
$Fzon = \dots\dots\dots$	$RA = \dots\dots\dots$
$Fres = \dots\dots\dots$	$Rzon = 6,96E8$
$a = Fres/m$	$dAZ = 150E9$
$x = x + v \cdot dt$	$MA = 5,97E24$
$v = v + a \cdot dt$	$Mzon = 1,989E30$
$t = t + dt$	$t = 0$
$tdag = t / (3600 \cdot 24)$	$dt = 10$
Als $x > \dots\dots\dots$	$v = 12E3$
Dan stop	$x = RA$
Eindals	$m = 1E3$



De startwaarde van de snelheid v in dit model is niet gelijk aan nul.

11 Leg uit waarom deze startwaarde in deze situatie niet gelijk aan nul kan zijn.

In het model is in een aantal regels een gedeelte weggelaten.

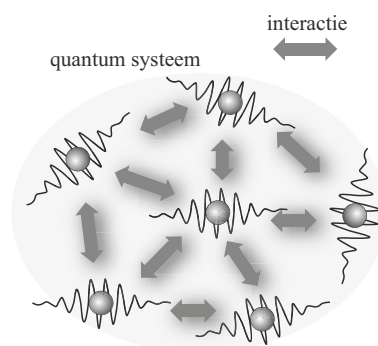
- 12 Voer de volgende opdrachten uit:
- Geef de waarde van R_A .
 - Vul de modelregels voor F_{zon} en F_{res} aan.
 - Vul de stopvoorwaarde ('Als $x > \dots\dots$ Dan stop') aan.

De kracht van het viriaal-theorema-I

Lees onderstaand artikel.

Het viriaal-theorema

Vrijwel alle systemen in de natuur, of het nu sterrenstelsels of quantumsystemen zijn, bestaan uit veel deeltjes en zijn niet exact te berekenen.



Met behulp van behoudswetten kunnen er toch belangrijke uitspraken over het systeem gedaan worden. Eén van die behoudswetten is het volgende verband tussen de potentiële energie en de kinetische energie:

$$E_p = -2E_k.$$

Dit verband wordt het viriaal-theorema genoemd.

In de context van sterrenstelsels en andere systemen waar de gravitatiekracht een rol speelt, wordt de volgende vorm van het viriaal-theorema gebruikt:

$$E_g = -2E_k \quad (1)$$

Hierin is:

- E_g de gravitatie-energie;
- E_k de kinetische energie.

Het internationaal ruimtestation ISS heeft een massa van $4,19 \cdot 10^5$ kg en draait op een hoogte van 409 km boven de aarde.

- 13 Bereken met behulp van het viriaal-theorema (formule (1)) de snelheid van het ISS.

- 14 Leid het viriaal-theorema (formule (1)) af voor een satelliet met een massa m die in een cirkelbaan om een hemellichaam met massa M draait.

Het viriaal-theorema geldt ook voor verzamelingen van sterrenstelsels. Als men de gravitatie-energie van alle deeltjes in een ster, of van alle sterren in één of meerdere sterrenstelsels bij elkaar optelt, is het resultaat:

$$E_g = -\frac{3GM^2}{5R} \quad (2)$$

Hierin is:

- M de totale massa;
- R de straal van het systeem;
- G de gravitatieconstante.

Comacluster

Het Comacluster (zie figuur 1) is een verzameling sterrenstelsels met een straal van $8,4 \cdot 10^{22}$ m en een 'zichtbare massa' van $3,2 \cdot 10^{44}$ kg. (Dat is de massa die tot dan toe waarneembaar was.)

Uit dopplereffectmetingen blijkt dat de gemiddelde snelheid gelijk is aan $1,7 \cdot 10^6$ m s⁻¹.

figuur 1



In 1933 concludeerde de sterrenkundige Zwicky dat de massa die volgt uit het viriaal-theorema veel groter is dan de 'zichtbare massa'.

Zwicky was hiermee de eerste die het bestaan aantoonde van 'donkere materie', dit is het niet-zichtbare gedeelte van de totale massa.

- 15 Bereken voor hoeveel procent het Comacluster uit donkere materie bestaat.

Hints bij hoofdstuk 6

- 1 Op de geostationaire hoogte is F_g gelijk aan F_{mpz} .
- 2 Vergelijk met behulp van figuur 2 de waarden voor F_g en F_{mpz} op een hoogte die groter is dan de geostationaire hoogte.
- 3 Denk aan de middelpuntzoekende kracht.
- 4 Bereken één van de gravitatiekrachten.
- 5 Gebruik voor de berekening van v : $F_{\text{mpz}} = F_g$.
- 6 Gebruik de formule voor de gravitatiekracht voor de afleiding van a_{rel} .
- 7 Bereken r met behulp van de stelling van Pythagoras.
- 8 Kun je een schatting maken van het volume van α ?
- 9 Voor de gravitatieconstante: zie Binas tabel 7A.
- 10 Welke kracht levert de middelpuntzoekende kracht?
- 11 Kan een raket zonder beginsnelheid loskomen van de aarde?
- 12 Zie voor de straal van de aarde Binas 31 en voor de gravitatiekracht Binas 35A5.
- 13 Zie Binas 35A5 en 35A4.
- 14 Welke krachten werken op de satelliet?
- 15 Gebruik het viriaal-theorema in combinatie met formule (2).

Uitwerkingen bij hoofdstuk 6

Ruimtelift?

- 1 De geostationaire hoogte h volgt uit: $h = r - R$, waarin:
 r = baanstraal van een satelliet op geostationaire hoogte
 Op de geostationaire hoogte is de gravitatiekracht F_g de middelpuntzoekende kracht F_{mpz} :

$$F_g = F_{\text{mpz}} \Rightarrow G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{m \cdot \left(\frac{2\pi \cdot r}{T}\right)^2}{r} \quad (\text{Binas 35A2 en 35A5}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r^3 = \frac{G \cdot M}{\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2} = \frac{G \cdot M \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}}, \text{ met:}$$

G = gravitatieconstante = $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ (Binas 7A)

m = massa van de satelliet

M = massa van de aarde = $5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ (Binas 31)

v = snelheid van de satelliet

T = duur van één omwenteling van de satelliet = 1 dag = 86400 s (Binas 5)

$$\text{zodat: } r = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 86400^2}{4 \cdot \pi^2}} = 4,223 \cdot 10^7 \text{ m}$$

R = straal van de aarde aan de evenaar = $6,38 \cdot 10^6 \text{ m}$ (Binas 31)

Invullen: $h = 4,223 \cdot 10^7 - 6,38 \cdot 10^6 = 3,585 \cdot 10^7 = 3,6 \cdot 10^7 \text{ m}$ (= $3,6 \cdot 10^4 \text{ km}$)

r is ook rechtstreeks te bepalen uit de wet van Kepler:

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4 \cdot \pi^2} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}} \quad (\text{Binas 35A5})$$

Let op, deze formule staat verkeerd in de zesde editie van Binas informatieboek.

- 2 Op een hoogte die groter is dan de geostationaire hoogte, is de benodigde middelpuntzoekende kracht groter dan de gravitatiekracht op B (zie figuur 1). De kabel oefent dus een kracht uit op massa B, die het verschil is tussen de middelpuntzoekende kracht (F_{mpz}) en de gravitatiekracht (F_g) op B op die hoogte. Volgens de derde wet van Newton (Binas 35A3) oefent de massa B dan een even grote maar tegengestelde reactiekracht uit op de kabel. Als de zwaartekracht op de kabel kleiner is dan deze reactiekracht, treedt er in de kabel een spankracht op, waardoor de kabel strak staat.

WMAPI

- 3 Voor de resulterende kracht F_{res} geldt: $F_{\text{res}} = F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r}$ (Binas 35A2), waarin:
 F_{mpz} = middelpuntzoekende kracht
 m = massa van de satelliet = 840 kg
 v = snelheid van de satelliet = $\frac{2\pi \cdot r}{T}$ (Binas 35A2), met:
 r = baanstraal van de satelliet = $r_a + r_{a\text{-wmap}}$, met:
 r_a = baanstraal van de aarde = $0,1496 \cdot 10^{12} \text{ m}$ (Binas 31)
 $r_{a\text{-wmap}}$ = afstand van de satelliet tot de aarde = 1,5 miljoen km = $1,5 \cdot 10^9 \text{ m}$
 zodat: $r = 0,1496 \cdot 10^{12} + 1,5 \cdot 10^9 = 1,511 \cdot 10^{11} \text{ m}$

$$T = \text{omlooptijd van de satelliet} = 365 \text{ d} = 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 3,154 \cdot 10^7 \text{ s}$$

$$\text{zodat: } v = \frac{2\pi \cdot 1,511 \cdot 10^{11}}{3,154 \cdot 10^7} = 3,010 \cdot 10^4 \text{ m s}^{-1}$$

$$r = 1,511 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

$$\text{Invullen: } F_{\text{res}} = \frac{840 \cdot (3,010 \cdot 10^4)^2}{1,511 \cdot 10^{11}} = 5,0 \text{ N}$$

4 methode 1

We berekenen eerst de gravitatiekracht $F_{g,a}$ van de aarde op WMAP met:

$$F_{g,a} = G \cdot \frac{m \cdot M_a}{(r_{a-wmap})^2} \quad (\text{Binas 35A5}), \text{ waarin:}$$

$$G = \text{gravitatieconstante} = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \quad (\text{Binas 7A})$$

$$m = \text{massa van de satelliet} = 840 \text{ kg}$$

$$M_a = \text{massa van de aarde} = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg} \quad (\text{Binas 31})$$

$$r_{a-wmap} = \text{afstand van de satelliet tot de aarde} = 1,5 \text{ miljoen km} = 1,5 \cdot 10^9 \text{ m}$$

$$\text{Invullen: } F_{g,a} = 6,673 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{840 \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{(1,5 \cdot 10^9)^2} = 0,15 \text{ N}$$

De gravitatiekracht $F_{g,z}$ van de zon op WMAP volgt dan uit:

$$F_{g,z} = F_{\text{res}} - F_{g,a} = 5,0 - 0,15 = 4,9 \text{ N}$$

De gravitatiekracht van de zon levert dus de grootste bijdrage aan de resulterende kracht.

We hadden ook eerst de gravitatiekracht van de zon kunnen uitrekenen en daarmee de gravitatiekracht van de aarde kunnen berekenen.

methode 2

Voor de verhouding van de gravitatiekrachten geldt:

$$\frac{F_{g,a}}{F_{g,z}} = \frac{G \cdot \frac{m \cdot M_a}{(r_{a-wmap})^2}}{G \cdot \frac{m \cdot M_z}{(r_{z-wmap})^2}} = \frac{M_a \cdot (r_{z-wmap})^2}{M_z \cdot (r_{a-wmap})^2} \quad (\text{Binas 35A5}), \text{ waarin:}$$

$$F_{g,a} = \text{gravitatiekracht van de aarde op WMAP}$$

$$F_{g,z} = \text{gravitatiekracht van de zon op WMAP}$$

$$G = \text{gravitatieconstante}$$

$$m = \text{massa van de satelliet}$$

$$M_a = \text{massa van de aarde} = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg} \quad (\text{Binas 31})$$

$$r_{a-wmap} = \text{afstand van WMAP tot de aarde} = 1,5 \text{ miljoen km} = 1,5 \cdot 10^9 \text{ m}$$

$$M_z = \text{massa van de zon} = 1,9884 \cdot 10^{30} \text{ kg} \quad (\text{Binas 32C})$$

$$r_{z-wmap} = \text{baanstraal van WMAP} = \text{baanstraal van de aarde} + r_{a-wmap} = 0,1496 \cdot 10^{12} + 1,5 \cdot 10^9 \quad (\text{Binas 31}) = 1,511 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

$$\text{Invullen: } \frac{F_{g,a}}{F_{g,z}} = \frac{5,972 \cdot 10^{24} \cdot (1,511 \cdot 10^{11})^2}{1,9884 \cdot 10^{30} \cdot (1,5 \cdot 10^9)^2} = 0,030$$

De gravitatiekracht van de aarde is dus veel kleiner dan die van de zon, dus de zon levert de grootste bijdrage in de resulterende kracht.

Grace

- 5 Het aantal rondjes n dat de satellieten per etmaal afleggen, volgt uit: $n = \frac{t}{T}$, waarin: $t = \text{één etmaal} = 24 \text{ h}$

$T = \text{omlooptijd van de satellieten}$

$$\text{Er geldt: } v = \frac{2\pi \cdot r}{T} \quad (\text{Binas 35A2}) \Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot r}{v}, \text{ met:}$$

$v = \text{baansnelheid van de satellieten}$

Berekening van v :

De middelpuntzoekende kracht F_{mpz} wordt geleverd door de gravitatiekracht

$$F_g, \text{ dus: } F_{\text{mpz}} = F_g \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \quad (\text{Binas 35A2 en 35A5}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}, \text{ met:}$$

$m = \text{massa van één satelliet}$

$r = \text{afstand van een satelliet tot het middelpunt van de aarde} = R + h, \text{ met:}$

$$R = \text{straal van de aarde} = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m} \quad (\text{Binas 31})$$

$$h = \text{hoogte van de satelliet boven de aarde} = 485 \text{ km} = 0,485 \cdot 10^6 \text{ m},$$

$$\text{zodat: } r = (6,371 + 0,485) \cdot 10^6 = 6,86 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$G = \text{gravitatieconstante} = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \quad (\text{Binas 7A})$$

$$M = \text{massa van de aarde} = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg} \quad (\text{Binas 31})$$

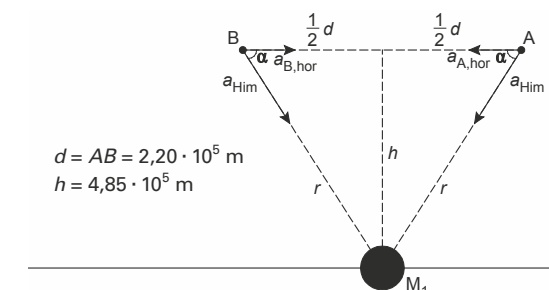
$$\text{zodat: } v = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{6,86 \cdot 10^6}} = 7,62 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{zodat: } T = \frac{2\pi \cdot 6,86 \cdot 10^6}{7,62 \cdot 10^3} = 5,66 \cdot 10^3 \text{ s} = \frac{5,66 \cdot 10^3}{3600} \text{ h} = 1,57 \text{ h}$$

$$\text{Invullen: } n = \frac{24}{1,57} = 15,3 \approx 15 \text{ rondjes}$$

- 6 Zie de tekening.

- In de tekening staan langs de lijn BA de horizontale componenten $a_{B,\text{hor}}$ en $a_{A,\text{hor}}$ van de versnellingen op B en A getekend. De onderlinge versnelling is gericht langs de lijn BA, dus deze wordt bepaald door $a_{B,\text{hor}}$ en $a_{A,\text{hor}}$. De verticale componenten van a_{Him} dragen niet bij.



$$d = AB = 2,20 \cdot 10^5 \text{ m}$$

$$h = 4,85 \cdot 10^5 \text{ m}$$

- De horizontale component $a_{B,\text{hor}}$ op B wijst naar rechts (naar A) en de horizontale component $a_{A,\text{hor}}$ op A wijst naar links (naar B), dus de twee satellieten worden naar elkaar toe versneld.

- Voor de grootte van de onderlinge versnelling a_{rel} geldt (zie tekening):

$$a_{\text{rel}} = |a_{B,\text{hor}}| + |a_{A,\text{hor}}|, \text{ waarin: } a_{A,\text{hor}} = -a_{B,\text{hor}}, \text{ zodat:}$$

$$a_{\text{rel}} = 2 \cdot |a_{B,\text{hor}}| = 2 \cdot a_{\text{Him}} \cdot \cos \alpha = 2 \cdot \frac{F_g}{m} \cdot \cos \alpha \quad (\text{Binas 35A3}) =$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{G \cdot m \cdot M_1}{r^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{r} \quad (\text{Binas 35A5}) = G \cdot M_1 \cdot \frac{d}{r^3}, \text{ met:}$$

$$F_g = \text{gravitatiekracht op B}, \quad m = \text{massa van B}, \quad M_1 = \text{massa van de Himalaya},$$

$$\alpha = \text{hoek die de richtingen van BA en BM}_1 \text{ met elkaar maken,}$$

$$G = \text{gravitatieconstante}, \quad r = \text{afstand tussen B en M}_1 \text{ en } d = \text{afstand tussen B en A.}$$

- 7 We berekenen de massa M_1 met: $a_{\text{rel}} = G \cdot M_1 \cdot \frac{d}{r^3} \Rightarrow M_1 = \frac{a_{\text{rel}} \cdot r^3}{G \cdot d}$, waarin:
- a_{rel} = maximale onderlinge versnelling = $4,65 \cdot 10^{-7} \text{ m s}^{-2}$ (afgelezen in figuur 3)
- r = afstand tussen B en M_1 (zie tekening)
- Bereken r met de stelling van Pythagoras
- $$r^2 = \left(\frac{1}{2} \cdot d\right)^2 + h^2 \Rightarrow$$
- $$\Rightarrow r = \sqrt{\left(\frac{1}{2} \cdot d\right)^2 + h^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2} \cdot 2,20 \cdot 10^5\right)^2 + (4,85 \cdot 10^5)^2} = 4,97 \cdot 10^5 \text{ m}$$
- G = gravitatieconstante = $6,674 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ (Binas 7A)
- d = $AB = 2,20 \cdot 10^5 \text{ m}$
- Invullen: $M_1 = \frac{4,65 \cdot 10^{-7} \cdot (4,97 \cdot 10^5)^3}{6,674 \cdot 10^{-11} \cdot 2,20 \cdot 10^5} = 3,86 \cdot 10^{15} \text{ kg}$

Dubbel-planetoïde 1999 KW4

- 8 We vergelijken de geschatte dichtheid ρ_α van de planetoïde α met die van ijzer ρ_{ijzer} .

Bepaling van de dichtheid ρ_α met: $\rho_\alpha = \frac{m}{V}$ (Binas 35C1), waarin:

m = massa van α = $2,6 \cdot 10^{12} \text{ kg}$

V = volume van α

Dit volume moeten we aan de hand van figuur 1 schatten. De planetoïde heeft met een beetje fantasie iets weg van een bol. Als 1,5 km de grootste diameter is, nemen we een bol met straal $r = 0,65 \text{ km} = 0,65 \cdot 10^3 \text{ m}$

$$\Rightarrow V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \text{ (Binas 36B)} = \frac{4}{3} \pi \cdot (0,65 \cdot 10^3)^3 = 1,15 \cdot 10^9 \text{ m}^3$$

$$\text{Invullen: } \rho_\alpha = \frac{2,6 \cdot 10^{12}}{1,15 \cdot 10^9} = 2,3 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}, \text{ terwijl } \rho_{\text{ijzer}} = 7,87 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3} \text{ (Binas 8)}$$

De veronderstelling dat α uit ijzer zou bestaan is dus onaannemelijk.

- 9 De afstand r tussen α en β vinden we uit:

$$\frac{G \cdot M}{4\pi^2} = \frac{r^3}{T^2} \Rightarrow r^3 = \frac{G \cdot M \cdot T^2}{4\pi^2} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M \cdot T^2}{4\pi^2}}, \text{ waarin:}$$

G = gravitatieconstante = $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ (Binas 7A)

M = massa van α = $2,6 \cdot 10^{12} \text{ kg}$

T = omlooptijd van β = $17,4 \text{ h} = 17,4 \cdot 3600 \text{ s} = 6,26 \cdot 10^4 \text{ s}$

$$\text{Invullen: } r = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2,6 \cdot 10^{12} \cdot (6,26 \cdot 10^4)^2}{4\pi^2}} = 2,6 \cdot 10^3 \text{ m}$$

- 10 De rotatietijd T_{rot} van α waarbij stenen op de evenaar nog net blijven liggen, volgt uit:

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T_{\text{rot}}} \text{ (Binas 35A2)} \Rightarrow T_{\text{rot}} = \frac{2\pi \cdot r}{v}, \text{ waarin:}$$

v = maximale baansnelheid aan de evenaar waarbij een steen nog net blijft liggen

$$\text{Dan is: } F_g = F_{\text{mpz}} \Rightarrow m \cdot g_\alpha = \frac{m \cdot v^2}{r} \Rightarrow v^2 = g_\alpha \cdot r \Rightarrow v = \sqrt{g_\alpha \cdot r}, \text{ met:}$$

$$F_g = \text{gravitatiekracht op een massa } m \text{ aan de evenaar van } \alpha = m \cdot g_\alpha \text{ (Binas 35A3)}$$

$$F_{\text{mpz}} = \text{middelzoekende kracht} = \frac{m \cdot v^2}{r} \text{ (Binas 35A2)}$$

m = massa van een steen op de evenaar van α

g_α = valversnelling op de evenaar van α = $4,3 \cdot 10^{-4} \text{ m s}^{-2}$

r = straal van α = $0,5 \cdot \text{diameter van } \alpha$ = $0,5 \cdot 1,5 \text{ km} = 0,75 \cdot 10^3 \text{ m}$

$$\text{zodat: } v = 4,3 \cdot 10^{-4} \cdot 0,75 \cdot 10^3 = 0,568 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Invullen: } T_{\text{rot}} = \frac{2\pi \cdot 0,75 \cdot 10^3}{0,568} = 8,30 \cdot 10^3 \text{ s} = \frac{8,30 \cdot 10^3}{3600} \text{ h} = 2,3 \text{ h}$$

De werkelijke omlooptijd is 2,5 h, dus als α iets sneller zou draaien, zouden stenen aan de evenaar inderdaad loskomen.

Reis naar de zon

- 11 De startwaarde van de snelheid v is in dit model niet nul, omdat v de snelheid voorstelt, nadat de raketmotoren de raket voldoende aanvangssnelheid hebben gegeven om aan de aantrekking van de aarde te ontsnappen.

- 12 – R_A = straal van de aarde aan de evenaar = $6,378 \cdot 10^6 \text{ m}$ (Binas 31)

$$- F_{\text{zon}} = \text{gravitatiekracht van de zon} = G \cdot \frac{M_{\text{zon}} \cdot m}{(d_{\text{AZ}} - x)^2} \text{ (Binas 35A5)}$$

Afstand raket-zonoppervlak = afstand aarde-zon minus afstand aarde-raket

$$- F_{\text{res}} = F_{\text{zon}} - F_A$$

$$- \text{Als } x > d_{\text{AZ}} - R_{\text{zon}}$$

De raket slaat op de oppervlakte van de zon in en R_{zon} is niet verwaarloosbaar ten opzichte van d_{AZ} .

De kracht van het viriaal-theorema-I

- 13 De snelheid v van het ruimtestation ISS volgt uit:

$$E_g = -2 \cdot E_k \Rightarrow -G \cdot \frac{m \cdot M}{r} = -2 \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \text{ (Binas 35A5 en 35A4)} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}, \text{ met:}$$

E_g = gravitatie-energie

E_k = kinetische energie

G = gravitatieconstante = $6,674 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ (Binas 7A)

m = massa van het ruimtestation

M = massa van de aarde = $5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ (Binas 31)

r = afstand van het ruimtestation tot het middelpunt van de aarde = $R + h$, met:

R = straal van de aarde = $6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$ (Binas 31)

h = hoogte van het ruimtestation boven de aarde = $409 \text{ km} = 0,409 \cdot 10^6 \text{ m}$

zodat: $r = (6,371 + 0,409) \cdot 10^6 \text{ m} = 6,780 \cdot 10^6 \text{ m}$

$$\text{Invullen: } v = \sqrt{\frac{6,674 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{6,780 \cdot 10^6}} = 7,67 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

- 14 Voor de satelliet geldt: $F_g = F_{\text{mpz}}$ (waarin F_g = gravitatiekracht en F_{mpz} = middelpuntzoekende kracht) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r} \text{ (Binas 35A5 en 35A2; } r = \text{straal van de cirkelbaan)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow G \cdot \frac{m \cdot M}{r} = m \cdot v^2 \Rightarrow -G \cdot \frac{m \cdot M}{r} = -m \cdot v^2 = -2 \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_g = -2 \cdot E_k \text{ (Binas 35A5 en 35A4)}$$

- 15 Het percentage van het Comacluster dat uit donkere materie bestaat, volgt uit:

$$\text{percentage} = \frac{M - M_{\text{zb}}}{M} \cdot 100\%, \text{ waarin:}$$

M = massa van het Comacluster als we uitgaan van het viriaal-theorema

$$\text{Er geldt: } E_g = -\frac{3 \cdot G \cdot M^2}{5 \cdot R}$$

$$\text{Nu is } E_g = -2 \cdot E_k, \text{ zodat: } -\frac{3 \cdot G \cdot M^2}{5 \cdot R} = -2 \cdot \frac{1}{2} \cdot M \cdot v^2 = -M \cdot v^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M = \frac{5 \cdot v^2 \cdot R}{3 \cdot G}, \text{ met:}$$

E_g = gravitatie-energie van het Comacluster

E_k = kinetische energie van het Comacluster

G = gravitatieconstante = $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ (Binas 7A)

R = straal van het Comacluster = $8,4 \cdot 10^{22} \text{ m}$

v = gemiddelde snelheid van het Comacluster = $1,7 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$

$$\text{zodat: } M = \frac{5 \cdot (1,7 \cdot 10^6)^2 \cdot 8,4 \cdot 10^{22}}{3 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}} = 6,1 \cdot 10^{45} \text{ kg}$$

M_{zb} = 'zichtbare massa' van het Comacluster = $3,2 \cdot 10^{44} \text{ kg}$

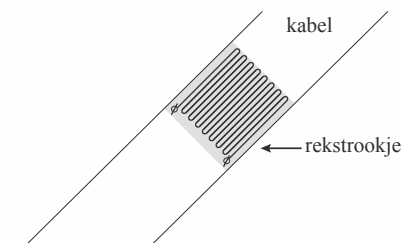
$$\text{Invullen: } \text{percentage} = \frac{6,1 \cdot 10^{45} - 3,2 \cdot 10^{44}}{6,1 \cdot 10^{45}} \cdot 100\% = 95\%$$

7 Elektrische systemen (domein D1)

Rekstrookje

Om te controleren of een brug niet te zwaar belast wordt, maakt men gebruik van sensoren. In zo'n sensor zit een zogenoemd 'rekstrookje', dat op een kabel van de brug is geplakt. In zo'n rekstrookje is een lange, dunne constantaandraad verwerkt. Zie figuur 1.

figuur 1



Deze draad heeft een weerstand van 350Ω en een diameter van $40 \mu\text{m}$.

- 1 Bereken de lengte van de constantaandraad.

Als er veel verkeer op de brug is, rekt de kabel een beetje uit. Het rekstrookje rekt relatief evenveel uit. Bij deze uitrekking verandert de weerstand van het rekstrookje. Door deze weerstandsverandering te meten, weet men of de kabel te veel uitrekt.

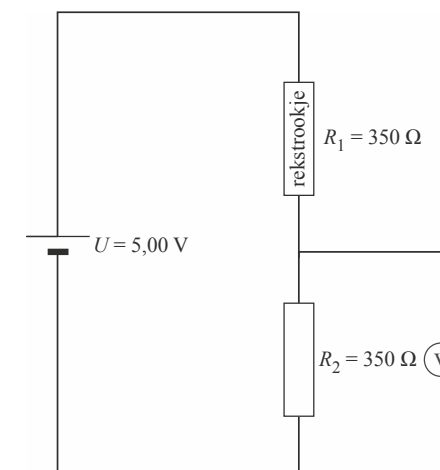
Als het strookje uitrekt, wordt de weerstand van de constantaandraad groter.

- 2 Geef twee redenen hiervoor.

De weerstandsverandering van het rekstrookje kan bepaald worden met de schakeling van figuur 2. Als de weerstand van het rekstrookje $1,0 \Omega$ groter wordt, verandert de spanning die de spanningsmeter aangeeft minder dan een half procent.

- 3 Toon dat aan.

figuur 2



Om de weerstandsverandering beter te meten, wordt de schakeling van figuur 3 gebruikt. Als het rekstrookje niet is uitgerekt, geeft de spanningsmeter 0,000 V aan.

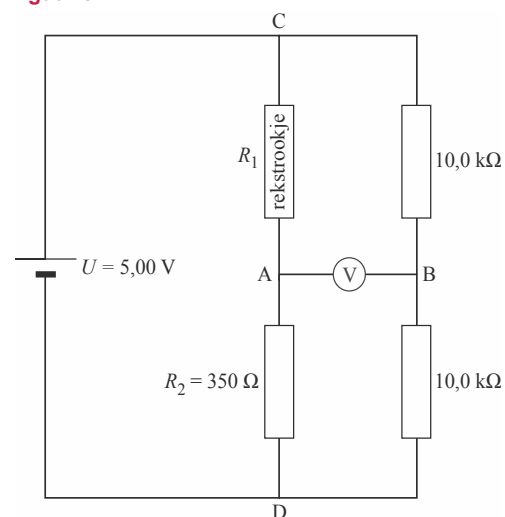
4 Leg dit uit.

Als het rekstrookje uitrekt, geeft de spanningsmeter wel een spanning aan. Zie figuur 4.

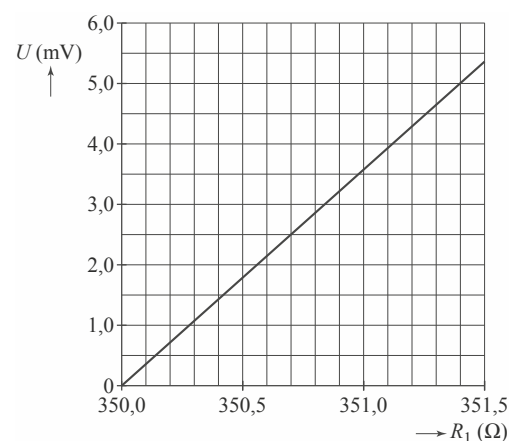
Een verandering van de weerstand van het rekstrookje van $1,0 \Omega$ kan nauwkeuriger gemeten worden met de schakeling van figuur 3 dan met de schakeling van figuur 2.

5 Leg dit uit.

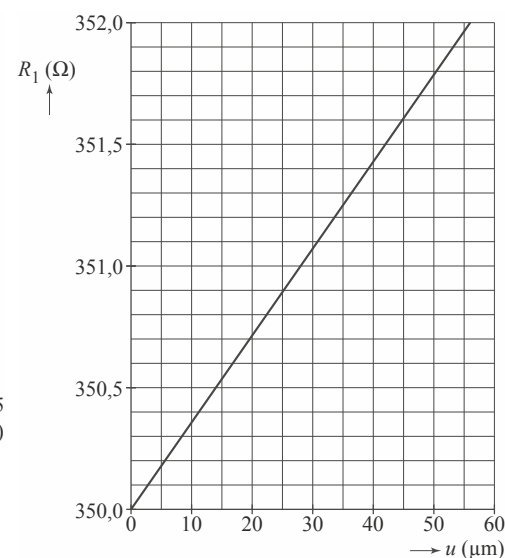
figuur 3



figuur 4



figuur 5



Het rekstrookje heeft een lengte van 6,1 cm en is op een 198 m lange kabel van de brug vastgeplakt. In figuur 5 is het verband tussen de weerstand en de uitrekking van het rekstrookje weergegeven.

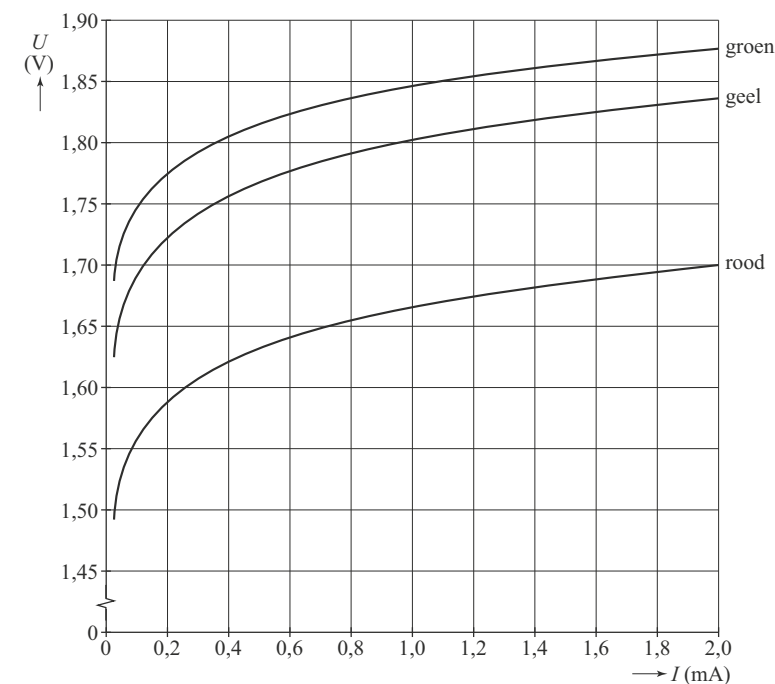
Als door veel verkeer de kabel van de brug 12 cm uitrekt, gaat een alarm af.

6 Bepaal bij welke spanning het alarm afgaat.

Gekleurde LED's-I

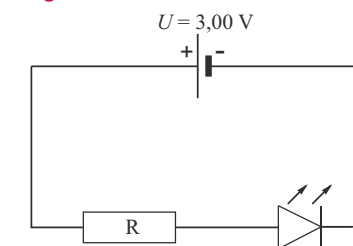
Een LED (Light Emitting Diode) is een diode die licht uitzendt als deze in de doorlaatrichting geschakeld is. In figuur 1 staan de (U, I) - karakteristieken van een aantal LED's met verschillende kleuren.

figuur 1



In figuur 2 is een schakeling getekend waarin een **rode** LED in serie geschakeld is met een weerstand. De spanning $U = 3,00 \text{ V}$. Door de **rode** LED in figuur 2 loopt een stroomsterkte van $0,60 \text{ mA}$.

figuur 2



7 Bepaal de grootte van de weerstand R.

De **rode** LED in de schakeling wordt vervangen door een **groene** LED.

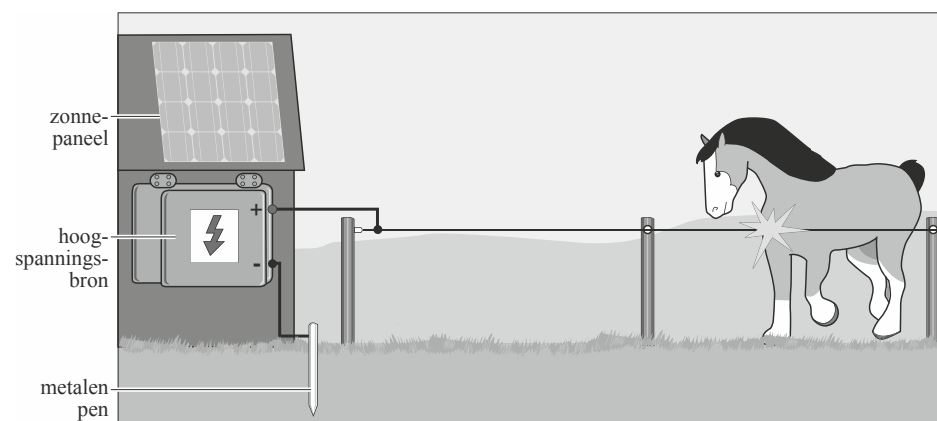
De stroomsterkte door de groene LED is ook $0,60 \text{ mA}$.

8 Beredeneer of de waarde van de weerstand R dan groter of kleiner gekozen moet worden.

Schrikdraadinstallatie

Om weilanden af te rasteren wordt vaak schrikdraad gebruikt. In figuur 1 staat een schematische tekening van een schrikdraadinstallatie.

figuur 1



De hoogspanningsbron zet de schrikdraden met korte pulsen onder spanning. Als een dier het schikdraad aanraakt, krijgt het een schok.

- 9 Voer de volgende opdrachten uit:
- Noem de onderdelen van de stroomkring die dan ontstaat.
 - Leg uit of de installatie energie verbruikt als de schrikdraad niet aangeraakt wordt.

Voor een bepaald soort schrikdraad wordt draad van roestvrij staal gebruikt met een lengte van 400 m en een diameter van 3,2 mm.

- 10 Bereken de weerstand van deze draad.

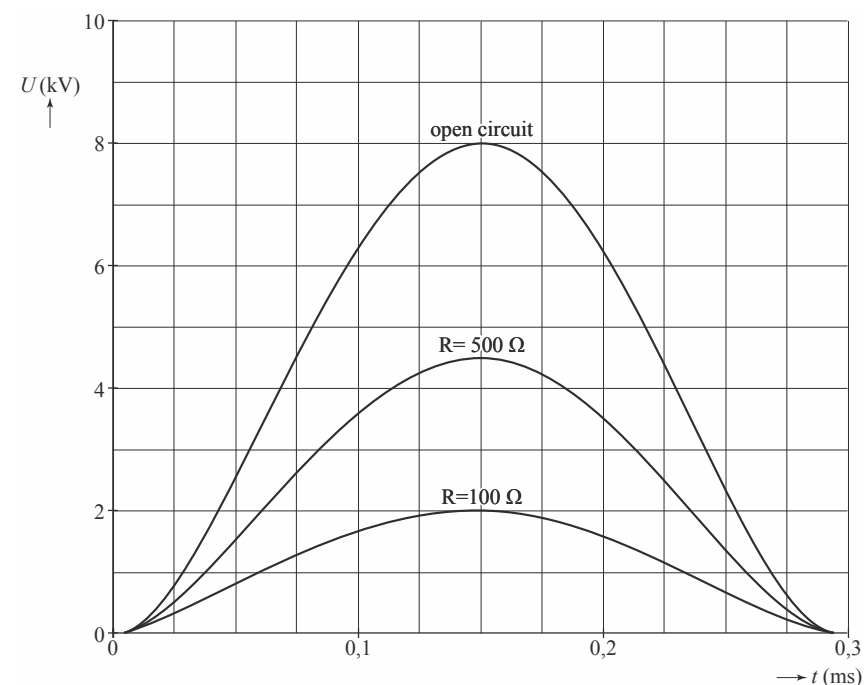
De Europese normen voor elektrische afasteringen zijn vastgelegd in de zogenoemde EN-normen. De vier belangrijkste EN-normen voor een schrikdraadinstallatie zijn:

- 1 De onbelaste uitgangsspanning mag niet hoger zijn dan 10 kV.
- 2 De duur van één puls mag niet groter zijn dan 10 ms.
- 3 De maximale stroomsterkte mag niet meer zijn dan 15 A bij een belastingsweerstand van 100 Ω en van 500 Ω .
- 4 De energie in één puls mag niet meer bedragen dan 6 J.

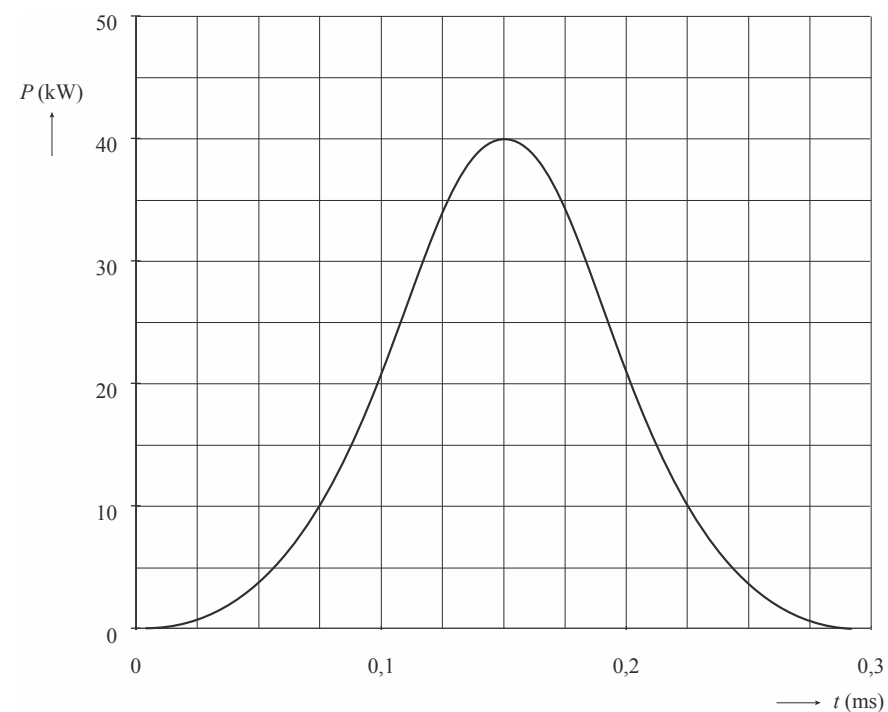
Een Amerikaanse fabrikant wil zijn schrikdraadinstallatie op de Europese markt brengen.

De spanningspulsen bij verschillende belastingsweerstand van die installatie zijn te zien in figuur 2. Met die gegevens is de (P,t) -grafiek gemaakt die weergegeven is in figuur 3. De (P,t) -grafiek van figuur 3 geldt dus zowel voor de belastingsweerstand van 100 Ω als voor de belastingsweerstand van 500 Ω .

figuur 2



figuur 3



- 11 Toon aan met behulp van figuur 2 en figuur 3 dat de maximale waarde van de (P,t) -grafiek van figuur 3 juist is voor de belastingsweerstand van $100\ \Omega$ en van $500\ \Omega$.
- 12 Laat met behulp van figuur 2 en figuur 3 voor elke van de vier EN-normen zien of deze schrikdraadinstallatie eraan voldoet.

Stad van de Zon



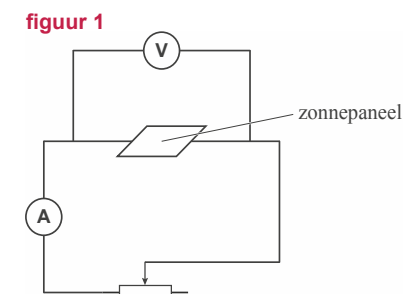
De nieuwbouwwijk 'Stad van de Zon' in Heerhugowaard dankt zijn naam aan het grote aantal zonnepanelen dat geïnstalleerd is. Deze kunnen samen een piekvermogen van 3,75 MW leveren. In de wijk zijn 1600 huizen gebouwd. Janine vraagt zich af hoeveel vierkante meter zonnepanelen voor dit vermogen nodig is. Ook vraagt zij zich af of de energie die door de zonnepanelen geleverd gaat worden genoeg zal zijn voor de hele wijk.

Van verschillende websites haalt ze de informatie die in het onderstaande kader staat.

- Het piekvermogen is het elektrisch vermogen dat zonnepanelen leveren bij 'volle zon' (maximale zonneshijn en loodrechte inval).
- In Nederland is de intensiteit van het zonlicht bij 'volle zon' $1000\ \text{W m}^{-2}$.
- Het gemiddelde vermogen van een zonnepaneel op jaarbasis is 10% van het piekvermogen.
- Het rendement van de gebruikte zonnepanelen is 13%.
- Een gemiddeld Nederlands huishouden gebruikt per jaar 3656 kWh aan elektrische energie.
- De spanning die de zonnepanelen leveren wordt omgezet naar een spanning van 230 V.

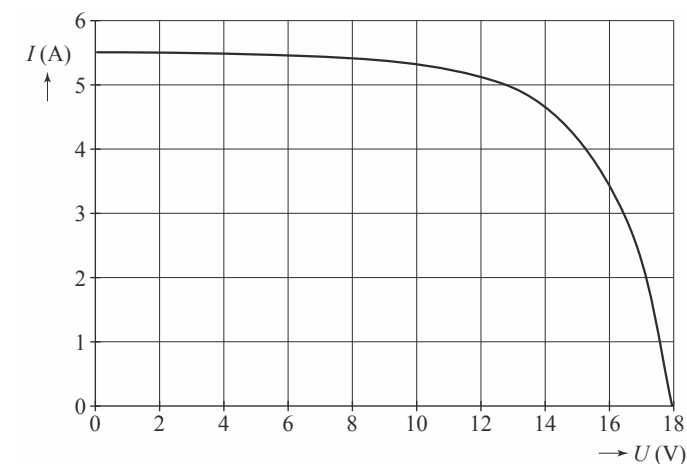
- 13 Bereken de totale oppervlakte van de zonnepanelen in de 'Stad van de Zon'.
- 14 Laat met behulp van een berekening zien of de zonnepanelen op jaarbasis voldoende energie leveren voor de huizen in de wijk.

Janine ontwerpt een experiment om te onderzoeken hoe het elektrisch vermogen van een zonnepaneel afhangt van de weerstand die erop aangesloten wordt. Ze bouwt een opstelling waar, bij een constante lichtintensiteit, een variabele testweerstand op een zonnepaneel aangesloten wordt. Zie figuur 1.



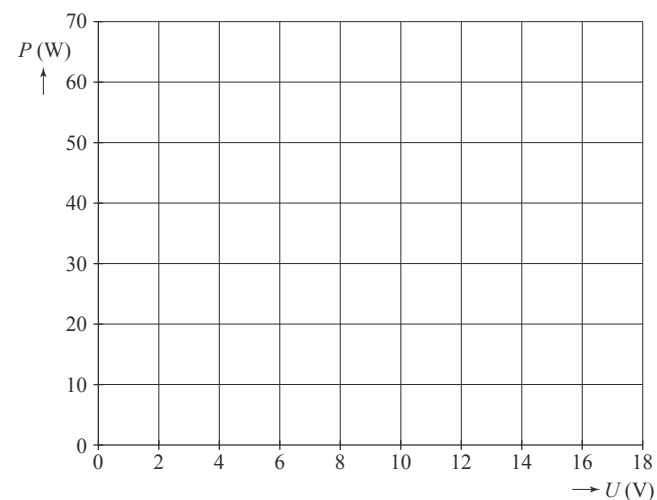
Afhankelijk van de weerstand veranderen de stroomsterkte en de spanning die het paneel levert. Van haar meetresultaten maakt ze het diagram van figuur 2.

figuur 2



- 15 Zet op de grafiek in figuur 2 duidelijk drie punten:
- Eén punt waar de aangesloten weerstand 0 is. Zet bij dit punt 0.
 - Eén punt waar de aangesloten weerstand oneindig groot is. Zet bij dit punt ∞ .
 - Eén punt waar de aangesloten weerstand gelijk is aan $2,5\ \Omega$. Zet bij dit punt 2,5. Geef een toelichting met een berekening of tekening.
- 16 Voer de volgende opdrachten uit:
- Bereken de grootte van het vermogen bij de volgende spanningen: $U = 0, 2, 6, 10, 14, 16$ en $18\ \text{V}$.
 - Teken in de figuur op de uitwerkbijlage het (P,U) -diagram.
 - Bepaal bij welke weerstand het vermogen maximaal is.

uitwerkbijlage bij vraag 16



Draadbreuk

Judith en Fons bestuderen 'samengestelde stroomdraden' die gebruikt worden bij proeven met lage gelijkspanning. Samengestelde draden bestaan uit een bundel niet geïsoleerde dunne koperdraadjes. Zie figuur 1.

figuur 1



Een voordeel is dat zo'n samengestelde draad soepeler is dan een draad van massief koper.

Fons noemt als ander voordeel dat de draad bij dezelfde lengte met dezelfde massa koper minder elektrische weerstand heeft dan een massieve draad van dezelfde lengte en dezelfde massa.

17 Leg uit of Fons gelijk heeft.

De samenstelling van zo'n soepele draad wordt aangegeven met: $(n \times d)$.

Hierin is:

- n het aantal koperdraadjes;
- d de diameter van één draadje in mm.

Een nadeel van samengestelde draden is de beperking van de stroomsterkte.

De 'maximale stroomdichtheid' van samengestelde draden ($d < 0,5$ mm) is $3,6 \text{ A mm}^{-2}$.

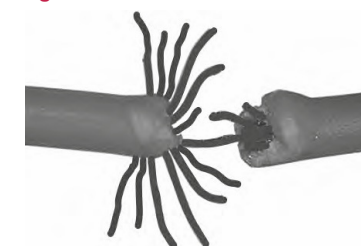
Fons bestudeert de eigenschappen van een samengestelde draad van 1,0 m met samenstelling: $(30 \times 0,10)$.

18 Voer de volgende opdrachten uit:

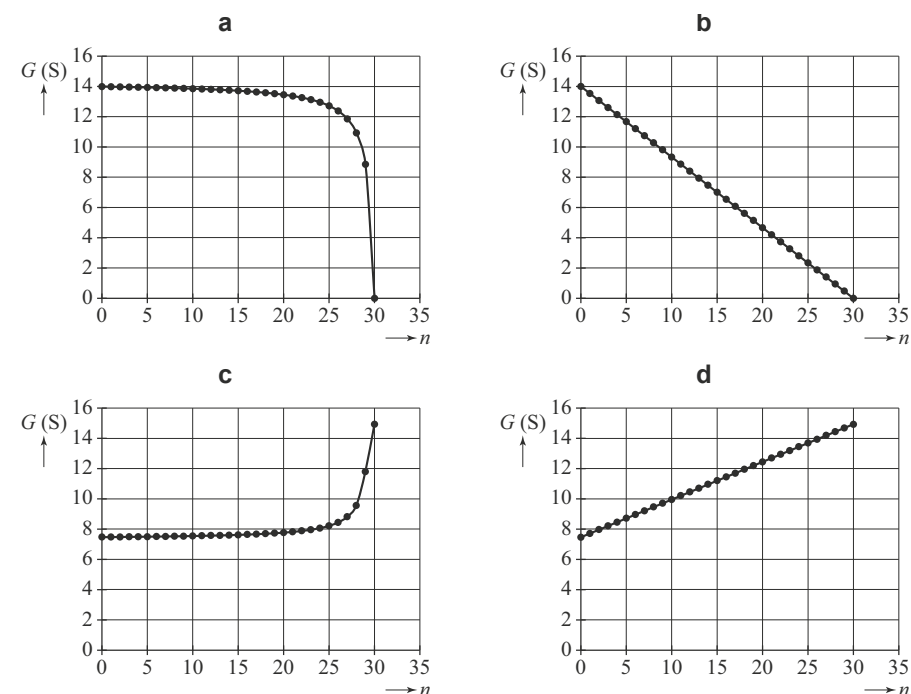
- Bereken de weerstand van deze samengestelde draad.
- Bereken de maximale spanning die over deze samengestelde draad mag staan.

Judith wil uitzoeken hoe de geleidbaarheid G van de totale draad van 1,0 m lengte verandert als ze de draadjes één voor één doorknipt en een klein stukje uit elkaar vouwt. In figuur 2 is een voorbeeld weergegeven (met minder dan 30 draadjes). Zij tekent daartoe de vier diagrammen die staan weergegeven in figuur 3a tot en met 3d.

figuur 2



figuur 3



In elk diagram staat de geleidbaarheid G uitgezet tegen het aantal doorgesneden draadjes n .

19 Leg met behulp van de begrippen serie en/of parallel uit welk diagram het verloop van de geleidbaarheid G het best weergeeft.

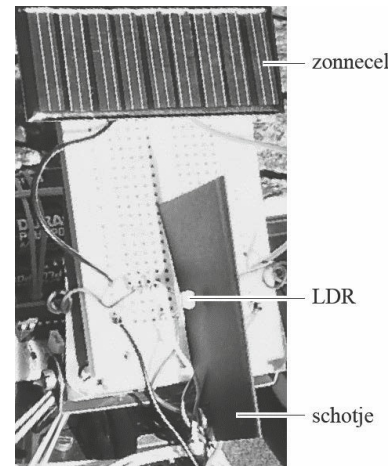
Zonvolgsysteem

Tammo en Jelle hebben voor hun profielwerkstuk een 'zonvolgsysteem' gemaakt. Dit is een opstelling met een zonnepaneel dat meedraait met de zon, zodat het zonnepaneel steeds loodrecht op de invallende zonnestrallen staat. Het zonvolgsysteem bevat onder andere twee exact dezelfde LDR's (light dependent resistor) met daartussen een schotje.

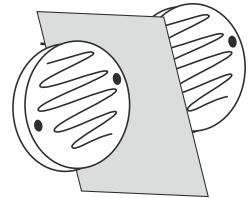
Zie figuur 1 en figuur 2.

Als de zon niet recht boven de twee LDR's staat, valt er een schaduw van het schotje op één van de twee LDR's. Zie figuur 3.

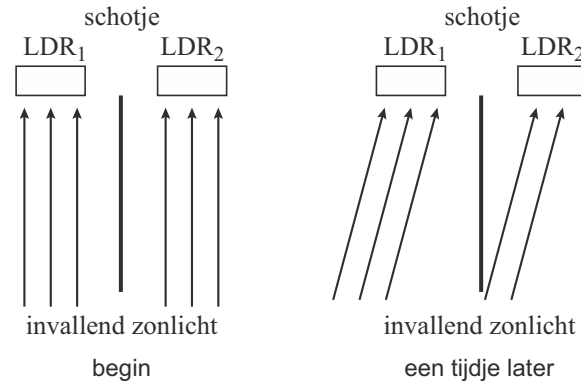
figuur 1



figuur 2



figuur 3

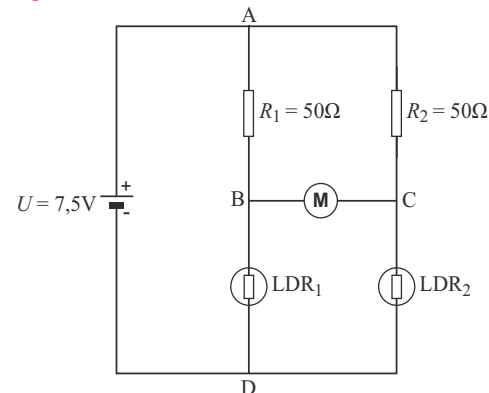


Tammo en Jelle plaatsen de twee LDR's in een schakeling met een elektromotor die de opstelling met het zonnepaneel kan laten draaien. Het schakelschema van het zonvolgsysteem staat in figuur 4.

Om de schakeling te testen laten ze op beide LDR's evenveel licht vallen, zodat de weerstand van beide LDR's gelijk is.

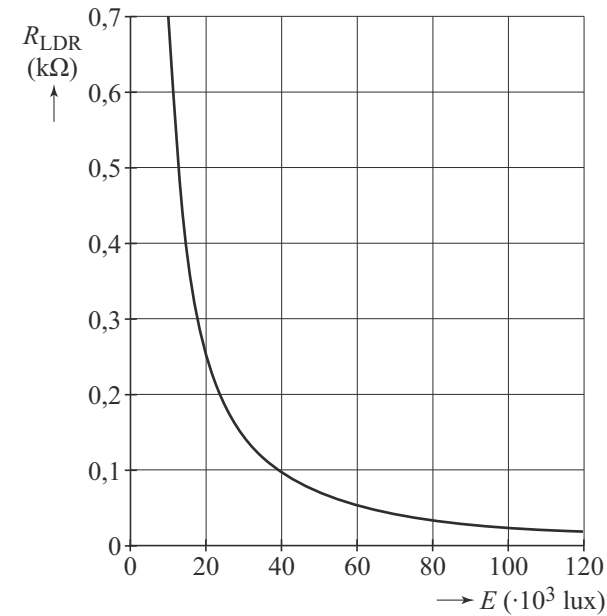
- 20 Leg uit dat er in dit geval geen elektrische stroom door de motor loopt.

figuur 4



In deze situatie levert de voeding een elektrische stroom van 100 mA. De grootte van de weerstand van één zo'n LDR als functie van de verlichtingssterkte E in lux staat in figuur 5 weergegeven.

figuur 5



- 21 Bepaal de verlichtingssterkte op een LDR in deze situatie.

Tammo en Jelle zetten het zonvolgsysteem met het zonnepaneel en de twee LDR's loodrecht op het zonlicht. Door het draaien van de aarde valt er na verloop van tijd een schaduw van het schotje op LDR₂, zoals weergegeven in figuur 3. De richting van de stroom tussen B en C bepaalt welke kant de elektromotor op draait.

- 22 Leg uit of de stroom in de schakeling van B naar C door de motor loopt of andersom. Ga ervan uit dat de weerstand van de elektromotor M veel groter is dan de andere weerstanden in de schakeling.

Hints bij hoofdstuk 7

- 1 Welke verband is er tussen R , ρ , ℓ en A ?
- 2 Neemt de doorsnede van de draad bij uitrekking toe of af?
- 3 Bereken de spanning over R_2 als $R_1 = 351 \Omega$.
- 4 Wat weet je van de spanningen U_{CA} en U_{AD} ?
- 5 Wat geeft de spanningsmeter aan bij $R_1 = 351 \Omega$?
- 6 Bepaal eerst de uitrekking van het rekstrookje.
- 7 Bepaal eerst de spanning over de rode LED bij een stroomsterkte van 0,60 mA.
- 8 Is bij 0,60 mA de spanning over de groene LED groter of kleiner dan over de rode?
- 9 Doorloop de hele stroomkring. Niet aanraken betekent: geen gesloten circuit.
- 10 Wat is het verband tussen R , ρ , ℓ en A ?
- 11 Voor het verband tussen P , U en R : zie Binas 35D1.
- 12 Lees de waarden van de grootheden af bij de top van de puls; wat stelt de oppervlakte onder de grafiek voor in het (P , t)-diagram?
- 13 Hoe groot is het rendement van de zonnepanelen?
- 14 Bereken eerst de hoeveelheid energie die de zonnepanelen leveren op jaarbasis.
- 15 Hoe ziet het (U , I)-diagram voor een Ohmse weerstand van $2,5 \Omega$ eruit?
- 16 Welk verband is er tussen P , U en I ?
- 17 Wat is het verband tussen r , R , A en ℓ ?
- 18 – Bereken eerst de weerstand van 1 draadje.
– Bereken eerst de maximale stroomsterkte door de samengestelde draad.
- 19 Wat gebeurt er met de geleidbaarheid als er slechts één niet-geïsoleerd draadje wordt doorgeknipt?
- 20 Vergelijk de takken ABD en ACD met elkaar.
- 21 Wat gebeurt er met de stroomsterkte in een parallelschakeling?
- 22 Wat gebeurt er met de weerstand van LDR_2 ?

Uitwerkingen bij hoofdstuk 7

Rekstrookje

- 1 We berekenen de lengte ℓ van de constantaandraad met:

$$R = \rho \cdot \frac{\ell}{A} \quad (\text{Binas 35D1}) \Rightarrow \ell = \frac{A \cdot R}{\rho}, \text{ waarin:}$$

R = weerstand van de draad = 350Ω

ρ = soortelijke weerstand van constantaan = $0,45 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ m}$ (Binas 9)

A = doorsnede van de draad.

$$\text{Er geldt: } A = \pi \cdot r^2 \quad (\text{Binas 36.12}) = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \pi \cdot d^2, \text{ met:}$$

r = straal van de draad

d = diameter van de draad = $40 \mu\text{m} = 40 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

$$\text{zodat: } A = \frac{1}{4} \pi \cdot (40 \cdot 10^{-6})^2 = 1,26 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$$

$$\text{Invullen: } \ell = \frac{1,26 \cdot 10^{-9} \cdot 350}{0,45 \cdot 10^{-6}} = 0,98 \text{ m}$$

- 2 Voor de weerstand R van de constantaandraad geldt:

$$R = \rho \cdot \frac{\ell}{A} \quad (\text{Binas 35D1}) \Rightarrow$$

$\Rightarrow R$ is recht evenredig met de lengte ℓ : bij uitrekking van het strookje neemt de lengte van de constantaandraad toe, dus R wordt groter

$\Rightarrow R$ is omgekeerd evenredig met de doorsnede A : bij uitrekking van het strookje zal de doorsnede afnemen, dus R wordt groter.

- 3 Als het strookje nog niet is uitgerekte ('ongerek'), wordt de bronspanning van 5,00 V gelijk verdeeld over de beide weerstanden van $350 \Omega \Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{de spanning over } R_2 \text{ is dan } U_{2,\text{ong}} = 2,50 \text{ V}$$

Als het strookje wel is uitgerekte ('gerek'), wordt de bronspanning van 5,00 V verdeeld over $R_{1,\text{ger}} = 351 \Omega$ en $R_2 = 350 \Omega$.

$$\text{Voor de spanning over } R_2 \text{ geldt dus: } U_{2,\text{ger}} = \frac{350}{350 + 351} \cdot 5,00 = 2,4964 \text{ V} \quad (\text{spanningsdeler}).$$

Berekening van het percentage dat de spanning over weerstand R_2 is veranderd:

$$\frac{U_{2,\text{ger}} - U_{2,\text{ong}}}{U_{2,\text{ong}}} \cdot 100\% = \frac{2,4964 - 2,50}{2,50} \cdot 100\% = -0,14\%$$

Dus dit is een afname van minder dan een half procent.

$U_{2,\text{ger}}$ kan ook berekend worden met: $U_{2,\text{ger}} = I_{\text{ger}} \cdot R_2$ (Binas 35D1), waarin:

$$I_{\text{ger}} = \text{stroomsterkte} = \frac{U_{\text{bron}}}{R_{1,\text{ger}} + R_2} \quad (\text{Binas 35D1}), \text{ met:}$$

$$U_{\text{bron}} = 5,00 \text{ V}$$

$$R_{1,\text{ger}} = 351 \Omega$$

$$R_2 = 350 \Omega$$

$$\text{zodat: } I_{\text{ger}} = \frac{5,00}{351 + 350} = 7,133 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

$$\text{Invullen: } U_{2,\text{ger}} = 7,133 \cdot 10^{-3} \cdot 350 = 2,4966 \text{ V}$$

- 4 Als het rekstrookje niet is uitgerekte, geldt:

$$\begin{cases} R_{AC} = R_{AD} \\ R_{CB} = R_{BD} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_{CA} = U_{AD} = 2,50 \text{ V} \\ U_{CB} = U_{BD} = 2,50 \text{ V} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_{CA} = U_{CB} \\ U_{AD} = U_{BD} \end{cases} \Rightarrow U_{AB} = 0$$

- 5 Als de weerstand van het rekstrookje van 350Ω naar 351Ω toeneemt, verandert de spanning over de voltmeter van $0,00 \text{ V}$ naar $3,55 \text{ mV}$ (afgelezen in figuur 4). De relatieve spanningsverandering is in de schakeling van figuur 3 dus veel groter dan in de schakeling van figuur 2.

- 6 We bepalen eerst de uitrekking u_{rek} van het rekstrookje. Het rekstrookje rekt relatief evenveel uit als de kabel, dus geldt:

$$\frac{u_{\text{rek}}}{\ell_{\text{rek}}} = \frac{u_{\text{kabel}}}{\ell_{\text{kabel}}} \Rightarrow u_{\text{rek}} = \ell_{\text{rek}} \cdot \frac{u_{\text{kabel}}}{\ell_{\text{kabel}}}, \text{ waarin:}$$

$$\ell_{\text{rek}} = \text{lengte van het rekstrookje} = 6,1 \text{ cm} = 6,1 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$u_{\text{kabel}} = \text{uitrekking van de kabel} = 12 \text{ cm} = 12 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\ell_{\text{kabel}} = \text{lengte van de kabel} = 198 \text{ m}$$

$$\text{Invullen: } u_{\text{rek}} = 6,1 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{12 \cdot 10^{-2}}{198} = 37 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 37 \mu\text{m}$$

Het rekstrookje heeft dan een weerstand van $351,32 \Omega$ (afgelezen in figuur 5).

Het alarm gaat dus bij een spanning $4,7 \text{ mV}$ af (afgelezen in figuur 4).

Gekleurde LED's-I

7 methode 1

De grootte van de weerstand R volgt uit: $U_R = I \cdot R$ (Binas 35D1) $\Rightarrow R = \frac{U_R}{I}$, waarin:

U_R = spanning over R

Er geldt: $U = U_R + U_{\text{LED}} \Rightarrow U_R = U - U_{\text{LED}}$ (Binas 35D1; serieschakeling), met:

U = totale spanning = $3,00 \text{ V}$

U_{LED} = spanning over de rode LED bij een stroomsterkte van $0,60 \text{ mA}$ = $1,64 \text{ V}$ (afgelezen in figuur 1)

zodat: $U_R = 3,00 - 1,64 = 1,36 \text{ V}$

I = stroomsterkte in de keten = $0,60 \text{ mA} = 0,60 \cdot 10^{-3} \text{ A}$

$$\text{Invullen: } R = \frac{1,36}{0,60 \cdot 10^{-3}} = 2,3 \cdot 10^3 \Omega$$

methode 2

De grootte van de weerstand R volgt uit: $R_{\text{tot}} = R + R_{\text{LED}} \Rightarrow R = R_{\text{tot}} - R_{\text{LED}}$ (Binas 35D1; serieschakeling), waarin:

R_{tot} = totale weerstand van de in serie geschakelde weerstanden

Er geldt: $U = I \cdot R_{\text{tot}}$ (Binas 35D1) $\Rightarrow R_{\text{tot}} = \frac{U}{I}$, met:

U = totale spanning = $3,00 \text{ V}$

I = stroomsterkte in de keten = $0,60 \text{ mA} = 0,60 \cdot 10^{-3} \text{ A}$

$$\text{zodat: } R_{\text{tot}} = \frac{3,00}{0,60 \cdot 10^{-3}} = 5,00 \cdot 10^3 \Omega$$

R_{LED} = weerstand van de rode LED bij een stroomsterkte van $0,60 \text{ mA}$

Er geldt: $U_{\text{LED}} = I \cdot R_{\text{LED}}$ (Binas 35D1) $\Rightarrow R_{\text{LED}} = \frac{U_{\text{LED}}}{I}$, met:

U_{LED} = spanning bij $I = 0,60 \text{ mA}$ over de rode LED = $1,64 \text{ V}$ (zie figuur 1)

I = stroomsterkte in de keten = $0,60 \text{ mA} = 0,60 \cdot 10^{-3} \text{ A}$

$$\text{zodat: } R_{\text{LED}} = \frac{1,64}{0,60 \cdot 10^{-3}} = 2,73 \cdot 10^3 \Omega$$

$$\text{Invullen: } R = 5,00 \cdot 10^3 - 2,73 \cdot 10^3 = 2,3 \cdot 10^3 \Omega$$

- 8 Volgens figuur 1 is bij een stroomsterkte van $0,60 \text{ mA}$ de spanning over de groene LED hoger dan over de rode LED. Dus is de spanning over de weerstand R lager. Omdat de stroomsterkte gelijk moet blijven, moet men voor R een kleinere weerstandswaarde kiezen.

Schrikdraadinstallatie

- 9 – De stroomkring bestaat uit de onderdelen: hoogspanningsbron, verbindingsdraad, schrikdraad, dier, aarde, metalen pin, verbindingsdraad, hoogspanningsbron.
– Als de draad niet wordt aangeraakt, is er geen verbinding tussen de schrikdraad en de aarde. Dan loop er geen elektrische stroom en dus wordt er ook geen elektrische energie verbruikt.

- 10 De weerstand R van de schrikdraad volgt uit:

$$\rho = \frac{R \cdot A}{\ell} \text{ (Binas 35D1)} \Rightarrow R = \rho \cdot \frac{\ell}{A}, \text{ waarin:}$$

$$\rho = \text{soortelijke weerstand van roestvrij staal} = 0,72 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ m} \text{ (Binas 9)}$$

$$\ell = \text{lengte van de schrikdraad} = 400 \text{ m}$$

$$A = \text{doorsnede van de schrikdraad} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \text{ (Binas 36B), met:}$$

$$d = \text{diameter van de schrikdraad} = 3,2 \text{ mm} = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{zodat: } A = \pi \cdot \left(\frac{3,2 \cdot 10^{-3}}{2}\right)^2 = 8,04 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\text{Invullen: } R = \rho \cdot \frac{\ell}{A} = 0,72 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{400}{8,04 \cdot 10^{-6}} = 36 \Omega$$

- 11 Zie tekening 1 en 2 (respectievelijk figuur 2 en 3 van de verkleinde uitwerkbijlage).

Voor $U_{\text{max},100}$ (de maximale waarde van de spanning bij $R = 100 \Omega$) lezen we in tekening 1 af: $U_{\text{max},100} = 2,0 \text{ kV}$ (punt A in tekening 1).

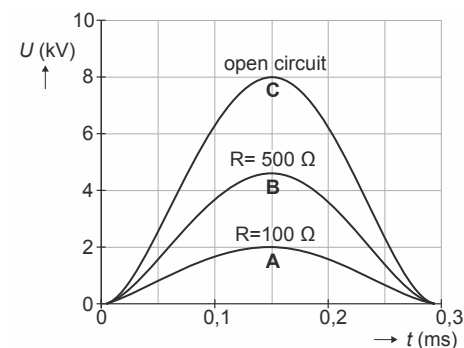
Evenzo geldt: $U_{\text{max},500} = 4,5 \text{ kV}$ (punt B in tekening 1).

Voor het vermogen P , de spanning U , de stroomsterkte I en de weerstand R geldt:

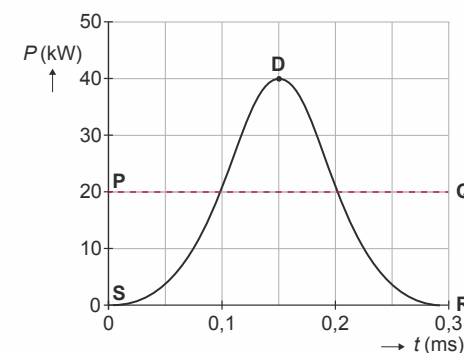
$$P = U \cdot I = U \cdot \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R} \text{ (Binas 35D1), zodat:}$$

$$P_{100} = \frac{(2,0 \cdot 10^3)^2}{100} = 4,0 \cdot 10^4 = 40 \text{ kW} \text{ en } P_{500} = \frac{(4,5 \cdot 10^3)^2}{500} = 4,05 \cdot 10^4 \approx 40 \text{ kW}$$

Beide waarden komen dus overeen met de maximale waarde van de (P,t) -grafiek in tekening 2 (punt D).



tekening 1



tekening 2

- 12** – De onbelaste uitgangsspanning is 8,0 kV (open circuit; punt C in tekening 1). Deze voldoet aan de norm.
- De duur van één puls is volgens tekening 1 en 2 net iets minder dan 0,3 ms. Ook dit voldoet dus aan de norm.
- De maximale stroomsterkte $I_{\max}$ volgt uit: $I_{\max} = \frac{U_{\max}}{R}$ (Binas 35D1), zodat:
- $$I_{\max,100} = \frac{2,0 \cdot 10^3}{100} = 20 \text{ A (afgelezen in punt A van tekening 1)}$$
- Dit voldoet niet aan de norm (de stroom mag maximaal 15 A zijn).
- $$I_{\max,500} = \frac{4,5 \cdot 10^3}{500} = 9,0 \text{ A (afgelezen in punt B van tekening 1)}$$
- Dit voldoet aan de norm (de stroom mag maximaal 15 A zijn).
- De energie E van één puls wordt in tekening 2 voorgesteld door de oppervlakte onder de grafiek ($E = P \cdot t$). Deze moet minder zijn dan 6 J. Nu wordt in tekening 2 een energie van 6,0 J voorgesteld door de oppervlakte van de rechthoek PQRS, waarvoor geldt: $E = 20 \text{ kW} \cdot 0,30 \text{ ms} = (20 \cdot 10^3 \text{ W}) \cdot (0,30 \cdot 10^{-3} \text{ s}) = 6,0 \text{ J}$. De oppervlakte van deze rechthoek is duidelijk veel groter dan de oppervlakte onder de grafiek. Aan deze voorwaarde is dus voldaan.
- Je kunt uiteraard ook hokjes onder de grafiek tellen en vindt dan ongeveer 9 hokjes, zodat de energie van één puls ongeveer gelijk is aan:*
- $$9 \cdot 10 \text{ kW} \cdot 0,05 \text{ ms} = 9 \cdot 10^4 \text{ W} \cdot 0,05 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 4,5 \text{ J, maar dat is meer werk.}$$

Stad van de Zon

- 13** De totale oppervlakte A van de zonnepanelen berekenen we met:
- $$\eta = \frac{P_{\text{piek}}}{P_{\text{in}}} \text{ (Binas 35A4)} \Rightarrow P_{\text{piek}} = \eta \cdot P_{\text{in}} = A \cdot \eta \cdot I_{\text{zon}}, \text{ waarin:}$$
- P_{piek} = piekvermogen van de zonnepanelen = $3,75 \text{ MW} = 3,75 \cdot 10^6 \text{ W}$
- η = rendement van de zonnepanelen = $13\% = 0,13$
- P_{in} = invallend vermogen van zonlicht bij 'volle zon' = $A \cdot I_{\text{zon}}$
- I_{zon} = intensiteit van het zonlicht bij 'volle zon' = 1000 W m^{-2}
- Invullen: $3,75 \cdot 10^6 = A \cdot 0,13 \cdot 1000 \Rightarrow A = \frac{3,75 \cdot 10^6}{0,13 \cdot 1000} = 2,9 \cdot 10^4 \text{ m}^2$
- 14** We berekenen de energie E_{paneel} die de zonnepanelen op jaarbasis leveren met:
- $$E_{\text{paneel}} = P \cdot t \text{ (Binas 35D1), waarin:}$$
- P = gemiddeld vermogen van de zonnepanelen = 10% van het piekvermogen = $0,10 \cdot 3,75 \text{ MW} = 0,375 \cdot 10^6 \text{ W} = 0,375 \cdot 10^3 \text{ kW}$
- t = 1 jaar = $365 \cdot 24 \text{ h} = 8760 \text{ h}$
- Invullen: $E_{\text{paneel}} = 0,375 \cdot 10^3 \cdot 8760 = 3,29 \cdot 10^6 \text{ kWh}$

methode 1

De wijk met 1600 huishoudens heeft op jaarbasis een hoeveelheid energie nodig van $E_{\text{wijk}} = 1600 \cdot 3656 \text{ kWh} = 5,85 \cdot 10^6 \text{ kWh}$

De zonnepanelen leveren op jaarbasis dus niet voldoende energie voor de huizen in de wijk.

methode 2

We berekenen het aantal huishoudens n dat voorzien kan worden met energie van de zonnepanelen met: $n = \frac{E_{\text{paneel}}}{E_{\text{huis}}}$, waarin:

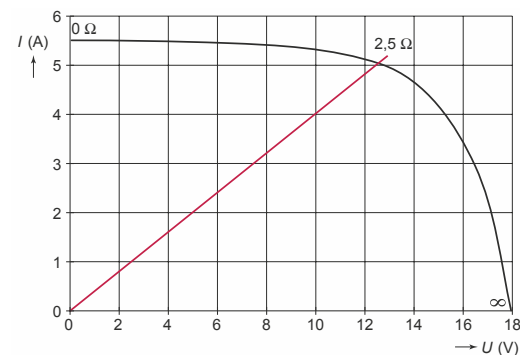
$E_{\text{paneel}} = 3,29 \cdot 10^6 \text{ kWh}$

E_{huis} = gemiddeld energieverbruik per huishouden = 3656 kWh

Invullen: $n = \frac{3,29 \cdot 10^6}{3656} = 900$

Dit is kleiner dan 1600, dus de panelen leveren onvoldoende energie voor alle huishoudens in de wijk.

- 15** Zie tekening 1 (de ingetekende figuur 2).



tekening 1

Het punt behorende bij een aangesloten weerstand van $2,5 \Omega$ ligt op het snijpunt van de rechte lijn waarvoor geldt $\frac{U}{I} = 2,5$ (Binas 35D1; wet van Ohm) en de curve in figuur 2.

Teken deze rechte door bijvoorbeeld de punten (0 V, 0 A) en (10 V, 4 A).

Als de aangesloten weerstand 0 is, wordt het zonnepaneel kortgesloten $\Rightarrow$

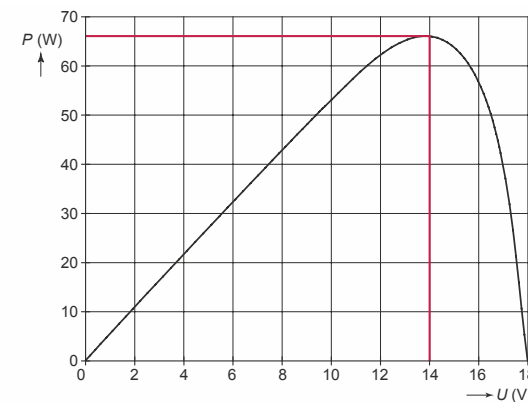
$\Rightarrow$ de stroomsterkte is dan maximaal en de spanning zakt in.

Als de aangesloten weerstand oneindig groot is, kan er geen stroom lopen $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ de stroomsterkte is nul en de spanning is maximaal.

- 16** Het vermogen berekenen we met $P = U \cdot I$ (Binas 35D1), waarin U de spanning is en I de bijbehorende stroomsterkte. De waarden van I lezen we af in figuur 2. Zie onderstaande tabel en tekening 2 met het gevraagde (P/U)-diagram, gemaakt met behulp van de tabelgegevens.

U (V)	I (A)	P (W)
0,0	5,50	0,0
2,0	5,50	11,0
6,0	5,45	32,7
10,0	5,30	53,0
14,0	4,70	65,8
16,0	3,45	55,2
18,0	0,00	0,0



tekening 2

We bepalen de weerstand R_{top} waarbij het vermogen maximaal is, met:

$R_{\text{top}} = \frac{U_{\text{top}}}{I_{\text{top}}}$ (Binas 35D1), waarin:

U_{top} = spanning bij maximaal vermogen = 14 V (afgelezen in tekening 2)

I_{top} = stroomsterkte bij een spanning van 14 V (afgelezen in figuur 1) = 4,6 A

Invullen: $R_{\text{top}} = \frac{14}{4,6} = 3,0 \Omega$

Draadbreuk

- 17**
- Fons heeft geen gelijk.

Voor de weerstand R van een massieve draad geldt:

$$\rho = \frac{R \cdot A}{\ell} \text{ (Binas 35D1)} \Rightarrow R = \rho \cdot \frac{\ell}{A}, \text{ waarin } \rho = \text{soortelijke weerstand van koper,}$$

ℓ = lengte van de draad en A = doorsnede van de draad.

Als de samengestelde draad dezelfde lengte ℓ en dezelfde massa m aan koper heeft als de massieve draad, zal de totale doorsnede A van de samengestelde draad even groot zijn als die van de massieve draad. De weerstand R van de samengestelde draad is dus even groot als die van de massieve draad.

- 18**
- Voor de weerstand
- R
- van deze samengestelde draad geldt:

$$G = n \cdot G_1 \Rightarrow \frac{1}{R} = n \cdot \frac{1}{R_1} \Rightarrow R = \frac{R_1}{n} \text{ (Binas 35D1), waarin:}$$

G = geleidbaarheid van de totale draad

n = aantal dunne koperdraden = 30

G_1 = geleidbaarheid van één draadje

R_1 = weerstand van één draadje

$$\text{Er geldt: } \rho = \frac{R_1 \cdot A_1}{\ell} \text{ (Binas 35D1)} \Rightarrow R_1 = \frac{\rho \cdot \ell}{A_1}, \text{ met:}$$

$$\rho = \text{soortelijke weerstand van koper} = 17 \cdot 10^{-9} \Omega \text{ m} \text{ (Binas 8)}$$

$$A_1 = \text{doorsnede van één draadje} = \pi \cdot r_1^2 = \pi \cdot \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d_1^2 \text{ (Binas 36B),}$$

met:

r_1 = straal van de doorsnede van één draadje

$d_1 = 2 \cdot r_1$ = diameter van één draadje = 0,10 mm = $0,10 \cdot 10^{-3}$ m

$$\text{zodat: } A_1 = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot (0,10 \cdot 10^{-3})^2 = 7,85 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$$

ℓ = lengte van de draad = 1,0 m

$$\text{zodat: } R_1 = 17 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{1,0}{7,85 \cdot 10^{-9}} = 2,17 \Omega$$

$$\text{Invullen: } R = \frac{2,17}{30} = 7,2 \cdot 10^{-2} \Omega$$

- Voor de maximale spanning $U_{\max}$ die over deze samengestelde draad mag staan, geldt: $U_{\max} = I_{\max} \cdot R$ (Binas 35D1), waarin:

$I_{\max}$ = maximale stroomsterkte door de samengestelde draad

De ‘maximale stroomdichtheid’ van deze samengestelde draad is $3,6 \text{ A mm}^{-2}$,

$$\text{zodat } I_{\max} = 3,6 \cdot A_{\text{tot}} = 3,6 \cdot 30 \cdot A_1 = 3,6 \cdot 30 \cdot \frac{1}{4} \pi \cdot (d_1)^2 =$$

$$= 3,6 \cdot 30 \cdot \frac{1}{4} \pi \cdot (0,10)^2 = 0,85 \text{ A}$$

(A_{tot} = doorsnede van de samengestelde draad in mm^2 , A_1 = doorsnede van één draadje in mm^2 en d_1 = diameter van één draadje in mm)

R = weerstand van de samengestelde draad = $7,2 \cdot 10^{-2} \Omega$ (zie vorig antwoord)

$$\text{Invullen: } U_{\max} = 0,85 \cdot 7,2 \cdot 10^{-2} = 0,061 \text{ V (= 61 mV)}$$

- 19**
- Als er geen draadjes zijn doorgeknijpt, geldt voor de geleidbaarheid
- G
- van de samengestelde draad:
- $G = \frac{1}{R}$
- (Binas 35D1) =
- $\frac{1}{7,2 \cdot 10^{-2}}$
- (zie antwoord 25) = 14 S

De diagrammen c en d kunnen het verloop van de geleidbaarheid dus niet weergeven. Als er één draadje wordt doorgeknijpt en omgebogen over een korte afstand, staan er 30 parallelle draadjes van iets minder dan 1,0 m lengte in serie met een kort stukje van de samengestelde draad waar 29 draadjes lopen. De geleidbaarheid G van de samengestelde draad zal daardoor maar heel weinig kleiner worden. Ook na het doorknippen van het tweede draadje zal de geleidbaarheid maar heel weinig kleiner worden. Diagram a geeft deze situatie dus het beste weer.

Als het laatste draadje is doorgeknijpt, is R oneindig groot, dus de geleidbaarheid $G = \frac{1}{R}$ is dan 0. Om die reden voldoen diagram c en d ook al niet.

Als alle draadjes ten opzichte van elkaar geïsoleerd zouden zijn geweest, zou de geleidbaarheid van de samengestelde draad met het doorknippen van de draadjes steeds met een gelijke stap kleiner zijn geworden (zie diagram b).

Zonvolgstelsysteem

- 20**
- Zie figuur 4.

Als er op beide LDR's evenveel licht valt, is hun weerstand even groot. De takken ABD en ACD zijn dan identiek, waardoor de spanning over LDR₁ gelijk is aan de spanning over LDR₂ $\Rightarrow U_{AB} = U_{AC} \Rightarrow U_{BC} = 0$

Als er geen spanning over de motor staat, zal er ook geen stroom door de motor lopen.

- 21**
- We bepalen de verlichtingssterkte
- E
- op een LDR door deze af te lezen in de grafiek bij de juiste waarde van
- R_{LDR1}
- . Omdat de tak ABD een serieschakeling is, kunnen we
- R_{LDR1}
- berekenen met:

$$R_{\text{LDR1}} = R_{\text{ABD}} - R_1 \text{ (Binas 35D1), waarin:}$$

R_{ABD} = totale weerstand in de tak ABD. Deze berekenen we met:

$$U_{\text{ABD}} = I_{\text{ABD}} \cdot R_{\text{ABD}} \text{ (Binas 35D1)} \Rightarrow R_{\text{ABD}} = \frac{U_{\text{ABD}}}{I_{\text{ABD}}}, \text{ waarin:}$$

U_{ABD} = spanningsverschil tussen de punten A en D = 7,5 V

I_{ABD} = stroomsterkte in de tak ABD. Omdat de takken ABD en ACD identiek zijn, zal de hoofdstroom van 100 mA gelijk verdeeld worden

over de twee takken. Daarom geldt: $I_{\text{ABD}} = \frac{100}{2} = 50 \text{ mA} = 50 \cdot 10^{-3} \text{ A}$

$$\text{zodat: } R_{\text{ABD}} = \frac{7,5}{50 \cdot 10^{-3}} = 150 \Omega$$

$$R_1 = 50 \Omega$$

$$\text{Invullen: } R_{\text{LDR1}} = 150 - 50 = 100 \Omega$$

In figuur 5 is af te lezen dat deze weerstand hoort bij een verlichtingssterkte van $39 \cdot 10^3 \text{ lux}$.

- 22**
- In figuur 5 is te zien dat een afname van de verlichtingssterkte op LDR
- ₂
- een toename van de weerstand over LDR
- ₂
- tot gevolg heeft.

Doordat de weerstand van LDR₂ toeneemt ten opzichte van de weerstand R_2 , zal er ook een groter deel van de spanning over LDR₂ komen te staan: $U_{\text{CD}} > U_{\text{BD}}$.

De spanningswet van Kirchhoff luidt voor de kring BDCB:

$$U_{\text{BD}} + U_{\text{DC}} + U_{\text{CB}} = 0 \text{ (Binas 35D1).}$$

Omdat $U_{\text{CD}} > U_{\text{BD}}$ geldt ook dat $-U_{\text{DC}} > U_{\text{BD}}$, waardoor $U_{\text{BD}} + U_{\text{DC}} < 0$, en $U_{\text{CB}} > 0$.

De stroom zal dus van C naar B lopen.

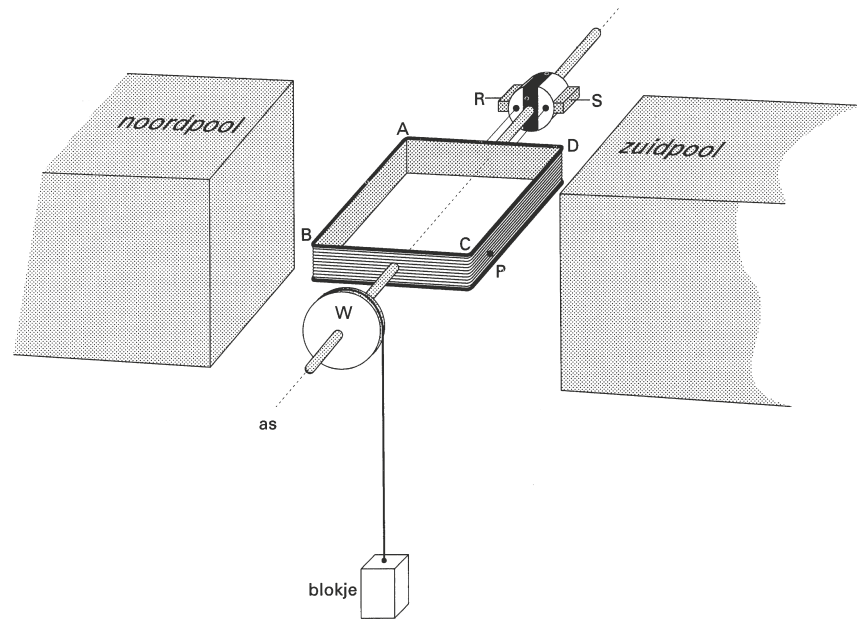
Om deze methode te kunnen gebruiken, is het van belang dat de weerstand van motor M veel groter is dan de andere weerstanden in de stroomkring. Als dit niet zo zou zijn, dan zou de stroomsterkte in de takken ABD en ACD niet meer constant zijn, en zou de spanningsdeling die hier wordt toegepast niet meer juist zijn.

8 Elektrische en magnetische velden (domein D2)

Elektromotor

In figuur 1 staat een schematische, sterk vereenvoudigde tekening van een elektromotor. Doordat de elektromotor draait, wordt een blokje omhoog gehesen.

figuur 1



Het wielje W en de spoel ABCD zijn bevestigd aan de as van de elektromotor. Bij het omhoog hijsen wordt het koord waaraan het blokje hangt om het wielje gewonden. Zijde CD van de spoel is 3,6 cm lang, zijde BC is 3,0 cm lang. R en S zijn verbonden met een gelijkspanningsbron. Tussen de noordpool en de zuidpool bevindt zich een homogeen magneetveld. Op zijde CD van de spoel is een punt P getekend.

- 1 Teken in punt P de magnetische inductie $\vec{B}$, de lorentzkracht $\vec{F}_L$ op de spoel en de stroomsterkte $\vec{I}$ door de spoel tijdens het omhoog hijsen van het blokje.

Bij een bepaalde stroomsterkte door de spoel is de lorentzkracht op zijde CD in de getekende situatie 1,6 N.

De spoel heeft 50 windingen. De grootte van de magnetische inductie is 0,25 T.

- 2 Bereken de grootte van de stroomsterkte.
- 3 Laat met behulp van een grafiek zien hoe de lorentzkracht F_L op de zijde CD van de spoel verandert gedurende één omwenteling van de spoel. Zet langs de horizontale as de tijd uit en langs de verticale as de lorentzkracht. Neem de getekende situatie in figuur 1 als beginpositie.

De gelijkspanningsbron wordt nu weggehaald. Men wil vervolgens met dezelfde opstelling een lampje laten branden; de elektromotor wordt nu als dynamo gebruikt. Bij het uitvoeren van de proef zal het lampje heel even branden.

- 4 Beschrijf nauwkeurig hoe deze proef moet worden uitgevoerd en leg uit waarom het lampje gaat branden. Gebruik bij deze uitleg het begrip magnetische flux.

Karretje in een magnetisch veld

Twee hoefmagneten staan met de ongelijknamige polen naast elkaar opgesteld.

In een horizontaal vlak tussen de benen van de hoefmagneten bevinden zich twee evenwijdige koperen rails, waarover een karretje kan rollen. Zie figuur 1.

De as en de wielen aan de rechterkant van de kar zijn geleidend; die aan de linkerkant zijn niet geleidend. De massa van de assen en de wielen is te verwaarlozen ten opzichte van de massa van de kar.

Het verloop van de magnetische veldsterkte B langs de rails is weergegeven in figuur 2. Daarbij is gebruik gemaakt van een x-as die samenvalt met de voorste rail.

De oorsprong O ligt in het midden van die rail.

De magnetische veldsterkte is in alle punten van de geleidende as even groot.

De uiteinden K en L van de rails worden zó aangesloten op een gelijkspanningsbron, dat de kar vanuit de in figuur 1 getekende stand naar links gaat bewegen.

- 5 Leg uit of het uiteinde L van de achterste rail is verbonden met de positieve of met de negatieve pool van de spanningsbron.

De wrijvingskracht op de kar wordt verwaarloosd.

De stroomsterkte door de geleidende as is 30 A. De spanningsbron houdt de stroomsterkte door die as constant, ook als de kar beweegt.

De afstand tussen de rails is 5,0 cm. De massa van de kar is 140 g.

- 6 Leg uit dat de kar een trilling gaat uitvoeren.
 - 7 Beredeneer met behulp van figuur 2 wat de grootste afstand tussen O en de geleidende as is waarbij de kar, nadat hij is losgelaten, *harmonisch* gaat trillen.
- De punten P en Q liggen respectievelijk 6,0 cm en 3,0 cm rechts van O.
De kar wordt nu losgelaten met de geleidende as bij P.
- 8 Bereken de snelheid van de kar op het moment dat de geleidende as Q passeert.

De spanningsbron wordt nu verwijderd, waarna de punten K en L op een ideale voltmeter worden aangesloten. De kar wordt uiterst rechts op de rails geplaatst en krijgt vervolgens een korte duw in de richting van O.

De geleidende as passeert Q met een snelheid van $0,40 \text{ m s}^{-1}$ naar links.

Voor de hoogte van de inductiespanningspiek U_{ind} geldt:

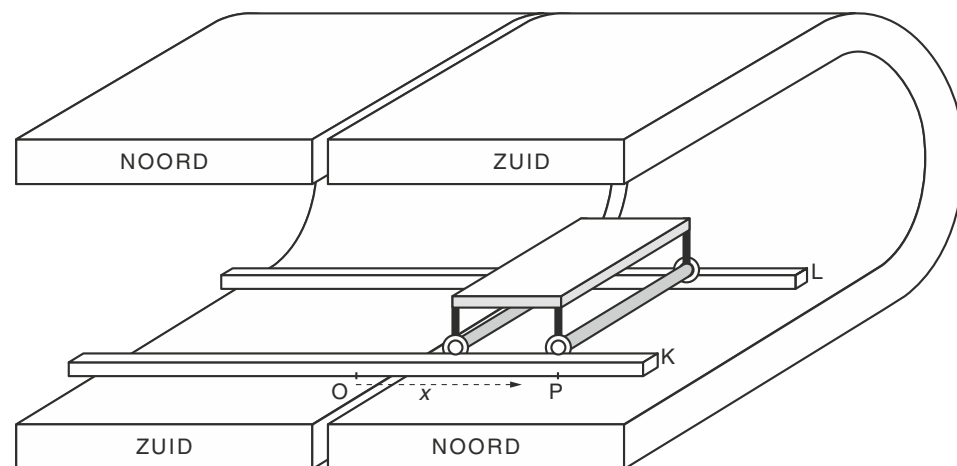
$$U_{\text{ind}} = \frac{d\Phi}{dt}, \text{ waarin:}$$

$d\Phi$ = fluxverandering in de spoel

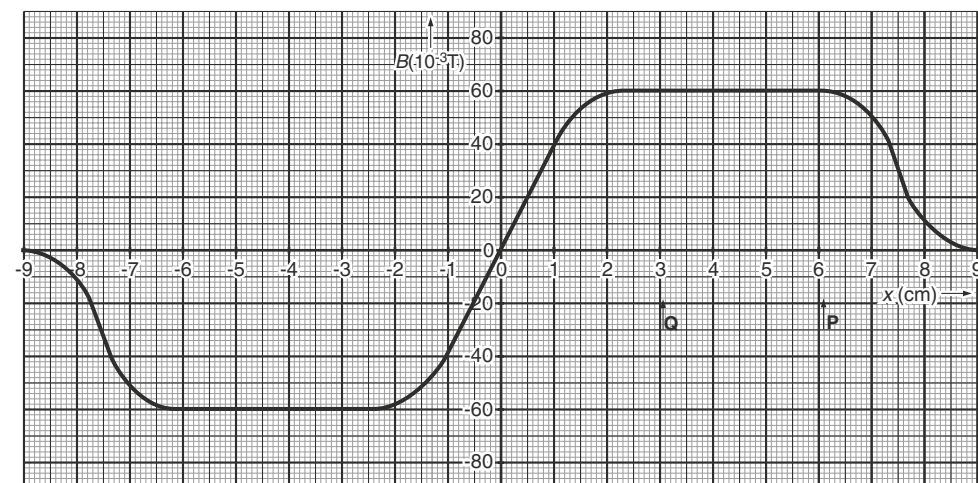
dt = tijdsduur van de fluxverandering

- 9 Bepaal de grootte van de spanning die de voltmeter op dat moment aanwijst.

figuur 1



figuur 2

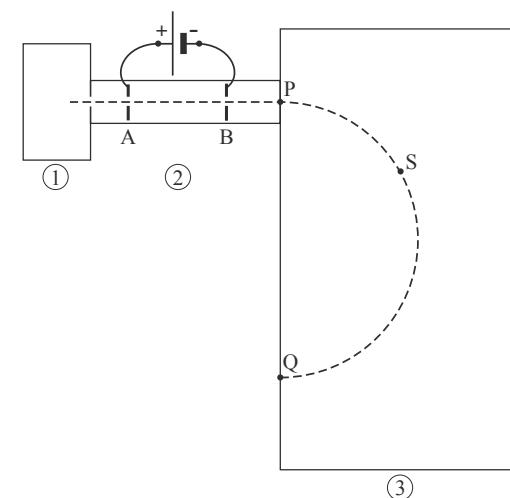


Massaspectrometer

Lood in ertsen uit mijnen bestaat voornamelijk uit de isotopen lood-206, lood-207 en lood-208. De herkomst van lood in loden voorwerpen is daarom vaak te bepalen uit de verhouding waarin deze isotopen voorkomen.

Om na te gaan of een bepaalde isotoop in een stofmengsel aanwezig is, kan een massaspectrometer gebruikt worden. In figuur 1 wordt een massaspectrometer schematisch weergegeven.

figuur 1



Het stofmengsel wordt eerst gasvormig gemaakt en daarna onder lage druk in de ionisatieruimte (1) gebracht. De geïoniseerde moleculen of atomen komen vervolgens in een vacuümruijme (2). Hierin worden ze door een elektrisch veld versneld. In ruijme (3) worden ze door een magnetisch veld afgebogen en ten slotte in punt Q gedetecteerd.

Een mengsel met éénwaardige positieve ionen van lood-206, lood-207 en lood-208 komt met een te verwaarlozen beginsnelheid in ruijme (2). De ionen worden in het elektrisch veld tussen de platen A en B versneld. Tussen B en P veranderen de snelheden niet meer.

- 10 Bereken welke van de drie isotopen in P de grootste snelheid heeft.

Vervolgens worden de deeltjes afgebogen door het magnetisch veld. De ionen doorlopen een halve cirkelbaan.

- 11 Bepaal in figuur 1 de richting van het magnetisch veld in ruijme (3). Geef daartoe eerst in punt S de richtingen aan van de snelheid en de lorentzkracht.

In punt Q worden de ionen gedetecteerd. Uit de sterkte van het magnetisch veld B en de versnelling U_{AB} kan worden afgeleid om welke isotoop het gaat. De massa van een isotoop kan worden berekend met de volgende formule:

$$m = \frac{B^2 q r^2}{2 U_{AB}}$$

Hierin is:

- B de sterkte van het magnetisch veld;
- q de lading van het ion;
- r de straal van de cirkelbaan;
- U_{AB} de versnelling.

- 12 Leid deze formule af uit formules die in Binas staan.

De sterkte van het magnetisch veld wordt ingesteld op 0,182 T.

De afstand PQ bedraagt 56,0 cm.

De massa van een lood-207-ion is $3,437 \cdot 10^{-25}$ kg.

- 13 Bereken de versnelling waarbij lood-207-ionen in de detector in punt Q terecht komen.

Satelliet met tether

Een satelliet cirkelt rond de aarde.

Een satelliet die door de buitenste lagen van de atmosfeer rondcirkelt, ondervindt een kleine wrijvingskracht. Als hij geen aandrijfmotor heeft, zal hij daardoor in een steeds lagere baan rond de aarde gaan cirkelen en uiteindelijk op de aarde neerstorten.

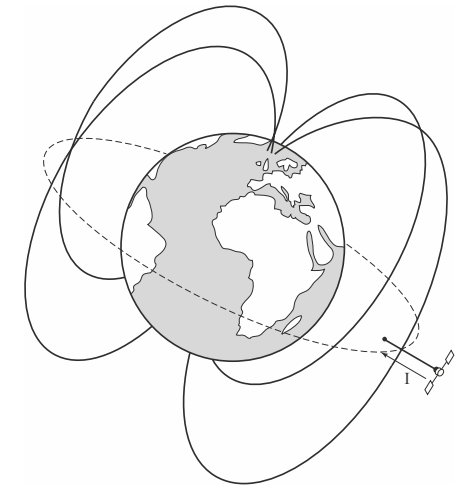
Wetenschappers onderzoeken of het mogelijk is om een satelliet zonder brandstof op 400 km hoogte te houden met een zogenaamde tether. Een tether is een lange, elektrisch geïsoleerde, metalen kabel die uit de satelliet richting aarde hangt. Onderaan de tether zit een metalen bol die lading uitwisselt met de ionosfeer. Zie figuur 1.

figuur 1



Figuur 2 geeft de positie weer van zo'n satelliet met een tether in een baan om de aarde. Doordat de tether zich in het aardmagnetisch veld bevindt, ontstaat er een Lorentzkracht die de satelliet voortstuwt in zijn bewegingsrichting. De richting van de stroom in de tether is aangegeven.

figuur 2



- 14 Beredeneer in welke richting de satelliet in figuur 2 beweegt, in oostelijke of in westelijke richting. Teken daartoe in figuur 2 de richtingen van het magnetisch veld van de aarde en van de Lorentzkracht bij de tether.

De wrijvingskracht op de satelliet bedraagt 4,7 mN.

De sterkte van het magneetveld van de aarde bij de tether is $8,4 \mu\text{T}$.

De stroomsterkte in de tether is 1,1 A.

- 15 Bereken de lengte die de tether moet hebben om de satelliet op gelijke hoogte met constante snelheid te laten bewegen.

Er bestaan ook zogenaamde 'polaire' satellieten waarbij de baan over de Noord- en Zuidpool van de aarde loopt.

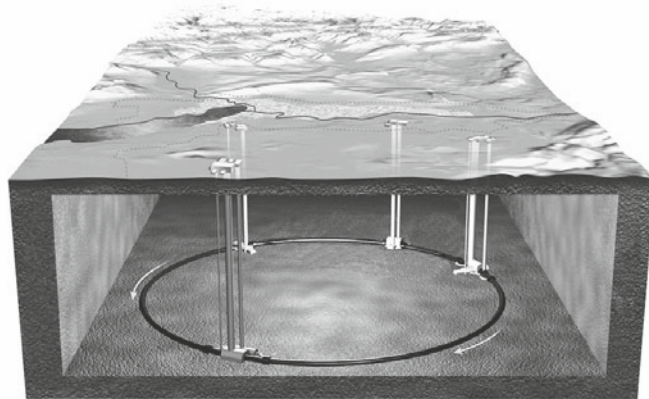
- 16 Leg uit of deze manier van voortstuwten met een tether ook bij polaire satellieten kan werken.

LHC

Lees het krantenartikel.

Large Hadron Collider (LHC) geopend

Wetenschappers zijn al jaren op zoek naar het zogenaamde Higgs-deeltje. Om dit te vinden, is in de buurt van Genève in het voorjaar van 2010 de Large Hadron Collider (LHC) in gebruik genomen. Deze ondergrondse deeltjesversneller is met een diameter van maar liefst 8,4858 km de grootste ter wereld.



In de LHC worden protonen versneld tot bijna de lichtsnelheid. De LHC bestaat uit een ondergrondse ring met daarin twee dicht naast elkaar gelegen cirkelvormige buizen. In de twee buizen gaan twee bundels protonen rond in tegengestelde richting. Als ze door het versnellen een energie van 7,0 TeV (tera-elektronvolt) hebben gekregen, laten de wetenschappers de protonen in een detector tegen elkaar botsen. Tijdens de botsing ontstaan allerlei elementaire deeltjes. Hierbij hopen de wetenschappers het Higgs-deeltje te vinden.

Voordat de protonen in de ring van de LHC binnenkomen, worden ze eerst in een lineaire versneller versneld. (Deze versneller is niet te zien in de figuur in het artikel.) Daarbij doorlopen de protonen een groot aantal malen een elektrische spanning van 5,0 kV.

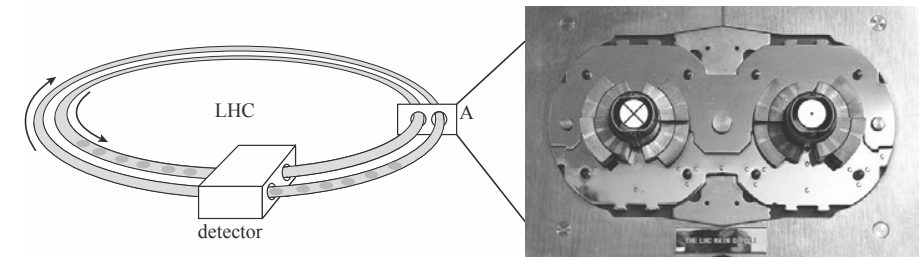
- 17 Bereken hoe vaak de protonen deze spanning moeten doorlopen om een snelheid van $1,2 \cdot 10^7 \text{ m s}^{-1}$ te krijgen als ze vanuit stilstand versneld worden.

Voordat de protonen in de grote ring komen, worden ze in twee bundels gesplitst. Daarna worden de protonen versneld totdat ze 11245 maal per seconde de ring doorlopen.

- 18 Bereken hoeveel procent de snelheid van de protonen dan verschilt van de lichtsnelheid.

In de ring bevinden zich twee buizen waarin de protonen in tegengestelde richting bewegen. Dit is schematisch weergegeven in figuur 1. Rechts in figuur 1 zie je een foto van de dwarsdoorsnede bij punt A.

figuur 1



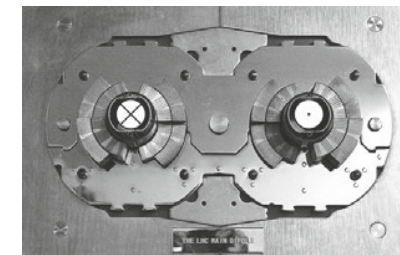
De protonen worden in de buizen in een cirkelbaan gehouden door sterke elektromagneten om de buizen.

In figuur 1 is aangegeven dat de protonen in de rechterbuis naar je toe bewegen ($\odot$) en in de linkerbuis van je af ($\otimes$).

Het rechterdeel van figuur 1 staat ook op de uitwerkbijlage.

- 19 Teken in de figuur hierna de richtingen van de magneetvelden in elke buis afzonderlijk.

uitwerkbijlage bij vraag 19



Voor een proton met een energie van 7,0 TeV dat rondgaat in een buis geldt voor de middelpuntzoekende kracht:

$$F_{\text{mpz}} = \frac{E}{r}$$

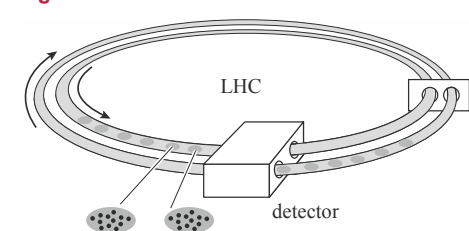
Hierin is:

- E de energie van het proton,
- r de straal van de baan.

- 20 Bereken de sterkte van het magneetveld.

De protonen gaan in groepjes door de buizen. Dit is schematisch weergegeven in figuur 2.

figuur 2



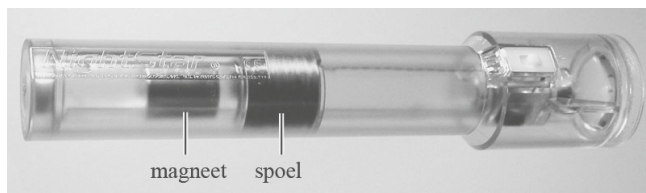
In één buis bewegen 2808 groepjes protonen. Hierdoor is in die buis de stroomsterkte gelijk aan 0,582 A.

- 21 Bereken hoeveel protonen er in één groepje zitten.

Schudlamp

Een schudlamp is een lamp die licht kan geven nadat je hem hebt heen en weer geschud. Zie figuur 1.

figuur 1



In het handvat zit een vaste spoel. Bij het schudden gaat een magneet door deze spoel heen en weer. Hierdoor wordt in de spoel een inductiespanning opgewekt.

- 22 Leg uit dat er zowel een positieve als een negatieve spanning ontstaat als de magneet één keer door de spoel gaat.

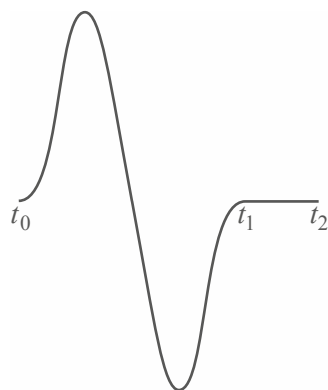
In figuur 2 is het verloop van de inductiespanning getekend tussen de tijdstippen t_0 en t_1 .

Tussen deze tijdstippen bewoog de magneet van links naar rechts door de spoel.

Vanaf het tijdstip t_2 bewoog de magneet twee keer zo langzaam terug van rechts naar links.

- 23 Schets in figuur 2 het verloop van de inductiespanning vanaf het tijdstip t_2 .

figuur 2



Hints bij hoofdstuk 8

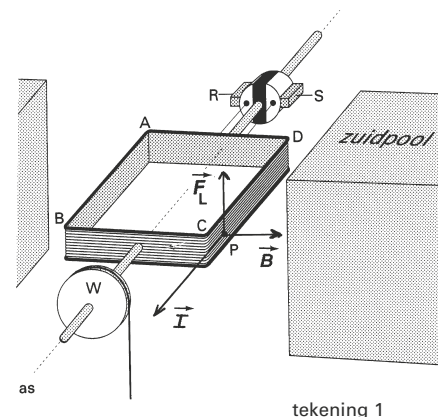
- 1 Gebruik de linkerhandregel.
- 2 Voor lorentzkracht: zie Binas tabel 35D3.
- 3 De elektrische stroom wisselt van richting en is soms even nul.
- 4 De magnetische flux verandert voortdurend als het spoeltje draait.
- 5 Welke richting heeft de lorentzkracht en welke richting heeft de elektrische stroom?
- 6 Wat geldt voor de lorentzkracht op het karretje links van O en wat rechts van O?
- 7 Wat is het verband tussen de terugdrijvende kracht en de uitwijking bij een harmonische trilling?
- 8 Voor de wet van arbeid en kinetische energie: zie Binas tabel 35A4.
- 9 Er is evenwicht tussen de elektrische kracht op een elektron en de lorentzkracht.
- 10 Elektrische energie wordt omgezet in kinetische energie.
- 11 Gebruik de linkerhandregel.
- 12 De middelpuntzoekende kracht wordt geleverd door de lorentzkracht.
- 13 Gebruik de formule die je bij vraag 12 moest afleiden.
- 14 Gebruik de linkerhandregel.
- 15 Wat is de formule van de lorentzkracht op een rechte stroomdraad?
- 16 Let eens op het verschil tussen F_L bij de polen en bij de evenaar.
- 17 Welke energieomzetting vindt er plaats in de lineaire versneller?
- 18 Hoe lang doet een proton over één omwenteling?
- 19 Gebruik de linkerhandregel.
- 20 Zie Binas 35D3.
- 21 $Q = I \cdot t$.
- 22 Wat gebeurt er met het teken van de fluxverandering $\Delta\Phi$?
- 23 De inductiespanning U_{ind} hangt af van de fluxverandering $\Delta\Phi$ en van de tijd Δt .

Uitwerkingen bij hoofdstuk 8

Elektromotor

1 Zie tekening 1.

- De magnetische inductie $\vec{B}$ is gericht van de noordpool naar de zuidpool, dus naar rechts.
- Het blokje wordt omhoog gehesen, dus het spoeltje draait linksom $\Rightarrow$ de lorentzkracht $\vec{F}_L$ in P is omhoog gericht.
- Volgens de linkerhandregel is de stroomsterkte $\vec{I}$ in P loodrecht het papier uit gericht.
(De linkerhandregel: vang in de palm van de linkerhand de veldlijnen van het magnetisch veld $\vec{B}$ op, en volg de stroom $\vec{I}$ met de vingers van die hand. De duim wijst nu de richting van $\vec{F}_L$ aan.).



tekening 1

2 De grootte van de stroomsterkte I berekenen we met:

$$F_L = N \cdot B \cdot I \cdot \ell \quad (\text{Binas 35D3}) \Rightarrow I = \frac{F_L}{N \cdot B \cdot \ell}, \text{ waarin:}$$

$$F_L = \text{lorentzkracht op de zijde CD} = 1,6 \text{ N}$$

$$N = \text{aantal windingen van de spoel} = 50$$

$$B = \text{magnetische inductie} = 0,25 \text{ T}$$

$$\ell = CD = 3,6 \text{ cm} = 3,6 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{Invullen: } I = \frac{1,6}{50 \cdot 0,25 \cdot 3,6 \cdot 10^{-2}} = 3,6 \text{ A}$$

3 Zie tekening 2.

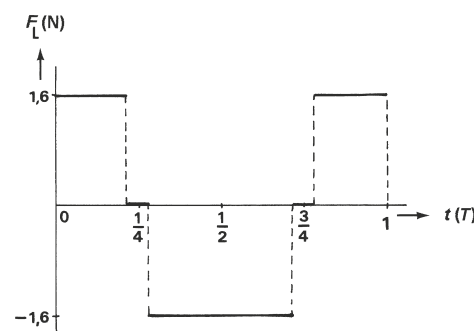
Op $t = 0$ is $\vec{F}_L$ omhoog gericht

(zie tekening 1) $\Rightarrow F_L = +1,6 \text{ N}$.

Vlak voordat de spoel een kwartslag gedraaid is, zijn R en S tijdelijk even niet verbonden met de spoel, maar met het isolerende tussenstuk van de collector (in tekening 1 zwart). De stroom I door de spoel is dan even nul en de lorentzkracht F_L dus ook.

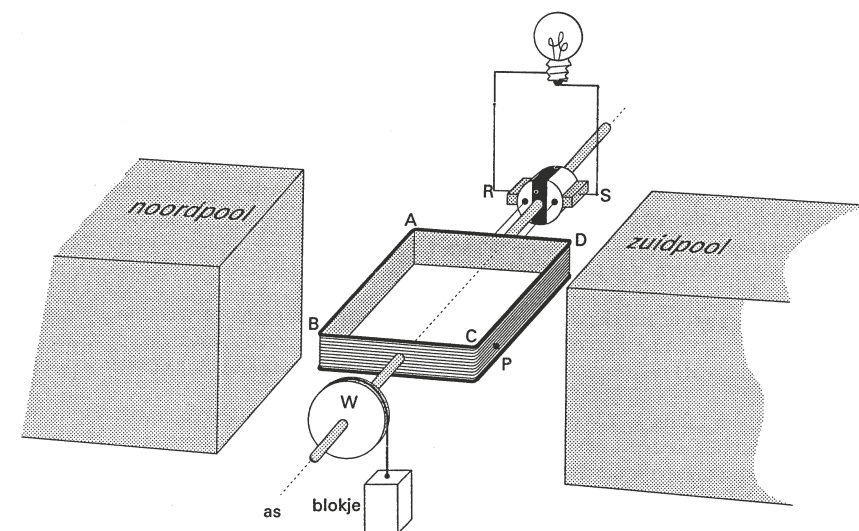
Vervolgens zijn R en S bijna een halve omwenteling (van ongeveer $\frac{1}{4} T$ tot $\frac{3}{4} T$) zo op de collectorpolen aangesloten, dat de stroom in de spoel tegengesteld is aan de stroom op $t = 0$. Dus $\vec{F}_L$ is nu naar beneden gericht ($F_L = -1,6 \text{ N}$). Vervolgens is F_L weer even nul (R en S zijn weer aangesloten op de isolatie) en daarna (vlak na $t = \frac{3}{4} T$) is de situatie weer zoals op $t = 0$.

Gedurende de tijd dat er een stroom I door de spoel loopt is de grootte van de lorentzkracht F_L constant, want de spoel draait in een homogeen magneetveld B ($F_L = B \cdot I \cdot \ell$, Binas 35D3, waarin B , I en ℓ constant zijn).



tekening 2

4 Zie tekening 3.



tekening 3

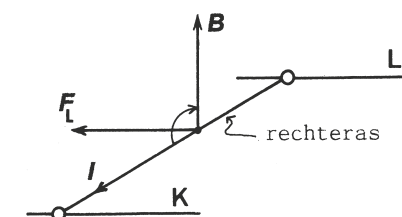
Het lampje sluit je aan tussen R en S. Je hijst het blokje op. Daarna laat je het blokje los. Tijdens het dalen van het blokje draait de spoel rond in het magneetveld. Daardoor verandert de magnetische flux door de spoel voortdurend. Er wordt dus een inductiestroom opgewekt in de spoel, waardoor het lampje gaat branden.

Het branden van het lampje is in overeenstemming met de wet van behoud van energie: zwaarte-energie van het blokje wordt gedeeltelijk omgezet in elektrische energie in het lampje.

Karretje in een magnetisch veld

5 Het karretje beweegt naar links dus de lorentzkracht F_L op de rechters is naar links gericht (zie de tekening).

B is verticaal omhoog gericht (van de noordpool naar de zuidpool van de magneet). Volgens de linkerhandregel is de stroomsterkte I dan het papier uit gericht, dus L moet worden verbonden met de positieve pool van de spanningsbron (de elektrische stroom loopt van + naar -).



6 Vanuit de in figuur 1 getekende stand gaat de kar door de lorentzkracht F_L versneld naar links bewegen. Op het moment dat de rechters in de oorsprong is gekomen, is F_L afgenomen tot nul. De snelheid van de kar is dan maximaal.

Links van de oorsprong is B de andere kant uit gericht (verticaal omlaag) dus F_L is daar naar rechts gericht; de kar wordt vertraagd en komt tot stilstand. Vervolgens beweegt de kar weer versneld naar rechts, wordt rechts van de oorsprong weer vertraagd, enz.

De kar gaat dus een trilling om O uitvoeren.

- 7 Voor een harmonische trilling geldt:

$$F \sim x \quad (F = \text{kracht en } x = \text{uitwijking})$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{In deze situatie is: } F = F_L = B \cdot I \cdot \ell \Rightarrow F \sim B \\ (\ell = \text{afstand tussen de rails; } I \text{ en } \ell \text{ zijn constant}) \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{De kar voert een} \\ \text{harmonische trilling uit als} \\ B \sim x \end{array}$$

Uit figuur 2 lezen we af dat $B \sim x$ voor $-1,0 \leq x \leq 1,0$ cm (de grafiek is in dit geval een rechte lijn door de oorsprong).

De grootste afstand tussen O en de geleidende as, waarbij de kar na loslaten nog net harmonisch gaat trillen, is dus 1,0 cm.

- 8 De snelheid v van de kar op het moment dat de geleidende as Q passeert, berekenen we met de wet van kinetische energie en arbeid:

$$W_{\text{op}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \quad (\text{Binas 35A4}), \text{ waarin } v_0 = 0, \text{ dus:}$$

$$W_{\text{op}} = F_L \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot F_L \cdot s}{m} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot F_L \cdot s}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot B \cdot I \cdot \ell \cdot s}{m}}, \text{ waarin:}$$

F_L = lorentzkracht op de kar

B = magnetische veldsterkte op het interval $3,0 \leq x \leq 6,0$ cm = $60 \cdot 10^{-3}$ T (afgelezen in figuur 2)

I = stroomsterkte = 30 A

ℓ = afstand tussen de rails = $5,0 \cdot 10^{-2}$ m

s = afstand tussen P en Q = $(6,0 - 3,0)$ cm = 3,0 cm = $3,0 \cdot 10^{-2}$ m

m = massa van de kar = $140 \cdot 10^{-3}$ kg

$$\text{Invullen: } v = \sqrt{\frac{2 \cdot 60 \cdot 10^{-3} \cdot 30 \cdot 5,0 \cdot 10^{-2} \cdot 3,0 \cdot 10^{-2}}{140 \cdot 10^{-3}}} = 0,20 \text{ m s}^{-1}$$

- 9 Voor de hoogte van de inductiespanningspiek U_{ind} geldt:

$$U_{\text{ind}} = \frac{d\Phi}{dt}, \text{ waarin:}$$

$d\Phi$ = fluxverandering in de spoel = $B_{\perp} \cdot \Delta A$ (Binas 35D3), met:

$$B_{\perp} = \text{component van het magnetische veld loodrecht op de spoel} = 60 \cdot 10^{-3} \text{ T (afgelezen in figuur 2)}$$

ΔA = verandering van de oppervlakte van de stroomkring die wordt gevormd door de rails en de as van het karretje = $v \cdot dt \cdot \text{aslengte}$ (Binas 35A1), met:

$$v = \text{snelheid van het karretje in punt Q} = 0,40 \text{ m s}^{-1}$$

$$dt = \text{tijdsduur van de fluxverandering}$$

$$\text{aslengte} = 0,050 \text{ m}$$

$$\text{zodat: } \Delta A = 0,40 \cdot dt \cdot 0,050$$

$$\text{zodat: } d\Phi = 60 \cdot 10^{-3} \cdot 0,40 \cdot dt \cdot 0,050$$

dt = tijdsduur van de fluxverandering

$$\text{Invullen: } U_{\text{ind}} = \frac{60 \cdot 10^{-3} \cdot 0,40 \cdot dt \cdot 0,050}{dt} = 60 \cdot 10^{-3} \cdot 0,40 \cdot 0,050 = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

Massaspectrometer

- 10 Als een ion wordt versneld, geldt voor de toename ΔE_k van de bewegingsenergie van het ion: $|\Delta E_{\text{el}}| = \Delta E_k \Rightarrow q \cdot U_{\text{AB}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ (Binas 35D2 en 35A4), waarin:

ΔE_{el} = toegevoerde elektrische energie

q = lading van het ion

U_{AB} = versnellschijfspanning

m = massa van het ion

v = snelheid van het ion nadat het elektrisch veld is doorlopen

De lading q en de versnellschijfspanning U_{AB} zijn voor alle ionen hetzelfde. Dan zullen dus de ionen met de kleinste massa m de grootste snelheid v krijgen.

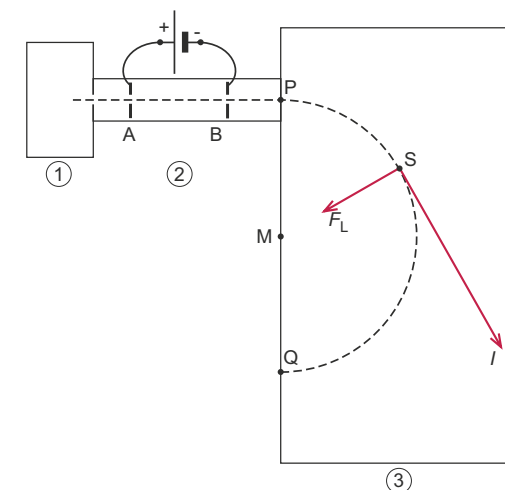
Dus lood-206 heeft de grootste snelheid.

- 11 Zie de tekening.

In het punt S is de richting van de snelheid van de (positieve) ionen de richting van de raaklijn aan de baan. Dit is dus tevens de richting van de stroom $\vec{I}$.

De lorentzkracht $\vec{F}_L$ levert de middelpuntzoekende kracht en is gericht naar het middelpunt M van de cirkelbaan.

Volgens de linkerhandregel is het magnetisch veld $\vec{B}$ dan vanuit het vlak van tekening omhoog gericht.



- 12 Als het deeltje wordt versneld, wordt elektrische energie ΔE_{el} omgezet in bewegingsenergie ΔE_k :

$$|\Delta E_{\text{el}}| = \Delta E_k \Rightarrow q \cdot U_{\text{AB}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad (\text{Binas 35D2 en 35A4}) \dots \dots \dots (1)$$

De middelpuntzoekende kracht F_{mpz} is hier de lorentzkracht F_L :

$$F_{\text{mpz}} = F_L \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{r} = B \cdot q \cdot v \quad (\text{Binas 35A2 en 35D3}) \Rightarrow v = \frac{B \cdot q \cdot r}{m}$$

Invullen in (1) geeft:

$$q \cdot U_{\text{AB}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{B^2 \cdot q^2 \cdot r^2}{m^2} \Rightarrow m = \frac{B^2 \cdot q \cdot r^2}{2 \cdot U_{\text{AB}}}$$

- 13 We berekenen de versnellschijfspanning U_{AB} met

$$m = \frac{B^2 \cdot q \cdot r^2}{2 \cdot U_{\text{AB}}} \Rightarrow U_{\text{AB}} = \frac{B^2 \cdot q \cdot r^2}{2 \cdot m}, \text{ waarin:}$$

B = sterkte van het magnetisch veld = 0,182 T

q = lading van het deeltje = $+e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C (Binas 7A)

r = straal van de cirkelbaan = $\frac{1}{2} \cdot PQ = \frac{1}{2} \cdot 56,0$ cm = $28,0 \cdot 10^{-2}$ m

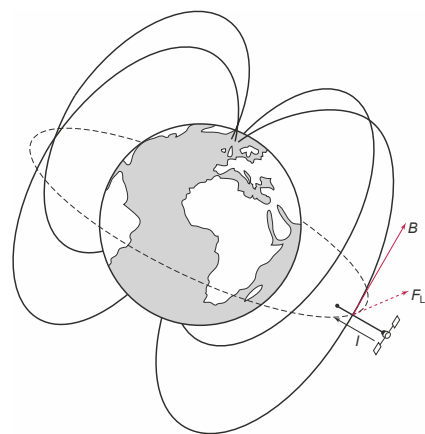
m = massa van een lood-207-ion = $3,437 \cdot 10^{-25}$ kg

$$\text{Invullen: } U_{\text{AB}} = \frac{(0,182)^2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot (28,0 \cdot 10^{-2})^2}{2 \cdot 3,437 \cdot 10^{-25}} = 605 \text{ V}$$

Satelliet met tether

- 14 Zie de tekening (een gedeelte van de ingetekende figuur 2).

- In de tekening is met een B de richting van het aardmagnetisch veld aangegeven ter plaatse van de tether. De magnetische veldlijnen van de aarde lopen van zuidpool naar noordpool.
- Volgens de linkerhandregel werkt er op de tether een lorentzkracht naar achteren, dus naar het oosten.
- Om voordeel te hebben van die lorentzkracht moet de satelliet dus ook naar het oosten bewegen.



- 15 De lengte ℓ van de tether vinden we uit:

$$F_w = F_L = B \cdot I \cdot \ell \quad (\text{Binas 35D3}), \text{ waarin:}$$

$$F_w = \text{wrijvingskracht} = 4,7 \text{ mN} = 4,7 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

$$F_L = \text{lorentzkracht}$$

$$B = \text{sterkte van het magnetisch veld} = 8,4 \mu\text{T} = 8,4 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

$$I = \text{stroomsterkte in de tether} = 1,1 \text{ A}$$

$$\text{Invullen: } 4,7 \cdot 10^{-3} = 8,4 \cdot 10^{-6} \cdot 1,1 \cdot \ell \Rightarrow \ell = \frac{4,7 \cdot 10^{-3}}{8,4 \cdot 10^{-6} \cdot 1,1} = 5,1 \cdot 10^2 \text{ m}$$

- 16 Zie de tekening.

- Als de satelliet over de (magnetische) polen vliegt, dan ondervindt hij geen lorentzkracht, omdat daar de elektrische stroom en het magneetveld dezelfde of tegengestelde richting hebben.
- Als de satelliet over de evenaar vliegt, dan ondervindt hij een lorentzkracht in oostelijke richting en wordt niet versneld, maar afgebogen.
- In elk ander punt van de baan is er altijd afbuiging (naar het oosten), maar geen versnelling in zijn baan. $\vec{F}_L$ staat namelijk altijd loodrecht op het vlak door de veldlijn, die aan de baan raakt en dus ook loodrecht op het vlak waarin de baan ligt.

LHC

- 17 Als n het aantal malen is dat de protonen deze spanning moeten doorlopen om een snelheid te krijgen van $1,2 \cdot 10^7 \text{ m s}^{-1}$, geldt:

$$|n \cdot E_{\text{el}}| = \Delta E_k \Rightarrow n \cdot (q \cdot U) = \Delta \left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \right) \quad (\text{Binas 35D2}), \text{ waarin:}$$

$$E_{\text{el}} = \text{afname van de elektrische energie van een proton als het een spanning van } 5,0 \text{ kV heeft doorlopen}$$

$$\Delta E_k = \text{toename van de kinetische energie van een proton in de lineaire versneller}$$

$$q = \text{lading van een proton} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad (\text{Binas 7A})$$

$$U = \text{elektrische spanning} = 5,0 \text{ kV} = 5,0 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$m = \text{rustmassa van een proton} = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \quad (\text{Binas 7A})$$

$$v = \text{snelheid van een proton nadat het in de lineaire versneller is versneld} = 1,2 \cdot 10^7 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Invullen: } n \cdot (1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 5,0 \cdot 10^3) = \frac{1}{2} \cdot (1,673 \cdot 10^{-27} \cdot 1,2 \cdot 10^7)^2 \Rightarrow n = 1,5 \cdot 10^2$$

- 18 We berekenen de snelheid v van een proton als het 11245 maal per seconde de ring doorloopt met: $v = \frac{s}{T}$ (Binas 35A1), waarin:

$$s = \text{afstand die een proton aflegt bij één omwenteling} = \pi \cdot d \quad (\text{Binas 36.12}), \text{ met } d = \text{diameter van de ring} = 8,4858 \text{ km} = 8,4858 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$\text{zodat: } s = \pi \cdot 8,4858 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$T = \text{tijd die een proton doet over één omwenteling.}$$

$$\text{Er geldt: } T = \frac{1}{f} \quad (\text{Binas 35B1}), \text{ met } f = \text{aantal malen dat een proton per seconde de ring doorloopt} = 11245 \text{ s}^{-1}, \text{ zodat: } T = \frac{1}{11245} \text{ s}$$

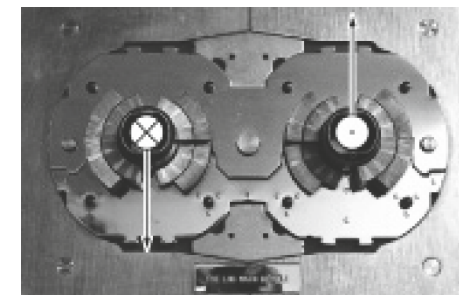
$$\text{Invullen: } v = \frac{\pi \cdot 8,4858 \cdot 10^3}{\frac{1}{11245}} = 2,99780 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{De lichtsnelheid } c = 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{Binas 7A}), \text{ dus het verschil in snelheid is } (2,99792 - 2,99780) \cdot 10^8 = 0,00012 \cdot 10^8 = 1,2 \cdot 10^4 \text{ m s}^{-1}$$

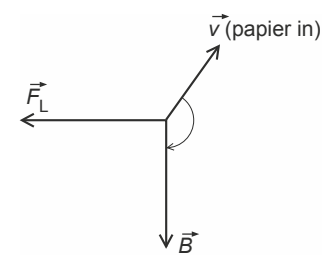
$$\text{Dat is } \frac{1,2 \cdot 10^4}{2,99792 \cdot 10^8} \cdot 100\% = 0,004\% \text{ verschil met de lichtsnelheid.}$$

- 19 In de linkerbuïs bewegen de protonen van ons af (het papier in, zie tekening 1). Om ze in een cirkelbaan te houden moet er een lorentzkracht $\vec{F}_L$ naar links werken (zie punt A in figuur 2). Volgens de linkerhandregel werkt er dan een magnetisch veld $\vec{B}$ omlaag (zie tekening 2).

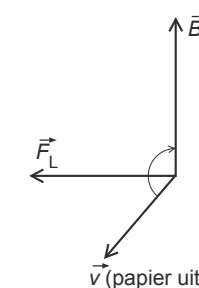
De richting van de stroom $\vec{I}$ komt overeen met de richting van de snelheid $\vec{v}$ van de positieve protonen.



tekening 1



tekening 2



tekening 3

In de rechterbuïs bewegen de protonen naar ons toe (het papier uit, zie tekening 1). Om ze in een cirkelbaan te houden moet er een lorentzkracht $\vec{F}_L$ naar links werken (zie punt A in figuur 2).

Volgens de linkerhandregel werkt er dan een magnetisch veld $\vec{B}$ omhoog (zie tekening 3).

- 20 We berekenen de sterkte B van het magnetisch veld met:

$$F_{\text{mpz}} = \frac{E}{r} = B \cdot q \cdot v \quad (\text{Binas 35D3}) \Rightarrow B = \frac{E}{r \cdot q \cdot v}, \text{ waarin:}$$

F_{mpz} = middelpuntzoekende kracht

E = energie van de protonen = $7,0 \text{ TeV} = 7,0 \cdot 10^{12} \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ (Binas 2 en 5) = $1,12 \cdot 10^{-6} \text{ J}$

r = straal van de cirkelbaan = $\frac{1}{2} \cdot (\text{diameter van de cirkelbaan}) = \frac{1}{2} \cdot 8,4858 \text{ km} = 4,2429 \cdot 10^3 \text{ m}$

q = lading van een proton = $1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ (Binas 7A)

v = snelheid van de protonen = $2,998 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ (zie antwoord 18)

$$\text{Invullen: } B = \frac{1,12 \cdot 10^{-6}}{4,2429 \cdot 10^3 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 2,998 \cdot 10^8} = 5,5 \text{ T}$$

- 21 We berekenen eerst het totale aantal protonen n dat tijdens één omwenteling een doorsnede van de ring passeert.

Er geldt: $n = \frac{Q}{q}$, waarin:

Q = totale lading die tijdens één omwenteling een doorsnede van de ring passeert.

Er geldt: $I = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = I \cdot t$, met:

I = stroomsterkte in de ring = $0,582 \text{ A}$

t = tijdsduur van één omwenteling van een proton. De protonen doorlopen

11245 maal per seconde de ring, dus $t = \frac{1}{11245} \text{ s}$

zodat: $Q = 0,582 \cdot \frac{1}{11245} = 5,176 \cdot 10^{-5} \text{ C}$

q = lading van een proton = $1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ (Binas 7A)

$$\text{Invullen: } n = \frac{5,176 \cdot 10^{-5}}{1,602 \cdot 10^{-19}} = 3,231 \cdot 10^{14}$$

Er zijn 2808 groepjes protonen, dus in één groepje zitten

$$\frac{3,231 \cdot 10^{14}}{2808} = 1,15 \cdot 10^{11} \text{ protonen}$$

Schudlamp

- 22 Voor de hoogte van de inductiespanningspiek U_{ind} geldt:

$$U_{\text{ind}} \propto \frac{d\Phi}{dt}, \text{ waarin:}$$

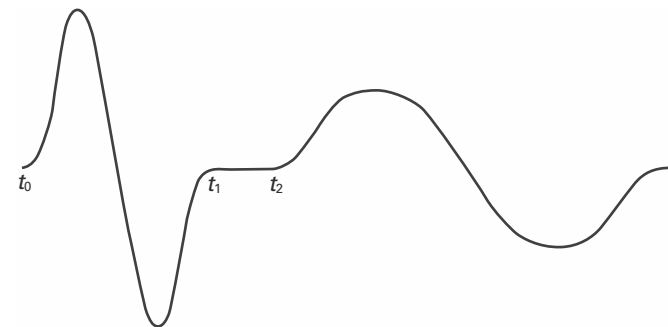
$d\Phi$ = fluxverandering in de spoel = $d(B_{\perp} \cdot A)$ (Binas 35D3), met $B_{\perp}$ de component van het magnetische veld loodrecht op de spoel en A de oppervlakte van de windingen van de spoel

dt = tijdsduur van de fluxverandering

Als de magneet de spoel nadert, neemt de magnetische flux toe. De waarde van $d\Phi$ is dan positief en U_{ind} dus ook.

Als de magneet de spoel heeft gepasseerd, neemt de magnetische flux af. De waarde van $d\Phi$ is dan negatief en U_{ind} dus ook.

- 23 Zie de tekening.



Voor de hoogte van de inductiespanningspiek U_{ind} geldt:

$$U_{\text{ind}} \propto \frac{d\Phi}{dt}, \text{ waarin:}$$

$d\Phi$ = fluxverandering in de spoel = $d(B_{\perp} \cdot A)$ (Binas 35D3), met $B_{\perp}$ de component van het magnetische veld loodrecht op de spoel en A de oppervlakte van de windingen van de spoel

dt = tijdsduur van de fluxverandering

- De magneet beweegt twee keer zo langzaam $\Rightarrow dt$ wordt twee keer zo groot $\Rightarrow U_{\text{ind}}$ wordt twee keer zo klein. De pieken worden dus twee keer zo laag en twee keer zo breed.
- De magneet beweegt eerst naar de spoel toe en dan ervan af $\Rightarrow d\Phi$ is eerst positief en daarna negatief $\Rightarrow U_{\text{ind}}$ wordt eerst positief en daarna negatief.

9 Elektromagnetische straling en materie (domein E2)

Gekleurde LED's-II

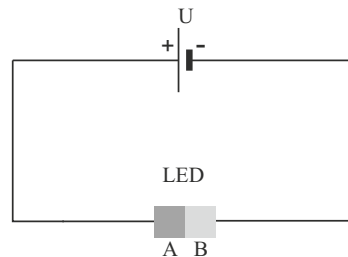
Een LED (Light Emitting Diode) is een diode die licht uitzendt als deze in de doorlaatrichting geschakeld is.

In figuur 1 is de bouw van een LED vereenvoudigd weergegeven.

Een LED is opgebouwd uit twee materialen, A en B.

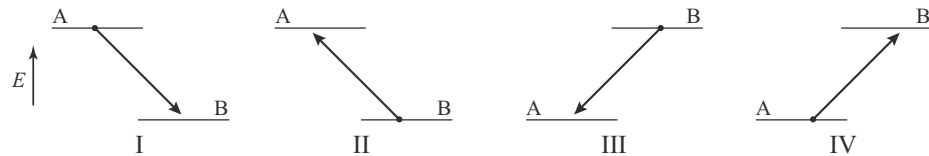
In de materialen A en B hebben de geleidings-elektronen een verschillend energieniveau. De keuze voor de materialen A en B bepaalt de kleur van het licht dat de LED uitzendt.

figuur 1



In figuur 2 staan vier schema's met energieniveaus van de geleidings-elektronen weergegeven.

figuur 2



In één van de schema's is het proces waarbij in een LED licht ontstaat juist weergegeven.

- 1 Leg uit in welk schema dat is.

Een bepaalde, blauwe, LED zendt fotonen uit met een golflengte van 470 nm en zendt een vermogen van 0,075 W aan licht uit. De stroomsterkte door de LED bedraagt 50 mA.

Uit deze gegevens volgt dat niet bij alle geleidings-elektronen die door deze LED gaan, een 'blauw' foton vrijkomt. Dit gebeurt slechts bij een bepaald percentage van de geleidings-elektronen.

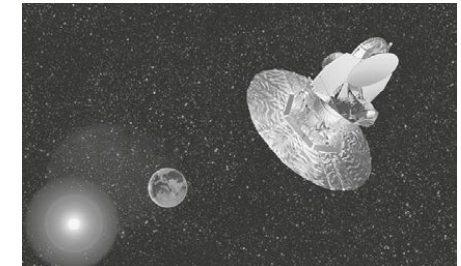
- 2 Bereken dat percentage.

WMAP-II

In 2001 werd de satelliet genaamd WMAP gelanceerd die tot taak had nauwkeurige metingen van de kosmische achtergrondstraling te verrichten (WMAP = Wilkinson Microwave Anisotropy Probe).

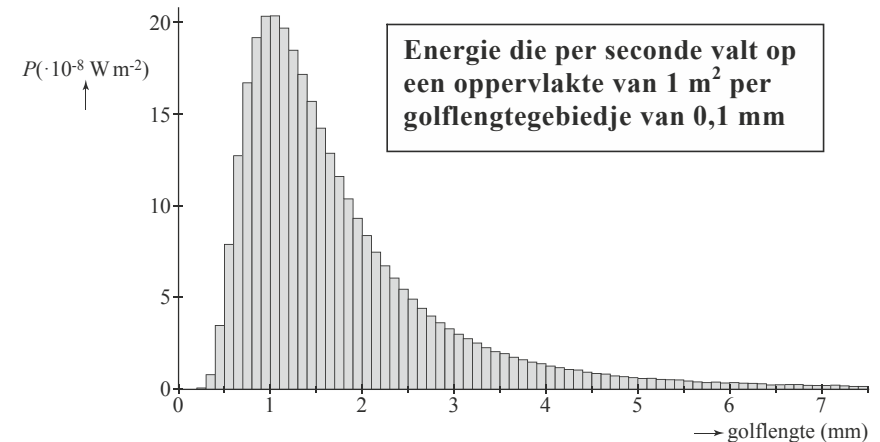
Zie figuur 1.

figuur 1



De metingen van WMAP worden gecorrigeerd voor de invloed van alle storende bronnen, zodat alleen de kosmische achtergrondstraling overblijft. Uit de gecorrigeerde metingen is figuur 2 afgeleid.

figuur 2



Hieronder staan vier schattingen van het aantal fotonen met een golflengte tussen 1,0 en 2,0 mm dat per seconde een oppervlakte van 1,0 m² treft.

- a $1 \cdot 10^{10}$ b $1 \cdot 10^{13}$ c $1 \cdot 10^{16}$ d $1 \cdot 10^{19}$

- 3 Welke schatting is de beste? Motiveer je keuze met een berekening.

Bij de stralingskromme van figuur 2 hoort een temperatuur van 2,6 K.

- 4 Toon dat aan.

De gemeten achtergrondstraling heeft vanuit alle richtingen van het heelal hetzelfde spectrum en dezelfde intensiteit. Dit duidt erop dat de straling is ontstaan vóórdat de sterren gevormd werden en elektronen werden gebonden in atomen. De straling is dus afkomstig van het vroege heelal, toen het 'doorzichtig' werd bij een temperatuur van zo'n 3000 K.

Vrijwel alle fotonen 'van toen' zijn nu nog steeds onderweg, alleen is hun 'kleur' veranderd in ver infrarood. Er is dus sprake van 'roodverschuiving'.

Hieronder staan twee verklaringen voor deze roodverschuiving.

- Dopplerverschuiving ten gevolge van de radiale snelheid van de bron.
- Kosmologische roodverschuiving vanwege de uitdijing van het heelal.

Dopplerverschuiving kan niet de verklaring zijn omdat daaruit een snelheid volgt die groter is dan de lichtsnelheid.

5 Toon dat aan.

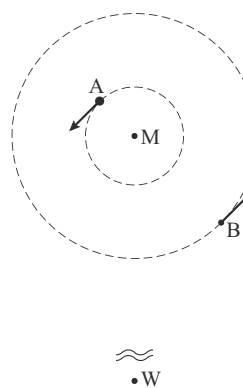
Spectroscopische dubbelster

Er zijn sterren die lijken te bestaan uit één object, maar bij nadere beschouwing deel uit maken van een zogenaamd 'dubbelstersysteem'.

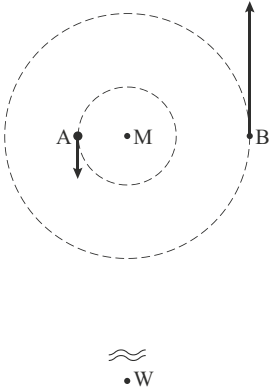
Bij een dubbelstersysteem bewegen twee sterren A en B in concentrische cirkels met middelpunt M zoals in figuur 1a, 1b en 1c is aangegeven.

Figuur 1 is niet op schaal. Waarnemer W staat in werkelijkheid heel ver weg.

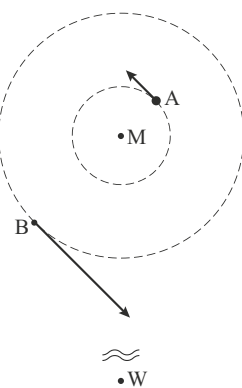
figuur 1a



figuur 1b



figuur 1c



A en B liggen op een lijn die steeds door M gaat en A en B hebben dezelfde omlooptijd.

Er zijn dubbelstersystemen waarbij A en B één ster lijken te zijn, zelfs als je er met een telescoop naar kijkt. Dat het toch om een dubbelster gaat, kan men afleiden uit het spectrum van het licht dat de sterren uitstralen.

Door het dopplereffect vindt bij de lijnen van het spectrum van deze sterren tegelijkertijd roodverschuiving en blauwverschuiving plaats.

In het vervolg van de opgave nemen we aan dat de aarde met waarnemer W in het draaivlak van A en B ligt en dat M niet ten opzichte van de aarde beweegt.

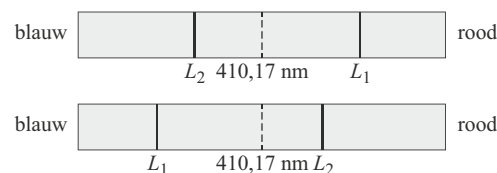
Men bestudeert de spectraallijn H_δ die bij een stilstaande ster een golflengte $\lambda = 410,17$ nm heeft.

6 Tussen welke waarden van n vindt de overgang plaats die hoort bij lijn H_δ ? Zie tabel 21A in BINAS.

Bij dubbelsterren is de H_δ -lijn gesplitst in twee H_δ -lijnen die in de loop van de tijd verschuiven. Zie figuur 2.

De lijn $\lambda = 410,17$ nm is gestippeld weergegeven.

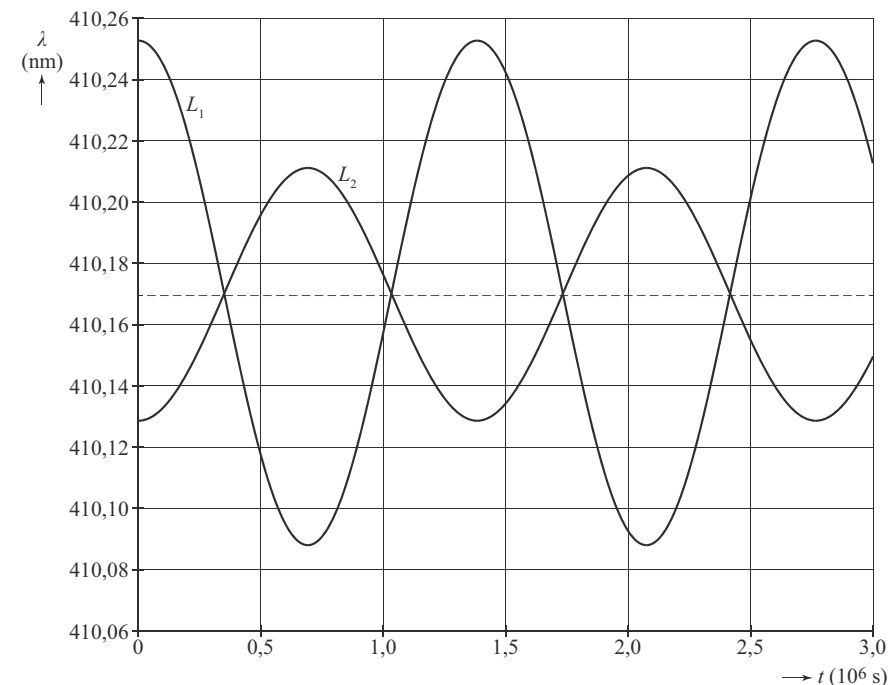
figuur 2



In figuur 3 zijn waargenomen golflengtes van de H_δ -lijnen van de sterren A en B weergegeven als functie van de tijd.

Ook hier is de lijn $\lambda = 410,17$ nm gestippeld.

figuur 3



7 Leg uit dat het golflengteverloop L_2 afkomstig is van ster A.

8 Teken in figuur 3 een punt b op lijn L_1 dat overeenkomt met de situatie van figuur 1b en geef een toelichting.

Uit figuur 3 kan men bepalen dat voor de baanstralen geldt:

$$r_A = 6,6 \cdot 10^9 \text{ m} \quad \text{en} \quad r_B = 13,2 \cdot 10^9 \text{ m}.$$

9 Voer deze bepaling uit. Bepaal daartoe eerst de waarden van v_A en v_B uit het dopplereffect.

Spectraallijnen

Jip en Janneke willen de spectraallijnen onderzoeken van een aantal lichtsoorten. Jip kiest voor een gloeilampje en Janneke voor een natriumlamp.

- 10 Leg uit waarom Jip na een aantal pogingen geen resultaat boekt.

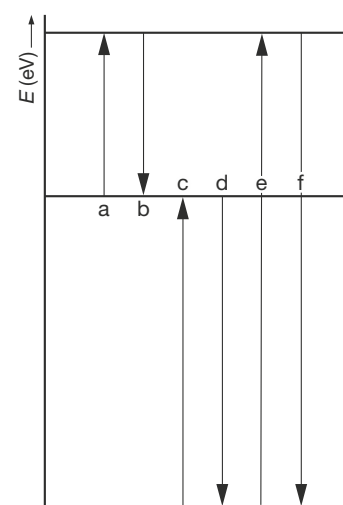
Jip besluit na enige vergeefse pogingen zich aan te sluiten bij Janneke, die met de natriumlamp wel spectraallijnen vindt. Ze gebruiken een spectroscop. Met behulp van de spectroscop kunnen ze de golflengten van een aantal spectraallijnen opmeten in het golflengtegebied tussen 250 nm en 1200 nm. Na nauwkeurige meting zoeken ze in het energieschema van natrium (zie figuur 1) voor drie golflengten bij welke overgangen die lijnen horen. Eén van de golflengten hoort bij ultraviolet licht; een andere bij zichtbaar licht en de derde bij infrarood licht.

- 11 Wat moeten Jip en Janneke doen om vast te stellen welke golflengte hoort bij welke overgang in het energieschema?

In figuur 1 zijn zes overgangen tussen de energieniveaus van het natriumatoom getekend. Langs de verticale as staat de energie van enkele aangeslagen toestanden van het natriumatoom, echter zonder schaalverdeling.

- 12 Leg uit hoe het komt dat atomen in het natriumgas van de lamp in staat zijn specifieke lichtsoorten uit te zenden.
- 13 Beredeneer welke van de zes lijnen respectievelijk horen bij het uitgezonden ultraviolet licht, infrarood licht en zichtbaar licht.

figuur 1



Kosmische achtergrondstraling

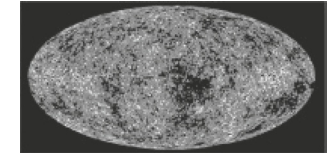
Volgens de gangbare theorieën is het heelal ontstaan met een enorme explosie: de zogenaamde oerknal (Big Bang). Na ongeveer een microseconde konden er protonen en neutronen ontstaan.

Atoomkernen en elektronen vormen samen atomen. Aanvankelijk werden deze door de aanwezige fotonen ook weer heel snel geïoniseerd. Na ongeveer $3 \cdot 10^5$ jaar hadden de meeste fotonen echter niet meer genoeg energie om atomen te ioniseren. Vanaf die tijd werden atomen stabiel en konden de fotonen vrij door het heelal reizen zonder geabsorbeerd te worden.

Deze straling is nog steeds aanwezig in het heelal. Lees de volgende tekst.

tekst Nasa presenteert foto van piepjong heelal

NASA presenteerde onlangs een foto die zij de 'de beste babyfoto' van het heelal heeft genoemd. De opname toont de oudste straling uit het heelal, de zogeheten kosmische achtergrondstraling, daterend uit de tijd dat het universum nog maar 300.000 jaar oud was.



Het uitdijende en afkoelende heelal gloeide toen als het oppervlak van een koele ster die voornamelijk fotonen uitzendt met een golflengte van $0,97 \mu\text{m}$.

Na 14 miljard jaar verdere expansie is de straling veranderd in microgolflstraling waarvan de stralingskromme overeenkomt met die van een voorwerp met een temperatuur van slechts $2,73$ graden boven het absolute nulpunt. Uit de kleurverschillen van de foto blijkt, dat de temperatuur van het jonge heelal niet overal gelijk was.

naar: NRC Handelsblad, 12 februari 2003

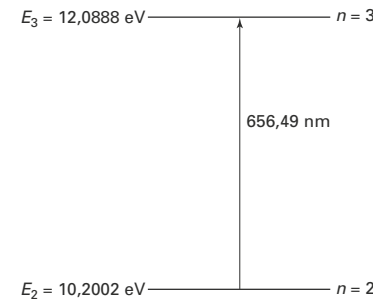
Lees bovenstaande tekst.

- 14 Bij elk stralend voorwerp, dus ook bij het heelal, hoort een stralingskromme. Bereken met welke factor de energie van de fotonen van de achtergrondstraling, die horen bij het maximum van de stralingskromme, na 14 miljard jaar verdere expansie afgenomen is.

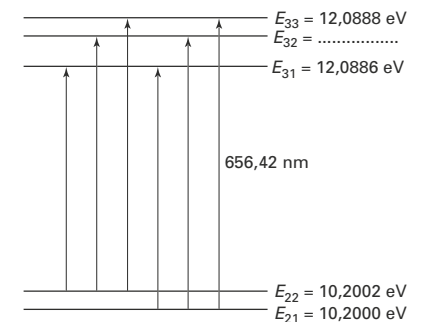
Natuurconstanten

In Binas 21A staat het energieniveauschema van het waterstofatoom volgens het atoommodel van Bohr. In figuur 1 is de situatie voor de energieniveaus voor de hoofdkwantumgetallen $n = 2$ en $n = 3$ weergegeven.

figuur 1



figuur 2



Volgens het model van Bohr zou de geabsorbeerde golflengte tussen deze niveaus $656,49 \text{ nm}$ bedragen.

In werkelijkheid zijn de twee getoonde niveaus opgesplitst in een aantal subniveaus. Men spreekt van de 'fijnstructuur'. Zie figuur 2. Deze figuur is niet op schaal. Hierbij speelt de zogeheten fijnstructuurconstante α een rol.

Voor α geldt:

$$\alpha = \frac{1}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{hc} = 0,00729735$$

Hierin is:

- ε_0 de diëlektrische constante; $\varepsilon_0 = 8,85419 \cdot 10^{-12} \text{ C V}^{-1} \text{ m}^{-1}$;
- e het elementair ladingskwantum;
- h de constante van Planck;
- c de lichtsnelheid.

- 15** Laat met een berekening zien dat de gegeven waarde van α zowel wat betreft getalwaarde als wat betreft significantie in overeenstemming is met de benodigde gegevens uit Binas 7A.

- 16** Ga met een eenhedenbeschouwing na of α een eenheid heeft.

In de onderstaande tabel is aangegeven hoe de energiewaarden die bij de subniveaus van figuur 2 horen, afhangen van de fijnstructuurconstante α .

$E_{21} = E_2 \cdot \left(1 - \frac{5\alpha^2}{16}\right)$	$E_{31} = E_3 \cdot \left(1 - \frac{\alpha^2}{4}\right)$
$E_{22} = E_2 \cdot \left(1 - \frac{\alpha^2}{16}\right)$	$E_{32} = E_3 \cdot \left(1 - \frac{\alpha^2}{6}\right)$
	$E_{33} = E_3 \cdot \left(1 - \frac{\alpha^2}{12}\right)$

- 17** Bereken de waarde van E_{32} .

De absorptielijn van 656,49 nm uit figuur 1 heeft een zekere lijnbreedte $\Delta\lambda$. Dit komt omdat de lijn feitelijk bestaat uit de 6 absorptielijnen die uit de energieniveaus van figuur 2 volgen. De lijnbreedte $\Delta\lambda$ is het verschil tussen de grootste golflengte en de kleinste golflengte van deze absorptielijnen. De golflengte die hoort bij de absorptielijn van de grootste energie-overgang is 656,42 nm.

- 18** Bereken de lijnbreedte $\Delta\lambda$.

Hints bij hoofdstuk 9

- 1** In welke richting bewegen de elektronen binnen de LED?
- 2** Bereken eerst hoeveel geleidingselektronen de LED per seconde passeren.
- 3** Reken met een geschatte gemiddelde waarde voor P .
- 4** Gebruik de wet van Wien.
- 5** Welke golflengte hoort bij de temperatuur van 3000 K, vergeleken met die bij 2,6 K?
- 6** Kijk bij de Balmer serie.
- 7** Hoe groter de snelheid, hoe groter de dopplerverschuiving.
- 8** Wanneer treedt er een roodverschuiving op?
- 9** Gebruik de formule voor de dopplerverschuiving.
- 10** Wat voor spectrum wordt uitgezonden door een gloeiend vast lichaam?
- 11** Wat is het verband tussen de energie van een foton en de golflengte ervan?
- 12** Wat betekent het dat een natriumatoom zich in een aangeslagen toestand bevindt?
- 13** Moet je letten op de pijlen omhoog of omlaag?
- 14** Voor de wet van Wien: zie Binas tabel 35E1.
- 15** Let op het aantal significante cijfers van de gegevens in Binas.
- 16** Zie Binas tabel 4.
- 17** Zie ook figuur 1.
- 18** Bereken eerst het kleinste verschil tussen de energieniveaus m.b.v. figuur 2.

Uitwerkingen bij hoofdstuk 9

Gekleurde LED's-II

- 1 De elektrische stroom in de stroomkring gaat van + naar –, dus van A naar B. De elektronen gaan in de LED dus van B naar A. Als een elektron terugvalt naar een lager energieniveau, wordt er een foton uitgezonden. Niveau B ligt dus hoger dan niveau A. Schema III geeft die situatie juist weer.

2 methode 1

Het percentage p van de geleidingselektronen, waarbij een foton vrijkomt, volgt uit:

$$p = \frac{P_{\text{uitgez}}}{P_{\text{max}}} \cdot 100\%, \text{ waarin:}$$

P_{uitgez} = lichtvermogen dat de LED uitzendt = 0,075 W

P_{max} = lichtvermogen dat de LED zou uitzenden als alle geleidingselektronen een foton produceren = $N_{\text{per s}} \cdot E_f$, met:

$N_{\text{per s}}$ = aantal geleidingselektronen dat per seconde de LED passeert =

$$= \frac{Q_{\text{per s}}}{e} = \frac{I \cdot t}{e} \quad (\text{Binas 35D1}), \text{ met:}$$

$Q_{\text{per s}}$ = lading die de LED per seconde passeert

e = elementair ladingsquantum = $1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ (Binas 7A)

I = stroomsterkte in de LED = 50 mA = $50 \cdot 10^{-3} \text{ A}$

t = 1,00 s

$$\text{zodat: } N_{\text{per s}} = \frac{50 \cdot 10^{-3} \cdot 1,00}{1,60 \cdot 10^{-19}} = 3,13 \cdot 10^{17}$$

E_f = energie van één foton = $\frac{h \cdot c}{\lambda}$ (Binas 35E2), met:

h = constante van Planck = $6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ (Binas 7A)

c = lichtsnelheid = $3,00 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ (Binas 7A)

λ = golflengte van het foton = 470 nm = $470 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ (Binas 2)

$$\text{zodat: } E_f = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3,00 \cdot 10^8}{470 \cdot 10^{-9}} = 4,23 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$P_{\text{max}} = 3,13 \cdot 10^{17} \cdot 4,23 \cdot 10^{-19} = 0,132 \text{ W}$$

$$\text{Invullen: } p = \frac{0,075}{0,132} \cdot 100\% = 57\%$$

methode 2

Het percentage p van de geleidingselektronen, waarbij een foton vrijkomt, volgt uit:

$$p = \frac{P_{\text{uitgez}}}{P_{\text{el}}} \cdot 100\%, \text{ waarin:}$$

P_{uitgez} = lichtvermogen dat de LED uitzendt = 0,075 W

P_{el} = elektrisch vermogen dat de LED opneemt = $U \cdot I$ (Binas 35D1), met:

U = spanning = energie per ladingseenheid ($\Delta E_{\text{el}} = q \cdot U$; Binas 35D2) =

$$= \frac{E_f}{e} = \frac{h \cdot c}{\lambda \cdot e} \quad (\text{Binas 35E2}), \text{ met:}$$

E_f = energie van het foton

e = elementair ladingsquantum = $1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ (Binas 7A)

h = constante van Planck = $6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ (Binas 7A)

c = lichtsnelheid = $3,00 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ (Binas 7A)

λ = golflengte van het foton = 470 nm = $470 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ (Binas 2)

$$\text{zodat: } U = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3,00 \cdot 10^8}{470 \cdot 10^{-9} \cdot 1,60 \cdot 10^{-19}} = 2,64 \text{ V}$$

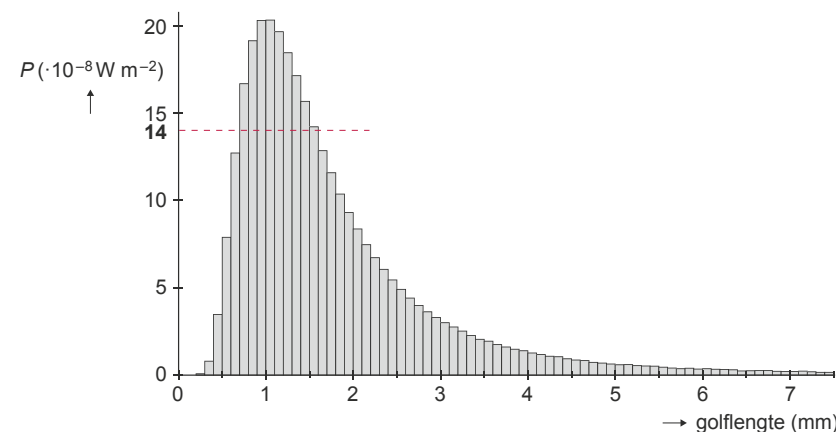
I = stroomsterkte in de LED = 50 mA = $50 \cdot 10^{-3} \text{ A}$

$$\text{zodat: } P_{\text{el}} = 2,64 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 0,132 \text{ W}$$

$$\text{Invullen: } p = \frac{0,075}{0,132} \cdot 100\% = 57\%$$

WMAP-II

- 3 Zie de tekening.



We schatten het aantal fotonen n met een golflengte tussen 1,0 en 2,0 mm dat

per seconde een oppervlakte van $1,0 \text{ m}^2$ treft, met: $n = \frac{E}{E_f}$, waarin:

E = energie die per seconde per m^2 op de oppervlakte valt met golflengten tussen 1,0 en 2,0 mm

In de tekening lezen we af: de 10 golflengtegebiedjes hebben een gemiddelde energie per seconde per m^2 van $14 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2}$

$$\text{zodat: } E = 10 \cdot 14 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \cdot 1,0 \text{ s} \cdot 1,0 \text{ m}^2 = 1,4 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

E_f = gemiddelde energie van één foton = $\frac{h \cdot c}{\lambda}$ (Binas 35E2), met:

h = constante van Planck = $6,63 \cdot 10^{-34}$ J s (Binas 7A)

c = lichtsnelheid = $3,0 \cdot 10^8$ m s⁻¹ (Binas 7A)

λ = geschatte gemiddelde golflengte van de fotonen = 1,5 mm = $1,5 \cdot 10^{-3}$ m

$$\text{zodat: } E_f = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3,0 \cdot 10^8}{1,5 \cdot 10^{-3}} = 1,33 \cdot 10^{-22} \text{ J}$$

$$\text{Invullen: } n = \frac{1,4 \cdot 10^{-6}}{1,33 \cdot 10^{-22}} = 1,1 \cdot 10^{16}$$

Dus schatting c is de beste.

- 4 De temperatuur T die bij de stralingskromme hoort, bepalen we met de

wet van Wien: $\lambda_{\max} \cdot T = k_W \Rightarrow T = \frac{k_W}{\lambda_{\max}}$ (Binas 35E1), waarin:

$\lambda_{\max}$ = golflengte behorende bij de maximale intensiteit = 1,1 mm (afgelezen in figuur 2) = $1,1 \cdot 10^{-3}$ m

k_W = constante van Wien = $2,898 \cdot 10^{-3}$ m K (Binas 7A)

$$\text{Invullen: } T = \frac{2,898 \cdot 10^{-3}}{1,1 \cdot 10^{-3}} = 2,6 \text{ K}$$

- 5 De formule van de dopplerverschuiving luidt: $\nu = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c$ (Binas 35E1), waarin:

ν = snelheid van de stralingsbron, $\Delta\lambda$ = verschil tussen waargenomen golflengte en de uitgezonden golflengte, λ = golflengte van de stralingsbron en c = lichtsnelheid. Bij een temperatuur van 3000 K ($\approx 1000 \cdot 2,6$ K) horen, gebruikmakend van de wet van Wien, golflengten die ongeveer 1000 keer kleiner zijn dan de waargenomen golflengten, dus ongeveer $1 \cdot 10^{-6}$ m

$$\text{Voor } \nu \text{ vinden we dan: } \nu \approx \frac{1 \cdot 10^{-3} - 1 \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 10^{-6}} \cdot c = 1 \cdot 10^3 \cdot c$$

De bron zou ongeveer 1000 keer zo snel gaan als de lichtsnelheid, dus de dopplerverschuiving kan niet de verklaring zijn voor de roodverschuiving.

Spectroscopische dubbelster

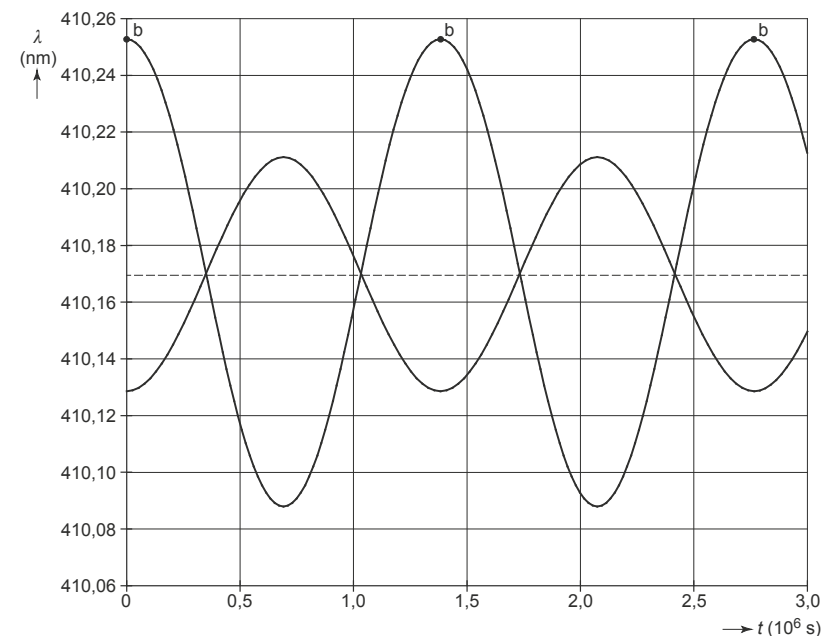
- 6 De spectraallijn H_δ met golflengte $\lambda = 410,17$ nm is een lijn uit de Balmer serie van het spectrum van waterstof (H) (Binas 21A). Deze spectraallijn hoort bij de overgang van $n = 6$ naar $n = 2$.

- 7 Voor de dopplerverschuiving $\Delta\lambda$ geldt: $\nu = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c$ (Binas 35E1) $\Rightarrow \Delta\lambda = \frac{\nu \cdot \lambda}{c}$

De dopplerverschuiving is dus kleiner als de snelheid van de ster (in de richting van de waarnemer) kleiner is.

Voor de omloopsnelheid ν van de sterren geldt: $\nu = \frac{2\pi \cdot r}{T}$ (Binas 35A2). Omdat de omlooptijd T voor de sterren A en B hetzelfde is en $r_A < r_B$ (zie figuur 1), is $\nu_A < \nu_B$. De dopplerverschuiving is bij ster A dus kleiner, dus het golflengteverloop L_2 is afkomstig van ster A.

- 8 Zie de tekening.



Lijn L_1 geeft het golflengteverloop weer, afkomstig van ster B (zie vorige antwoord). In figuur 1b beweegt ster B met de maximale snelheid van de waarnemer af, dus zal er een maximale verschuiving van de golflengte naar het rood (naar grotere golflengte) worden gemeten. In de tekening gebeurt dat drie keer, aangegeven met de punten b.

- 9 Bepaling van de baanstraal r_A van ster A.

$$\text{Er geldt: } \nu_A = \frac{2\pi \cdot r_A}{T_A} \text{ (Binas 35A2)} \Rightarrow r_A = \frac{\nu_A \cdot T_A}{2\pi}, \text{ waarin}$$

ν_A = baansnelheid van ster A

Voor de maximale dopplerverschuiving $\Delta\lambda_A$ van ster A (lijn L_2) geldt:

$$\nu_A = \frac{\Delta\lambda_A}{\lambda} \cdot c \text{ (Binas 35E1), met:}$$

$$\Delta\lambda_A = 410,211 - 410,17 = 0,041 \text{ nm} = 0,041 \cdot 10^{-9} \text{ m (afgelezen in figuur 3)}$$

$$\lambda = 410,17 \text{ nm} = 410,17 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$c = \text{lichtsnelheid} = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} \text{ (Binas 7A)}$$

$$\text{zodat: } \nu_A = \frac{0,041 \cdot 10^{-9}}{410,17 \cdot 10^{-9}} \cdot 3,00 \cdot 10^8 = 3,00 \cdot 10^4 \text{ m s}^{-1}$$

$$T_A = \text{omlooptijd van ster A} = (1,725 - 0,35) \cdot 10^6 = 1,38 \cdot 10^6 \text{ s (afgelezen in figuur 3)}$$

$$\text{Invullen: } r_A = \frac{3,00 \cdot 10^4 \cdot 1,38 \cdot 10^6}{2\pi} = 6,6 \cdot 10^9 \text{ m}$$

$$\text{Voor ster B geldt: } r_B = \frac{\nu_B \cdot T_B}{2\pi}, \text{ waarin:}$$

$$T_B = T_A$$

$$\nu_B = \frac{\Delta\lambda_B}{\lambda} \cdot c \text{ In figuur 3 lezen we af: } \Delta\lambda_B = 2 \cdot \Delta\lambda_A \Rightarrow \nu_B = 2 \cdot \nu_A$$

$$\text{zodat: } r_B = \frac{2 \cdot \nu_A \cdot T_A}{2\pi} = 2 \cdot r_A = 2 \cdot 6,6 \cdot 10^9 = 13,2 \cdot 10^9 \text{ m}$$

Spectraallijnen

- 10 Een gloeilampje zendt licht uit omdat de gloeidraad, dat is een vast lichaam, een hoge temperatuur heeft. Zulke stralers zenden een *continu* spectrum uit. Jip zal dus geen spectraallijnen kunnen ontdekken.

- 11 Zie de tekening.

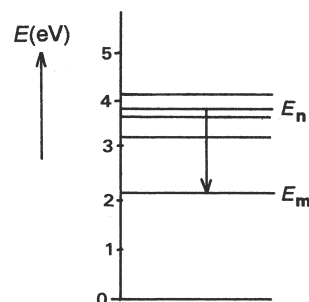
- 1 Ze moeten de energie E_f van de fotonen van elke spectraallijn berekenen met:

$$E_f = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad (\text{Binas 35E2})$$

De waarden van h en c vinden ze in Binas tabel 7A en λ hebben ze gemeten met de spectrocoop. Ze berekenen dan de waarde van E_f in J.

- 2 Vervolgens berekenen ze voor elke soort fotonen de waarde van E_f in eV (Binas 5)

- 3 Daarna kijken ze in het energieschema van natrium bij welke overgangen geldt: $E_f = E_n - E_m$



- 12 De natriumatomen worden *aangeslagen*. Dat betekent dat het elektron in de buitenste schil van het atoom in een hogere energietoestand komt. Vanuit die toestand kan het elektron terugvallen naar een lager energieniveau. Het verschil in energie komt vrij in de vorm van een foton. Die fotonen hebben dus een zeer specifieke energiewaarde en corresponderen met een zeer specifieke kleur volgens $E_f = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ (Binas 35E2)

- 13 Bij de overgangen van een hoger energieniveau E_n naar een lager energieniveau E_m in het natriumatoom (pijlen *omlaag* in figuur 1) wordt een foton *uitgezonden* met een energie E_f waarvoor geldt: $E_f = E_n - E_m$

De pijlen omlaag horen dus bij de gevraagde emissielijnen.

Omdat Jip en Janneke drie lijnen onderzoeken, waarvan er één in het infrarood, één in het zichtbare spectrum en één in het ultraviolet licht, weet je:

- dat de lijn die behoort bij het grootste energieverschil (dus overgang f) de ultraviolette moet zijn (λ_{uv} is klein dus de energie is groot);
- dat de lijn die behoort bij het wat kleinere energieverschil (dus overgang d) die in het zichtbare gebied is en
- dat de lijn die behoort bij het kleinste energieverschil (dus overgang b) die in het infrarood is (λ_{ir} is groot dus de energie is klein).

De overgangen e, c en a horen respectievelijk bij de overeenkomstige absorptielijnen.

Kosmische achtergrondstraling

- 14 De factor k , waarmee de energie van de achtergrondstraling van fotonen, die horen bij het maximum van de stralingskromme, is afgenomen, vinden we uit:

$$k = \frac{E_{\text{foton},1}}{E_{\text{foton},2}}, \text{ waarin:}$$

$E_{\text{foton},1}$ = energie van een foton van de achtergrondstraling na 300 000 jaar =

$$= \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad (\text{Binas 35E2}), \text{ met:}$$

h = constante van Planck = $6,626 \cdot 10^{-34}$ J s (Binas 7A)

c = lichtsnelheid = $2,998 \cdot 10^8$ m s⁻¹ (Binas 7A)

λ = golflengte van die achtergrondstraling = $0,97 \mu\text{m} = 0,97 \cdot 10^{-6}$ m

$$\text{zodat: } E_{\text{foton},1} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 2,998 \cdot 10^8}{0,97 \cdot 10^{-6}} = 2,05 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$E_{\text{foton},2}$ = energie van een foton (behorende bij golflengte λ_{max}) dat nu de aarde bereikt

$$\text{Er geldt: } E_{\text{foton},2} = \frac{h \cdot c}{\lambda_{\text{max}}} \quad (\text{Binas 35E2}), \text{ met:}$$

h = constante van Planck = $6,626 \cdot 10^{-34}$ J s (Binas 7A)

c = lichtsnelheid = $2,998 \cdot 10^8$ m s⁻¹ (Binas 7A)

λ_{max} = golflengte behorend bij het maximum van de stralingskromme van een lichaam met temperatuur 2,73 K (zie als voorbeeld: Binas 22)

Volgens de wet van Wien geldt: $\lambda_{\text{max}} \cdot T = k_w$ (Binas 35E2), waarin:

T = temperatuur = 2,73 K

k_w = constante van Wien = $2,8978 \cdot 10^{-3}$ m K (Binas 7A)

$$\Rightarrow \lambda_{\text{max}} \cdot 2,73 = 2,8978 \cdot 10^{-3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda_{\text{max}} = \frac{2,8978 \cdot 10^{-3}}{2,73} = 1,061 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{zodat: } E_{\text{foton},2} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 2,998 \cdot 10^8}{1,061 \cdot 10^{-3}} = 1,872 \cdot 10^{-22} \text{ J}$$

$$\text{Invullen: } k = \frac{2,05 \cdot 10^{-19}}{1,872 \cdot 10^{-22}} = 1,1 \cdot 10^3$$

De energie van de fotonen is dus met een factor $1,1 \cdot 10^3$ afgenomen.

Natuurconstanten

- 15 We berekenen α met $\alpha = \frac{1}{2 \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{h \cdot c}$, waarin:

e = elementair ladingskwantum = $1,6021766 \cdot 10^{-19}$ C (Binas 7A)

ϵ_0 = diëlektrische constante = $8,85419 \cdot 10^{-12}$ C V⁻¹ m⁻¹

h = constante van Planck = $6,62607 \cdot 10^{-34}$ J s (Binas 7A)

c = lichtsnelheid = $2,99792458 \cdot 10^8$ m s⁻¹ (Binas 7A)

$$\begin{aligned} \text{Invullen: } \alpha &= \frac{1}{2 \cdot 8,85419 \cdot 10^{-12}} \cdot \frac{(1,6021766 \cdot 10^{-19})^2}{6,62607 \cdot 10^{-34} \cdot 2,99792458 \cdot 10^8} = \\ &= 7,29735 \cdot 10^{-3} = 0,00729735 \end{aligned}$$

De gegeven waarde van α is dus in overeenstemming met de benodigde gegevens uit Binas 7A.

Er moet op 6 significante cijfers worden afgerond, vanwege het feit dat zowel ϵ_0 als h in Binas 7A gegeven staan in 6 significante cijfers.

- 16 We gaan na of α een eenheid heeft met de volgende eenhedenbeschouwing:

$$[\alpha] = \frac{1}{[\varepsilon_0]} \cdot \frac{[e]^2}{[h] \cdot [c]} = \frac{1}{\text{C} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}} \cdot \frac{\text{C}^2}{\text{J} \cdot \text{s} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}} \quad (\text{zie gegevens antwoord 15}) =$$

$$= \frac{\text{C}}{\text{V}^{-1} \cdot \text{J}} = \text{C} \cdot \text{V} \cdot \text{J}^{-1} = \text{C} \cdot (\text{J} \cdot \text{C}^{-1}) \cdot \text{J}^{-1} \quad (\text{Binas 4}) = 1$$

α heeft dus geen eenheid.

- 17 We berekenen de waarde van E_{32} met $E_{32} = E_3 \cdot \left(1 - \frac{\alpha^2}{6}\right)$, waarin:
 $E_3 = 12,0888 \text{ eV}$ (afgelezen in figuur 1)
 $\alpha = 0,00729735$

$$\text{Invullen: } E_{32} = 12,0888 \cdot \left(1 - \frac{0,00729735^2}{6}\right) = 12,0887 \text{ eV}$$

- 18 De lijnbreedte $\Delta\lambda$ van de absorptielijn volgt uit $\Delta\lambda = \lambda_{\text{max}} - \lambda_{\text{min}}$, waarin:

λ_{max} = grootste golflengte van deze absorptielijnen. Er geldt dat:

$$\Delta E_{\text{min}} = \frac{h \cdot c}{\lambda_{\text{max}}} \quad (\text{Binas 35E2}) \Rightarrow \lambda_{\text{max}} = \frac{h \cdot c}{\Delta E_{\text{min}}}, \text{ met:}$$

$$h = \text{constante van Planck} = 6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \quad (\text{Binas 7A})$$

$$c = \text{lichtsnelheid} = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{Binas 7A})$$

$$\Delta E_{\text{min}} = \text{kleinste verschil tussen de energieniveaus} =$$

$$= E_{31} - E_{22} = 12,0886 - 10,2002 \quad (\text{afgelezen in figuur 2}) =$$

$$= 1,8884 \text{ eV} = 1,8884 \cdot 1,6021765 \cdot 10^{-19} \text{ J} \quad (\text{Binas 7A}) =$$

$$= 3,02555 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$\text{zodat: } \lambda_{\text{max}} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \cdot 2,99792458 \cdot 10^8}{3,02555 \cdot 10^{-19}} = 656,557 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$= 656,557 \text{ nm}$$

$$\lambda_{\text{min}} = \text{kleinste golflengte van deze absorptielijnen} = 656,42 \text{ nm}$$

$$\text{Invullen: } \Delta\lambda = 656,557 - 656,42 = 0,14 \text{ nm}$$

10 Quantumwereld (domein F1)

Proef van Young

Figuur 1 laat het interferentiepatroon zien dat ontstaat bij de buiging van licht aan twee dunne evenwijdige spleten. Young voerde deze proef voor het eerst uit.

figuur 1



- 1 Maak een schematische schets van de opstelling die tot figuur 1 heeft geleid.
- 2 Leg uit waarom dit patroon een argument is voor het idee dat licht golfeigenschappen heeft.
- 3 Het dubbelspleet-experiment kan ook gedaan worden met elektronen. Leg het verband uit tussen dat experiment en de de Broglie-golflengte.

Neutronenverstrooiing

Mechanische materiaalspanningen in bijvoorbeeld een aluminium vleugeldeel van een vliegtuig hebben tot gevolg dat de afstanden tussen de atomen veranderen. Met behulp van neutronenverstrooiing kunnen deze veranderingen veel preciezer worden gemeten dan bijvoorbeeld met röntgenstralen. Röntgenstralen worden verstrooid door de elektronen in een atoom, neutronen worden verstrooid door atoomkernen.

Omdat de positie van de elektronen veel minder scherp bepaald is dan die van de atoomkern is het resultaat van een meting met neutronen scherper bepaald dan met röntgenstralen.

Nog een voordeel van neutronen is dat zij dieper in materie doordringen, zodat er gemeten kan worden binnen in massieve metalen voorwerpen die voor röntgenstralen ontoegankelijk zijn.

- 4 Leg uit wat er in bovenstaande tekst wordt bedoeld met: 'Omdat de positie van de elektronen veel minder scherp bepaald is dan die van de atoomkern, ...'.
- 5 Welke eigenschap van neutronen zorgt ervoor dat ze diep in materie doordringen?

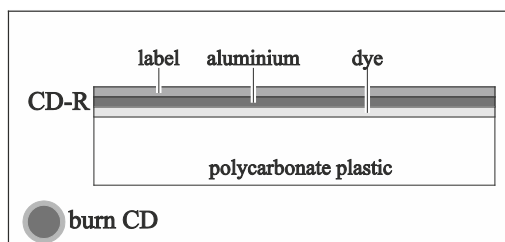
Voor het maken van neutronenbundels met een hoge intensiteit wordt een kernreactor gebruikt. De neutronen die geproduceerd worden, hebben een snelheid van de orde van 10^7 m s^{-1} . Men remt de neutronen af om bundels te krijgen die geschikt zijn voor het uitvoeren van onderzoeken. De grootteorde van de structuur die men wil onderzoeken is bepalend voor de gewenste snelheid van de neutronen. Voor een bepaald type biologisch onderzoek worden neutronen afgeremd tot 10 m s^{-1} .

- 6 Leg uit of men neutronen van 10 m s^{-1} beter kan gebruiken om de structuur van DNA of die van bacteriën te onderzoeken. Bereken daartoe eerst de de Broglie-golflengte van een neutron met een snelheid van 10 m s^{-1} . Gebruik uit Binas tabel 100.

Kleurstof in een CD-R

Lees onderstaand artikel.

In CD's zit de informatie vastgelegd met putjes in het glanzende metaaloppervlak. Bij een CD-R (R van Recordable), een beschrijfbaar CD, is het anders. Daar is de laag glad en bevat een bepaalde kleurstof. Bij een onbeschreven CD-R is deze kleurstoflaag doorzichtig. Als je op één plaats de laag verhit, met een korte laserpuls, wordt de kleurstof op die plaats ondoorzichtig zodat er geen licht meer door kan.



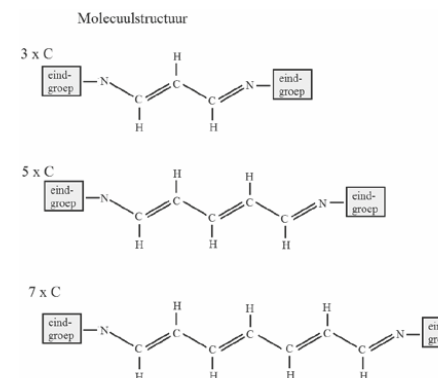
Door korte pulsen van de schrijflaser kan informatie zo worden weggeschreven in de vorm van doorzichtige en ondoorzichtige 'spots'.

Om een 'spot' te branden is een hoeveelheid energie nodig van $1,5 \cdot 10^{-9}$ J. Deze wordt in de vorm van een korte lichtpuls door een brandlaser geleverd. Neem aan dat het rendement van deze energieoverdracht honderd procent is. De tijdsduur van een laserpuls is gelijk aan de tijdsduur tussen twee laserpulsen. De laser heeft een vermogen van 75 mW.

- 7 Bereken het maximum aantal 'spots' dat de laser per seconde kan branden.

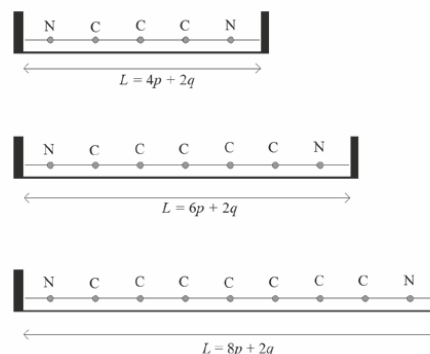
Het rendement kan zeer hoog zijn als de spot een kleurstof bevat die in staat is licht te absorberen van dezelfde frequentie als dat van de laser. Voor dit doel worden cyanine-kleurstoffen gebruikt. Figuur 1 laat een aantal van deze moleculen zien. In zo'n molecuul is steeds een aantal vrije elektronen aanwezig. Deze elektronen zitten opgesloten tussen de eindgroepen. Deze opsluiting is te beschrijven als deeltjes in een eendimensionale energieput met lengte L . Zie figuur 2.

figuur 1



figuur 2

Opsluiting van de elektronen



De onderlinge afstand tussen de C-atomen en de C- en N-atomen is steeds p ; de afstand tussen de N-atomen en de eindgroep is steeds q .

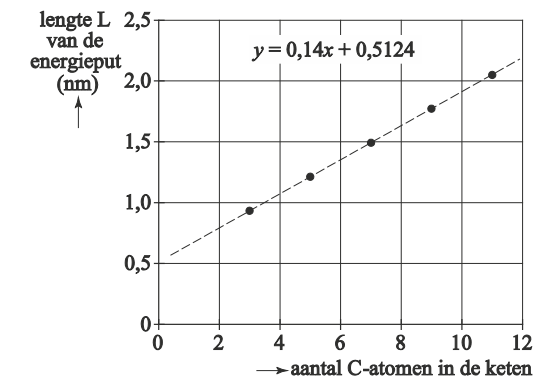
In figuur 3 is lengte L uitgezet tegen het aantal C-atomen in de keten. De stippellijn is de trendlijn door de punten, de vergelijking van de trendlijn staat ook gegeven.

- 8 Bepaal de waarde van p en van q .

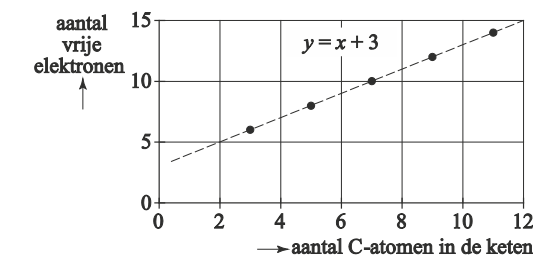
Het aantal vrije elektronen dat tussen de eindgroepen beweegt, hangt ook af van het aantal C-atomen in de keten. Dit is in figuur 4 weergegeven.

- 9 Beredeneer of het aantal elektronen per lengte-eenheid toeneemt, afneemt of gelijk blijft als de keten langer wordt.

figuur 3



figuur 4

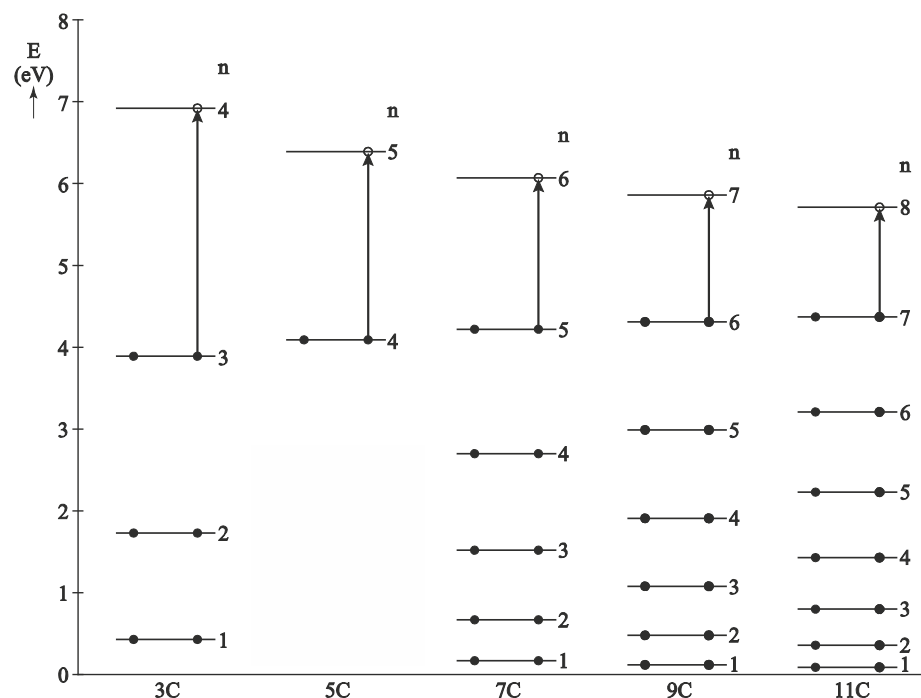


Voor de energieniveaus van de elektronen gelden de volgende regels:

- De energiewaarden van de niveaus kunnen berekend worden met het model 'deeltje in een eendimensionale energieput'.
- Er zitten maximaal twee elektronen in hetzelfde energieniveau.
- De niveaus worden van onderaf opgevuld.

In figuur 5 zijn de energieniveaus van de elektronen bij vijf verschillende ketenlengtes weergegeven.

figuur 5



Bij een ketenlengte met 5 C-atomen zijn de niveaus 1, 2 en 3 weggelaten.

10 Voer de volgende opdrachten uit:

- Bereken de hoogte van de energie van de niveaus 1, 2 en 3 bij een ketenlengte van 5 C-atomen.
- Teken de energieniveaus in figuur 5.

Absorptie van licht vindt plaats als een elektron in het hoogste gevulde niveau naar een niveau hoger springt. In figuur 5 is dit steeds met een pijl weergegeven. De CD-R heeft een brand-laser met een golflengte van 800 nm.

11 Bepaal met behulp van figuur 5 welk van deze moleculen daarbij het beste als kleurstof kan worden gebruikt. Licht je antwoord toe met een berekening.

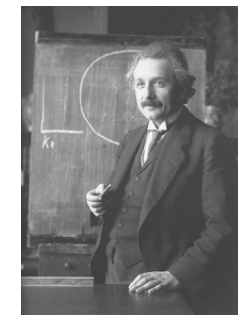
Opbrengst van het foto-elektrisch effect

Lees onderstaand artikel.

Om de straling van zwarte stralers te verklaren stelde Max Planck in 1900 de hypothese dat de stralingsenergie van zwarte stralers opgedeeld is in pakketjes met een energie $E = hf$. In 1905 stelde Einstein in zijn theorie van het foto-elektrisch effect dat het inderdaad om meetbare losse deeltjes gaat. Deze deeltjes kregen later de naam fotonen.

Het deeltjeskarakter van licht werd pas na veel weerstand door de natuurkundige wereld geaccepteerd. Zo heeft Millikan tot 1916 geprobeerd deze theorie te weerleggen.

Einstein ontving voor zijn idee in 1921 de Nobelprijs. Het tijdperk van de quantumfysica was definitief aangebroken. Het heeft echter tot 1960 geduurd voordat men begreep dat het foto-elektrisch effect geen puur oppervlakteverschijnsel was, maar binnen in het metaal plaatsvindt.



Het foto-elektrisch effect wordt vaak aangetoond in een experiment zoals weergegeven in figuur 1.

In zo'n experiment wordt de kathode in een vacuümbuis beschoten door een laser met een golflengte $\lambda = 410 \text{ nm}$ en een vermogen van $P = 3,0 \text{ mW}$.

Op de kathode komen dan elektronen vrij die naar de anode bewegen.

De stroomsterkte I in de kring wordt uitgezet tegen de spanning U .

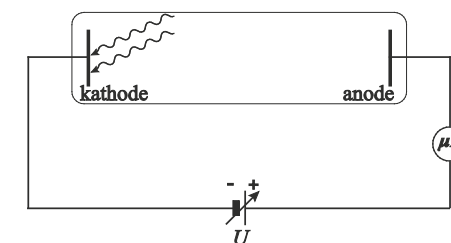
Zie figuur 2.

Als de spanning hoger is dan $U = 2,0 \text{ V}$, bereiken alle vrijgemaakte elektronen de anode.

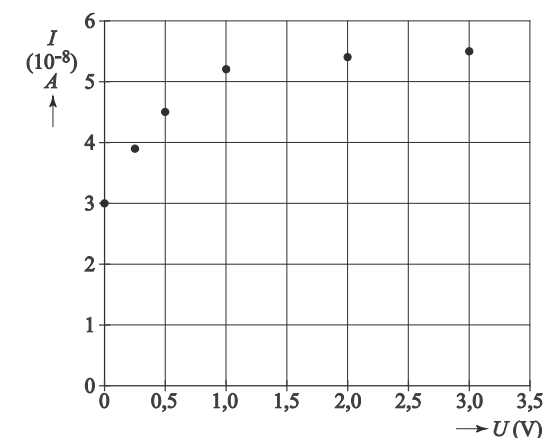
12 Beantwoord de volgende vragen:

- Hoe is dit te zien in figuur 2?
- Waarom bereiken bij een lagere spanning niet alle vrijgemaakte elektronen de anode?

figuur 1



figuur 2



Niet elk foton dat op de kathode valt, maakt een elektron vrij. Daarom spreekt men over het quantumrendement η_Q van een fotokathode.

Voor het quantumrendement geldt: $\eta_Q = \frac{n_e}{n_f}$. (1)

Hierin is:

- n_f het aantal fotonen dat per seconde het kathodeoppervlak treft;
- n_e het aantal elektronen dat per seconde de kathode verlaat.

Voor de maximale stroomsterkte I geldt: $I = \frac{\eta_Q e}{E_f} P_{\text{licht}}$. (2)

Hierin is:

- e elementair ladingsquantum;
- P_{licht} het vermogen van het opvallende licht;
- E_f de energie van een foton.

13 Leid formule (2) af met behulp van formule (1) en formules in Binas.

14 Bepaal het quantumrendement η_Q van deze fotokathode.

Er zijn duizenden fotonen nodig voor het vrijmaken van één elektron.

Toch vormt het foto-elektrisch effect een bewijs voor het individuele deeltjeskarakter van fotonen.

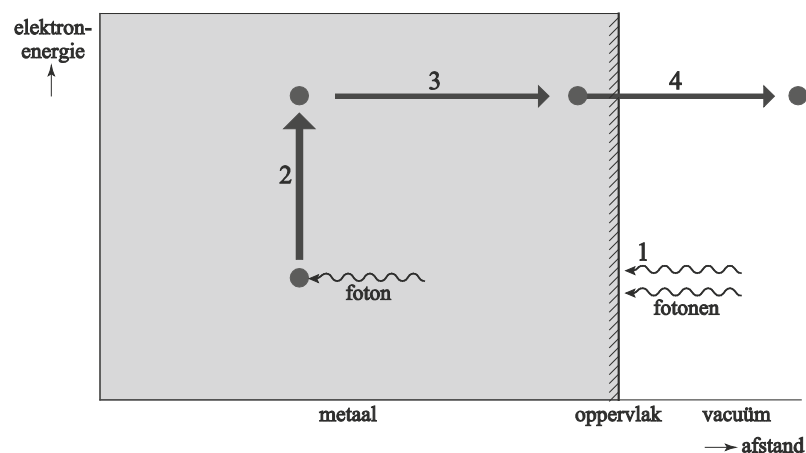
15 Leg uit waarom.

Chris wil weten hoe het komt dat het foto-elektrisch effect bij metalen zo'n laag quantumrendement η_Q heeft. Hij gebruikt hiervoor het model voor het foto-elektrisch effect dat in 1958 ontwikkeld is door de natuurkundige Spicer. Hierbij wordt het proces van het foto-elektrisch effect in de volgende vier stappen verdeeld:

- 1 terugkaatsing van een foton aan het buitenoppervlak van het metaal
- 2 absorptie van een foton door een elektron
- 3 transport van het elektron naar het oppervlak
- 4 ontsnappen van het elektron aan het oppervlak

Het proces is schematisch weergegeven in figuur 3.

figuur 3



In tabel 1 zijn karakteristieke waarden gegeven die Chris heeft gevonden voor de foto-elektrische deelprocessen van een fotokathode van koper, bestraald met fotonen van 4,8 eV.

tabel 1

stap	percentage
1	40% van de fotonen wordt gereflecteerd
2	83% van de fotonen wordt door elektronen geabsorbeerd
3	80% van de aangeslagen elektronen wordt verstrooid door botsingen
4a	4% van de aangeslagen elektronen hebben voldoende energie om te ontsnappen
4b	99% van de aangeslagen elektronen met voldoende energie treffen het oppervlak onder een zodanige hoek dat ze worden teruggekaatst

16 Bereken met behulp van tabel 1 het quantumrendement η_Q van de fotokathode.

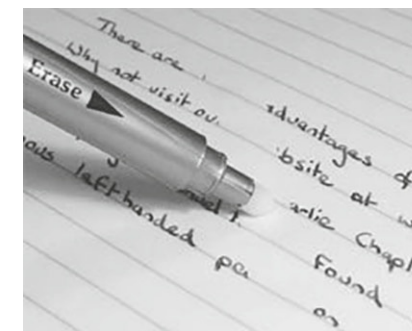
Inktwisser

Met een inktwisser kun je lichtblauwe vulpeninkt onzichtbaar maken. Zie figuur 1. In figuur 2 zie je tweemaal het molecuul van de blauwe kleurstof in de inkt. In het ene geval zit de positieve lading rechtsboven, in het tweede geval linksboven.

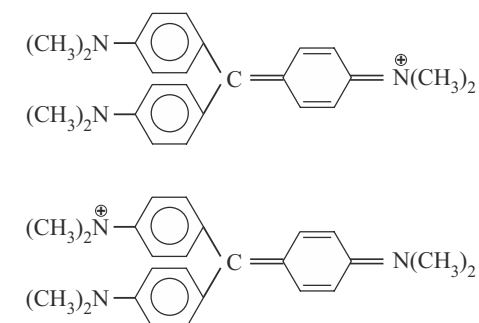
Door het molecuul kan één elektron namelijk vrij van links naar rechts bewegen. Het molecuul kan daarom opgevat worden als een energieput met lengte L .

De overgang van de grondtoestand van dit elektron naar de eerste aangeslagen toestand komt overeen met de energie van een foton uit het geel-groene deel van het spectrum met een golflengte van 550 nm. Het molecuul absorbeert deze fotonen. De rest van het licht wordt weerkaatst, dat zie je als lichtblauw.

figuur 1



figuur 2



- 17 Bereken uit de geabsorbeerde golflengte de lengte L van de energieput.

De inktwisser zorgt voor de reactie die je in figuur 3 ziet. In het molecuul dat ontstaat kunnen de elektronen niet meer langs het centrale koolstofatoom bewegen (door de aanwezigheid van de SO_3H -groep).

Hierdoor is de lengte van de energieput gehalveerd.

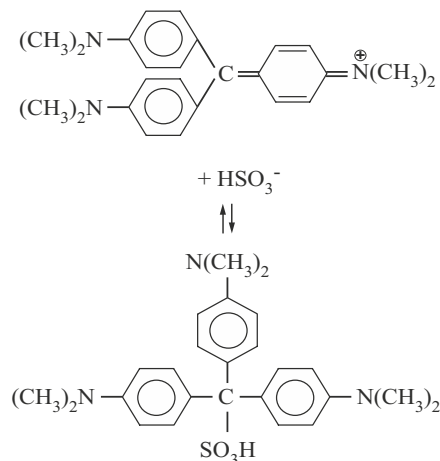
Het energieverschil tussen de grondtoestand en de eerste aangeslagen toestand wordt daardoor 4 keer zo groot.

- 18 Leg dat uit.

Het nieuwe molecuul is kleurloos.

- 19 Leg dit uit met behulp van een berekening en tabel 19 van Binas.

figuur 3

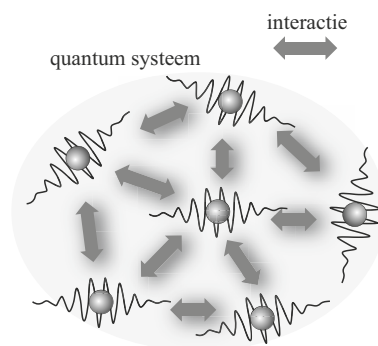


De kracht van het viriaal-theorema-II

Lees onderstaand artikel.

Het viriaal-theorema

Vrijwel alle systemen in de natuur, of het nu sterrenstelsels of quantumsystemen zijn, bestaan uit veel deeltjes en zijn niet exact te berekenen.



Met behulp van behoudswetten kunnen er toch belangrijke uitspraken over het systeem gedaan worden. Eén van die behoudswetten is het volgende verband tussen de potentiële energie en de kinetische energie:

$$E_p = -2E_k.$$

Dit verband wordt het viriaal-theorema genoemd.

Atomen van helium en waterstof

De elektrische wisselwerking tussen deeltjes hangt op dezelfde manier af van de onderlinge afstand als de gravitatie-wisselwerking. Om deze reden geldt het viriaal-theorema ook voor atomen en moleculen.

De potentiële energie wordt hier geleverd door elektrische aantrekking en afstoting. Het atoom helium is een niet exact te berekenen systeem. Wel is het mogelijk een computermodel voor de grondtoestand van helium te gebruiken. In tabel 1 staat het resultaat van zo'n modelberekening. Hierin staan voor de totale potentiële energie E_p twee bijdragen:

- $E_{p,\text{kern}}$ de potentiële energie door de aantrekking van de elektronen door de kern;
- $E_{p,\text{e-e}}$ de potentiële energie door de onderlinge afstoting van de elektronen.

tabel 1

Energie	eV
E_k	79,0
$E_{p,\text{kern}}$	-185,9
$E_{p,\text{e-e}}$	27,9
E_{tot}	-79,0

De energie van de grondtoestand van helium is experimenteel bepaald.

Zie tabel 21C van BiNaS. Hierin staan de experimenteel bepaalde ionisatie-energieën. De ionisatie-energie is de energie die nodig is om een elektron uit een atoom of ion los te maken.

- 20 Voer de volgende opdrachten uit:

- Laat zien dat de uitkomsten van de berekeningen in tabel 1 in overeenstemming zijn met het viriaal-theorema.
- Laat zien dat de berekende waarde van de totale energie in tabel 1 in overeenstemming is met experimentele waarden uit Binas 21C.

Voor waterstof is de berekening van de grondtoestand wel exact te maken.

- 21 Vul in de tabel op de uitwerkbijlage de energiewaarden van de grondtoestand van waterstof in.

uitwerkbijlage bij vraag 21

Energie	eV
E_k	
$E_{p,\text{kern}}$	
$E_{p,\text{e-e}}$	
E_{tot}	

Hints bij hoofdstuk 10

- 1 Waar moet een lens worden geplaatst?
- 2 Wat is interferentie?
- 3 Wat zien we op het scherm als we in plaats van licht elektronen gebruiken?
- 4 Wat is de formule voor de de Broglie-golflengte?
- 5 Wat is de lading van een neutron?
- 6 Moet de golflengte van de neutronen groter of kleiner zijn dan de afmetingen van het te bestuderen object?
- 7 De tijdsduur voor het branden van de spots is de helft van de totale tijd.
- 8 Zie figuur 2: x C-atomen hebben voor L een bijdrage van $(x + 1) \cdot p$.
- 9 Bepaal voor twee moleculen de verhouding van het aantal vrije elektronen en L .
- 10 Zie voor de energie van het n -de energieniveau: Binas 35E4.
- 11 Zie voor de energie van een foton: Binas 35E2.
- 12 – Wat gebeurt er met de stroomsterkte in figuur 2 als de spanning stijgt?
– Hebben alle vrijgemaakte elektronen dezelfde richting?
- 13 Welk verband is er tussen I en n_e en welk verband tussen P_{licht} , n_f en E_f ?
- 14 Gebruik de formule $I = \frac{\eta_0 \cdot e}{E_f} \cdot P_{\text{licht}}$.
- 15 Wat gebeurt er als de frequentie van de fotonen lager wordt dan de grensfrequentie?
- 16 Vermenigvuldig de rendementen van de deelprocessen met elkaar.
- 17 Zie Binas 35E2 en 35E4.
- 18 Hoe luidt de formule voor een deeltje-in-een-doosje-model?
- 19 Als de energie van het foton 4 maal groter wordt, hoe groot wordt dan de golflengte?
- 20 – Bereken E_p met behulp van tabel 1.
– Wat wordt verstaan onder ionisatie-energie?
- 21 Hoeveel elektronen heeft waterstof?

Uitwerkingen bij hoofdstuk 10

Proef van Young

- 1 Zie de tekening.

Het licht van de lamp valt via de lens op twee spleten.

Op het scherm is het interferentiepatroon te zien.



- 2 Het patroon van figuur 1 is een interferentiepatroon. Interferentie treedt op als golven in fase elkaar versterken (maxima) en in tegenfase elkaar uitdoven (minima). Interferentie is dus een verschijnsel dat optreedt bij golven. Daarom is het interferentiepatroon van figuur 1 een argument voor het idee dat licht golfeigenschappen bezit.
- 3 Als het dubbelspleet-experiment wordt uitgevoerd met elektronen, is er op het scherm ook een interferentiepatroon te zien. Dat betekent dat elektronen dus ook een golfkarakter hebben. De golflengte van de elektronen wordt gegeven door de de Broglie-golflengte.
Voor de de Broglie-golflengte λ van het elektron geldt: $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$ (Binas 35E4 en 35A3), waarin:
 h = constante van Planck, p = impuls van het elektron, m = massa van het elektron en v = snelheid van het elektron.

Neutronenverstrooiing

- 4 Binnen het atoom gedragen zowel de elektronen als de atoomkern zich als een golf. Daardoor zijn de posities van zowel de elektronen als de atoomkern in zekere mate onbepaald. Voor de de Broglie-golflengte λ van een deeltje geldt:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v} \quad (\text{Binas 35E4 en 35A3}), \text{ waarin:}$$

h = constante van Planck, p = impuls van het deeltje, m = massa van het deeltje en v = snelheid van het deeltje.

De massa m_e van een elektron is veel kleiner dan de massa m_{At} van de atoomkern. Daardoor is de golflengte λ_e van het elektron veel groter dan de golflengte λ_{At} van de atoomkern en dus is de positie van het elektron veel minder scherp bepaald dan die van de atoomkern.

- 5 Neutronen hebben geen elektrische lading en ondervinden daardoor in de materie geen elektrische krachten.
- 6 Voor de de Broglie-golflengte λ van een neutron geldt:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v} \quad (\text{Binas 35E4 en 35A3}), \text{ waarin:}$$

h = constante van Planck = $6,63 \cdot 10^{-34}$ J s (Binas 7A)

p = impuls van het neutron = $m \cdot v$ (Binas 35A3)

m = massa van het neutron = $1,67 \cdot 10^{-27}$ kg (Binas 7B)

v = snelheid van het neutron = 10 m s $^{-1}$

$$\text{Invullen: } \lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 10} = 4,0 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$

Als men met neutronen DNA-structuren of bacteriën onderzoekt, mag de golflengte van deze neutronen niet groter zijn dan de afmetingen van deze structuren of bacteriën. Volgens Binas tabel 100 heeft een DNA-structuur een afmeting in de grootteorde van 10^{-9} à 10^{-8} m en heeft een bacterie een afmeting van 10^{-7} à 10^{-6} m. De golflengte van $4,0 \cdot 10^{-8}$ m van de neutronen is dus te groot voor het onderzoeken van molecuulstructuren van DNA, maar klein genoeg om details en structuren van bacteriën te kunnen registreren.

Kleurstof in een CD-R

- 7 Voor het maximale aantal 'spots' $n_{\max}$ dat de laser per seconde kan branden, geldt:

$$n_{\max} = \frac{1}{T} \text{ (Binas 35B1), waarin:}$$

T = tijdsduur tussen het begin van een laserpuls en het begin van de volgende puls = $2 \cdot \Delta t$, met:

Δt = tijdsduur van één laserpuls

We berekenen Δt met: $E_{\text{spot}} = P_{\text{laser}} \cdot \Delta t$ (Binas 35D1) $\Rightarrow \Delta t = \frac{E_{\text{spot}}}{P_{\text{laser}}}$, met:

E_{spot} = energie die nodig is om één 'spot' te branden = $1,5 \cdot 10^{-9}$ J

P_{laser} = vermogen van de laser = 75 mW = $75 \cdot 10^{-3}$ W

$$\text{zodat: } \Delta t = \frac{1,5 \cdot 10^{-9}}{75 \cdot 10^{-3}} = 2,0 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

$$\text{zodat: } T = 2 \cdot \Delta t = 2 \cdot 2,0 \cdot 10^{-8} \text{ s} = 4,0 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

$$\text{Invullen: } n_{\max} = \frac{1}{4,0 \cdot 10^{-8}} = 2,5 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$$

- 8 De lengte L van de energieput hangt volgens figuur 2 lineair af van het aantal C-atomen in het cyanine-molecuul: voor elk C-atoom extra wordt L een stukje p langer.

Uit figuur 2 volgt voor een keten met x C-atomen:

$$L = (x + 1) \cdot p + 2 \cdot q = p \cdot x + (p + 2 \cdot q)$$

De vergelijking van de trendlijn in figuur 3 is: $y = L = 0,14 \cdot x + 0,5124$

Dus: $p = 0,14$ nm

$$\text{en: } p + 2 \cdot q = 0,5124 \Rightarrow 0,14 + 2 \cdot q = 0,5124 \Rightarrow q = 0,19 \text{ nm}$$

- 9 *methode 1*

Kies in figuur 3 en figuur 4 twee moleculen die duidelijk verschillend zijn in grootte.

Voor een molecuul met 3 C-atomen vinden we in figuur 3: $L = 0,95$

$$\text{In figuur 4 lezen we voor het aantal vrije elektronen } n \text{ af: } n = 6 \Rightarrow \frac{n}{L} = \frac{6}{0,95} = 6,3$$

Voor een molecuul met 11 C-atomen vinden we in figuur 3: $L = 2,05$

$$\text{In figuur 4 lezen we voor het aantal vrije elektronen } n \text{ af: } n = 14 \Rightarrow \frac{n}{L} = \frac{14}{2,05} = 6,8$$

Als de keten langer wordt, neemt het aantal vrije elektronen per lengte-eenheid dus toe.

methode 2

Uit $y = 0,14 \cdot x + 0,5124$ (figuur 3) volgt dat als x (het aantal C-atomen) één groter wordt, dan wordt y (de lengte L van de energieput) 0,14 groter.

Uit $y = x + 3$ (figuur 4) volgt dat als x (het aantal C-atomen) één groter wordt, dan wordt y (het aantal vrije elektronen) ook één groter.

Het aantal vrije elektronen stijgt dus sneller dan de lengte van het molecuul: langere moleculen hebben dus meer vrije elektronen per lengte-eenheid.

methode 3

In $y = 0,14 \cdot x + 0,5124$ (figuur 3) stelt y de lengte L van de energieput voor en x het aantal C-atomen (c) $\Rightarrow L = 0,14 \cdot c + 0,5124$ (1)

In $y = x + 3$ (figuur 4) stelt y het aantal vrije elektronen n voor en x het aantal C-atomen (c) $\Rightarrow n = c + 3 \Rightarrow c = n - 3$ (2)

We elimineren c door (2) te substitueren in (1) $\Rightarrow$

$$L = 0,14 \cdot (n - 3) + 0,5124 = 0,14 \cdot n - 0,14 \cdot 3 + 0,5124 \Rightarrow L = 0,14 \cdot n + 0,0924 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{0,14} = \frac{0,14 \cdot n}{0,14 \cdot L} + \frac{0,0924}{0,14 \cdot L} \Rightarrow 7,14 = \frac{n}{L} + \frac{0,66}{L} \Rightarrow \frac{n}{L} = 7,14 - \frac{0,66}{L} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{n}{L} \text{ wordt groter als } L \text{ groter wordt.}$$

Als de keten langer wordt, neemt het aantal vrije elektronen per lengte-eenheid dus toe.

- 10 *methode 1*

Voor het model 'deeltje in een ééndimensionale energieput' (doosje) geldt voor de energie van het n -de energieniveau E_n :

$$E_n = n^2 \cdot \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \text{ (Binas 35E4)} \Rightarrow E_1 : E_2 : E_3 : E_4 = 1^2 : 2^2 : 3^2 : 4^2 = 1 : 4 : 9 : 16$$

Om E_1 , E_2 en E_3 te bepalen kun je dus gebruikmaken van het feit dat E_4 (en E_5) in figuur 5 af te lezen zijn. Er geldt bijvoorbeeld:

$$E_4 = 4,1 \text{ eV} \Rightarrow E_1 = \frac{1}{16} \cdot E_4 = \frac{1}{16} \cdot 4,1 = 0,26 \text{ eV}$$

$$\Rightarrow E_2 = \frac{4}{16} \cdot E_4 = \frac{4}{16} \cdot 4,1 = 1,0 \text{ eV}$$

$$\Rightarrow E_3 = \frac{9}{16} \cdot E_4 = \frac{9}{16} \cdot 4,1 = 2,3 \text{ eV}$$

methode 2

Voor het model 'deeltje in een ééndimensionale energieput' (doosje) geldt voor de

energie van het n -de energieniveau E_n : $E_n = n^2 \cdot \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot L^2}$ (Binas 35E4), waarin:

h = constante van Planck = $6,63 \cdot 10^{-34}$ J s (Binas 7A)

m = massa van een elektron = $9,11 \cdot 10^{-31}$ kg (Binas 7B)

L = lengte van de energieput van een cyaninemolecuul met 5 C-atomen =

$$= 1,2 \text{ nm} = 1,2 \cdot 10^{-9} \text{ m (afgelezen in figuur 3)}$$

(Je kunt L ook berekenen met $L = (c + 1) \cdot p + 2 \cdot q = 6 \cdot p + 2 \cdot q$ (zie figuur 2))

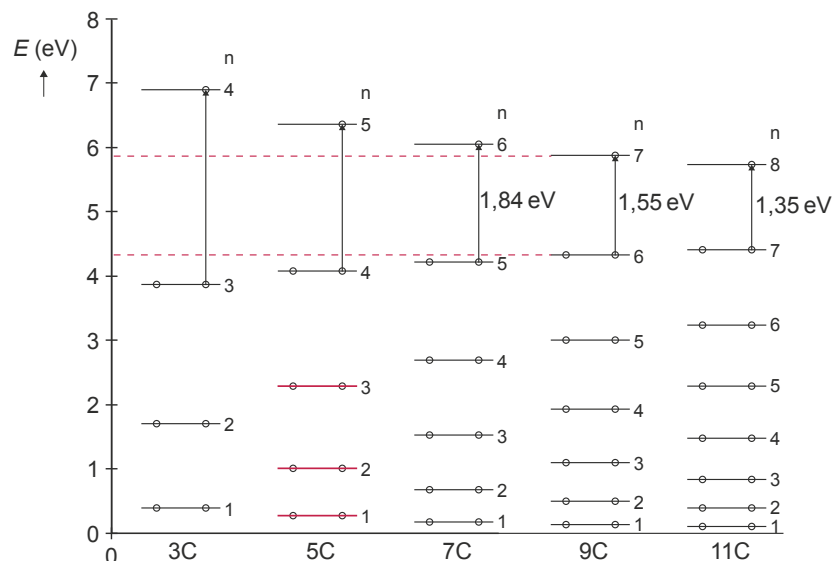
Invullen:

$$E_1 = 1^2 \cdot \frac{(6,63 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (1,2 \cdot 10^{-9})^2} = 4,19 \cdot 10^{-20} \text{ J} = \frac{4,19 \cdot 10^{-20}}{1,60 \cdot 10^{-19}} \text{ eV (Binas 5)} = 0,26 \text{ eV}$$

$$n = 2 \Rightarrow E_2 = 2^2 \cdot E_1 = 4 \cdot 0,26 = 1,0 \text{ eV}$$

$$n = 3 \Rightarrow E_3 = 3^2 \cdot E_1 = 9 \cdot 0,26 = 2,3 \text{ eV}$$

Zie de tekening (de ingetekende figuur 5 met de niveaus E_1 , E_2 en E_3 voor een cyaninemolecuul met 5 C-atomen).



- 11** De stof die het beste als kleurstof gebruikt kan worden, moet fotonen met een golflengte van 800 nm goed kunnen absorberen.
De energie E_f van een dergelijk foton vinden we met:

$$E_f = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad (\text{Binas 35E2}), \text{ waarin:}$$

h = constante van Planck = $6,626 \cdot 10^{-34}$ J s (Binas 7A)

f = frequentie van het foton

c = lichtsnelheid = $2,998 \cdot 10^8$ m s $^{-1}$ (Binas 7A)

λ = golflengte van het laserlicht = 800 nm = $800 \cdot 10^{-9}$ m

Invullen:

$$E_f = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 2,998 \cdot 10^8}{800 \cdot 10^{-9}} = 2,483 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \frac{2,483 \cdot 10^{-19}}{1,602 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} \quad (\text{Binas 5}) = 1,55 \text{ eV}$$

De overgang tussen het hoogst gevulde niveau en de eerst aangeslagen toestand daarboven, die het meest overeenkomt met een energieverval van 1,55 eV, is die van E_6 naar E_7 van het molecuul met 9 C-atomen (zie de tekening hierboven). Deze stof is dus het meest geschikt als kleurstof.

Opbrengst van het foto-elektrisch effect

- 12** – In figuur 2 lezen we af dat de stroomsterkte voor anodespanningen hoger dan 2,0 V niet meer stijgt. Dus alle vrijgemaakte elektronen bereiken de anode.
– De elektronen die door fotonen uit de kathode worden vrijgemaakt, veroorzaken in de kathode een positieve spanning, waardoor ze weer worden aangetrokken. Bovendien worden ze in diverse richtingen vrijgemaakt en zullen de anode pas bereiken als de anode voldoende positief is.
Bij lage anodespanning kunnen de elektronen bijvoorbeeld op de wand van de buis terechtkomen in plaats van op de anode.

- 13** De maximale stroomsterkte I is de maximale hoeveelheid lading die de anode per seconde bereikt. Er geldt dus: $I = n_e \cdot e$... (1)

Hierin is n_e het aantal elektronen dat per seconde de anode bereikt en e de lading van een elektron (het elementair ladingsquantum).

Verder geldt voor het vermogen P_{licht} van het opvallende licht:

$$P_{\text{licht}} \cdot t = n_f \cdot E_f \quad (\text{Binas 35D1}) \Rightarrow n_f = \frac{P_{\text{licht}} \cdot t}{E_f} \quad \dots (2)$$

Hierin is n_f het aantal fotonen dat per seconde op de kathode valt, E_f is de energie van één foton en $t = 1$ s.

$$\text{Verder geldt: } \eta_Q = \frac{n_e}{n_f} \Rightarrow n_e = n_f \cdot \eta_Q \quad \dots (3)$$

$$(3) \text{ invullen in (1)} \Rightarrow I = n_e \cdot e = n_f \cdot \eta_Q \cdot e \quad \dots (1a)$$

$$(2) \text{ invullen in (1a)} \Rightarrow I = \frac{P_{\text{licht}} \cdot 1}{E_f} \cdot \eta_Q \cdot e \Rightarrow I = \frac{\eta_Q \cdot e}{E_f} \cdot P_{\text{licht}}$$

- 14** Het quantumrendement η_Q volgt uit: $I = \frac{\eta_Q \cdot e}{E_f} \cdot P_{\text{licht}} \Rightarrow \eta_Q = \frac{I \cdot E_f}{e \cdot P_{\text{licht}}}$, waarin:

I = maximale stroomsterkte = $5,5 \cdot 10^{-8}$ A (afgelezen in figuur 2)

e = elementair ladingsquantum = $1,602 \cdot 10^{-19}$ C (Binas 7A)

E_f = energie van één foton = $\frac{h \cdot c}{\lambda}$ (Binas 35E2), met:

h = constante van Planck = $6,626 \cdot 10^{-34}$ J s (Binas 7A)

c = lichtsnelheid = $2,998 \cdot 10^8$ m s $^{-1}$ (Binas 7A)

λ = golflengte van het laserlicht = 410 nm = $410 \cdot 10^{-9}$ m

$$\text{zodat: } E_f = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 2,998 \cdot 10^8}{410 \cdot 10^{-9}} = 4,85 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$P_{\text{licht}} = 3,0 \text{ mW} = 3,0 \cdot 10^{-3} \text{ W}$$

$$\text{Invullen: } \eta_Q = \frac{5,5 \cdot 10^{-8} \cdot 4,85 \cdot 10^{-19}}{1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 3,0 \cdot 10^{-3}} = 5,6 \cdot 10^{-5}$$

- 15** Als de energie van het foton te klein is (dus als de frequentie kleiner is dan een bepaalde waarde (de grensfrequentie)), treedt er geen foto-elektrisch effect op, ook al vergroot men de intensiteit van het opvallende licht. Meerdere fotonen werken dus niet samen. Het gaat er om of de energie van de afzonderlijke fotonen voldoende is.

- 16** We bepalen eerst de factor van de fotonen en elektronen die in de stappen 1, 2, 3, 4a en 4b overblijft voor het vrijmaken van een elektron dat de anode kan bereiken:

Stap 1: 40% van de fotonen wordt gereflecteerd, dus 60% blijft over $\Rightarrow$ factor 0,60

Stap 2: 83% van de fotonen wordt door elektronen geabsorbeerd $\Rightarrow$ factor 0,83

Stap 3: 80% van de aangeslagen elektronen wordt verstrooid door botsingen, dus 20% blijft over $\Rightarrow$ factor 0,20

Stap 4a: 4% van de elektronen hebben voldoende energie om te ontsnappen $\Rightarrow$ factor 0,04

Stap 4b: 99% van de elektronen met voldoende energie treffen het oppervlak onder een zodanige hoek dat ze worden teruggekaatst, dus 1% blijft over $\Rightarrow$ factor 0,01

Het uiteindelijke rendement η_Q is dus: $0,60 \cdot 0,83 \cdot 0,20 \cdot 0,04 \cdot 0,01 = 4 \cdot 10^{-5}$

Inktwisser

- 17** We berekenen de lengte L van de energieput met: $E_f = E_2 - E_1$ (Binas 35E2), waarin:

$$E_f = \text{energie van een geabsorbeerd foton} = \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad (\text{Binas 35E2})$$

$$E_2 = \text{energie van het elektron in de eerste aangeslagen toestand } (n = 2) = \frac{2^2 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \quad (\text{Binas 35E4})$$

$$E_1 = \text{energie van het elektron in de grondtoestand} = \frac{1^2 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \quad (\text{Binas 35E4})$$

Invullen geeft de volgende vergelijking:

$$\frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{2^2 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} - \frac{1^2 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} = \frac{3 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \Rightarrow L^2 = \frac{3 \cdot h \cdot \lambda}{8 \cdot m \cdot c}, \text{ waarin:}$$

$$h = \text{constante van Planck} = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \quad (\text{Binas 7A})$$

$$\lambda = \text{golflengte van een geabsorbeerd foton} = 550 \text{ nm} = 550 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$m = \text{massa van een elektron} = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \quad (\text{Binas 7B})$$

$$c = \text{lichtsnelheid} = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{Binas 7A})$$

$$\text{Invullen: } L^2 = \frac{3 \cdot 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 550 \cdot 10^{-9}}{8 \cdot 9,109 \cdot 10^{-31} \cdot 2,998 \cdot 10^8} = 5,004 \cdot 10^{-19} \text{ m}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L = \sqrt{5,004 \cdot 10^{-19}} = 7,07 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

- 18** Voor de energieniveaus in een energieput geldt: $E_n = \frac{n^2 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot L^2}$ (Binas 35E4).

E_n is dus omgekeerd evenredig met L^2 .

Als L een factor 2 kleiner wordt, dan wordt L^2 een factor 4 kleiner $\Rightarrow$

$\Rightarrow E_n$ wordt viermaal zo groot.

Alle energiewaarden nemen dus met een factor 4 toe $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ het energieverschil tussen de niveaus neemt met een factor 4 toe.

- 19** Voor de golflengte λ van een geabsorbeerd foton geldt:

$$E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{E_f} \quad (\text{Binas 35E2})$$

Als de energie E_f van het foton met een factor 4 toeneemt, neemt de golflengte met een factor 4 af.

$$\text{De nieuwe golflengte } \lambda_{\text{nw}} = \frac{1}{4} \cdot \lambda = \frac{1}{4} \cdot 550 \cdot 10^{-9} = 138 \text{ nm.}$$

Volgens Binas tabel 19A/B bevindt deze golflengte zich in het ultraviolette deel van het spectrum. Ultraviolet is voor een mens niet zichtbaar, dus wordt er geen licht uit het zichtbare deel van het licht geabsorbeerd. Al het zichtbare licht wordt nu weerkaatst $\Rightarrow$ je ziet geen lichtblauwe letters meer, maar een wit papier.

De kracht van het viriaal-theorema-II

- 20** – Voor de totale potentiële energie E_p van de grondtoestand van helium vinden we:
 $E_p = E_{p,\text{kern}} + E_{p,\text{e-e}} = -185,9 + 27,9 = -158,0 \text{ eV}$ (zie tabel 1)
 Voor de kinetische energie E_k van de grondtoestand van helium geldt: $E_k = 79,0 \text{ eV}$
 Nu is $-158,0 = -2 \cdot 79,0$, dus $E_p = -2 \cdot E_k \Rightarrow$ de uitkomsten van de berekeningen in tabel 1 zijn in overeenstemming met het viriaal-theorema.

– Volgens tabel 1 is de berekende waarde van de totale energie van het He-atoom $-79,0 \text{ eV}$.

Volgens Binas 21C is de energie die nodig is om twee elektronen van de kern te verwijderen $(24,59 + 54,40) \text{ eV} = 79 \text{ eV}$.

De berekende waarde van de totale energie in tabel 1 stemt dus overeen met de som van de experimentele waarden uit Binas 21C.

- 21** Zie de ingevulde uitwerkbijlage.

$$E_k = \text{kinetische energie} = \text{ionisatie-energie van waterstof} = 13,6 \text{ eV} \quad (\text{Binas 21A of 21C})$$

$$E_{p,\text{kern}} = -2 \cdot E_k \quad (\text{viriaal-theorema}) = -2 \cdot 13,6 = -27,2 \text{ eV}$$

$$E_{p,\text{e-e}} = 0 \quad (\text{er is maar één elektron})$$

$$E_{\text{tot}} = E_k + E_p = 13,6 - 27,2 = -13,6 \text{ eV}$$

Energie	eV
E_k	13,6
$E_{p,\text{kern}}$	-27,2
$E_{p,\text{e-e}}$	0
E_{tot}	-13,6

Oefenen met hele examens, met hints
om je op weg te helpen en uitleg bij de
goede antwoorden.



Deel 2a

Examens met uitwerkingen

Bij de uitwerkingen van de examens staan puntenverdelingen aangegeven. Het toekennen van deze scorepunten heeft een extra uitleg bij vaak voorkomende situaties:

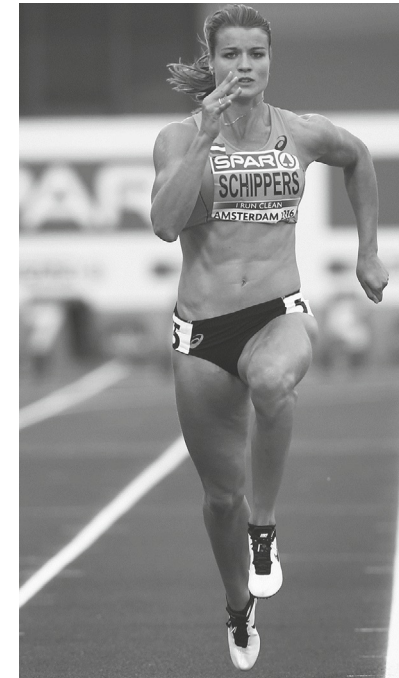
- Een scorepunt bij een formule krijg je pas als je de juiste formule hebt geselecteerd **én** voor minstens één grootheid de juiste waarde hebt ingevuld.
Alleen het opschrijven van een formule levert **nooit** een scorepunt op.
- Als de waarden van twee of drie grootheden juist zijn opgezocht in Binas of ScienceData, levert dat meestal één scorepunt op. Heb je maar één waarde goed opgezocht, dan levert dat geen punt op. Halve scorepunten worden niet gegeven.
- Als een vraag moet worden afgesloten met een berekening, krijg je het laatste scorepunt niet als je:
 - een rekenfout hebt gemaakt
 - de eenheid van een uitkomst niet of fout vermeld hebt

Examen 2019-I

Dafne Schippers tegen Ireen Wüst

Het zou kunnen dat hardloopster Dafne Schippers schaatsster Ireen Wüst uit zou dagen voor een wedstrijd over 100 meter: Schippers op de atletiekbaan, Wüst op schaatsen op het ijs. Twee totaal verschillende manieren om snelheid te maken met ongeveer dezelfde eindtijd. Zie figuren 1 en 2.

figuur 1



figuur 2

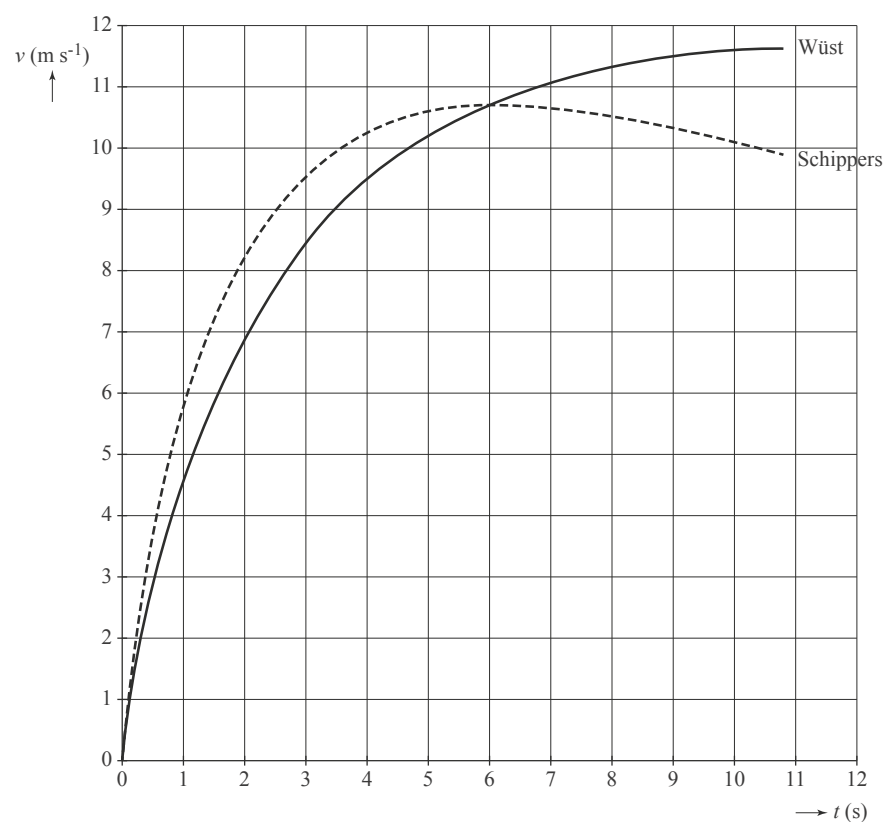


De tijden die ze nodig hebben voor 100 m liggen dicht bij elkaar: het record van Schippers staat op 10,81 s en de snelste tussentijd van Wüst op 100 m is 10,87 s.

- 2p 1 Bereken het verschil in gemiddelde snelheid.

In figuur 3 zie je het verloop van de snelheden van beide atleten over de 100 m.

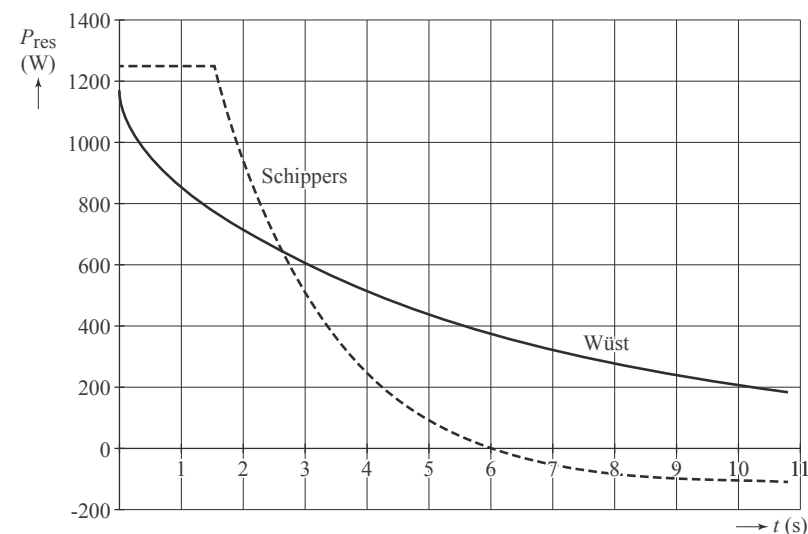
figuur 3



- 3p 2 Bepaal met behulp van figuur 3 de versnelling bij de start van hardlooper Schippers die uit de figuur volgt.
- 3p 3 Voer de volgende opdrachten uit, gebruikmakend van figuur 3:
- Geef aan op welk tijdstip de afstand tussen hardlooper Schippers en schaatsster Wüst maximaal is.
 - Geef een toelichting hierbij.
 - Geef aan hoe deze maximale afstand bepaald kan worden. (De bepaling hoeft niet uitgevoerd te worden.)

Van de sprint van beide atleten is een vereenvoudigd model gemaakt. Daarbij wordt ervan uitgegaan dat de massa's van beide atleten gelijk zijn. Volgens het model ligt het verschil tussen Wüst en Schippers met name in het resulterend vermogen (netto vermogen) P_{res} . In figuur 4 staat voor beide atleten P_{res} als functie van de tijd weergegeven.

figuur 4



Uit het diagram is af te lezen dat voor Schippers geldt:

$P_{\text{res}} < 0$ voor $t > 6,0$ s.

- 2p 4 Leg uit dat dit overeenkomt met het diagram in figuur 3.

In het vereenvoudigd model wordt aangenomen, dat op $t = 6,0$ s de beide atleten een gelijk voortstuwend vermogen leveren.

Toch is P_{res} op dat moment bij hardlopen kleiner dan bij schaatsen.

- 2p 5 Leg uit welke conclusie je hieruit kunt trekken over de wrijvingskrachten bij schaatsen en hardlopen.

- 3p 6 Voer de volgende opdrachten uit:
- Leg met behulp van figuur 4 uit in welke race de grootste resulterende arbeid wordt geleverd.
 - Leg met behulp van figuur 3 en de relatie tussen arbeid en kinetische energie uit in welke race de grootste resulterende arbeid wordt geleverd.

PET samen met CLI

Lees onderstaand artikel.

Bij een PET-scan wordt een positron uitgezonden door een radioactieve isotoop. Na korte tijd annihileert zo'n positron met een elektron, waarbij in twee tegenovergestelde richtingen fotonen vrijkomen, die geregistreerd worden. Zie figuur 1 voor een PET-scanapparaat.

Vóórdat de annihilatie plaatsvindt, bewegen de positronen met hoge snelheid door het lichaam van de patiënt. In stoffen zoals water en lichaamsweefsel is de lichtsnelheid kleiner dan de lichtsnelheid in vacuüm. Als de snelheid van een positron groter is dan de lichtsnelheid in het lichaam ($0,70c$ met c de lichtsnelheid) dan produceert het een blauwachtig licht, Cerenkov-straling genoemd (ook wel gespeld als Cherenkovstraling of Tjerenkov-straling) dat door gevoelige camera's wordt gedetecteerd. Deze recente techniek wordt CLI (Cerenkov Luminescence Imaging) genoemd. De technieken PET en CLI kunnen gecombineerd worden tot één nieuw systeem van medische beeldvorming: PET samen met CLI.

figuur 1



Kankercellen nemen meer glucose op dan gewone cellen. Om een beeld van kankercellen te vormen, worden radioactieve isotopen ingebouwd in moleculen die sterk op glucose lijken. Een veelgebruikte isotoop is F-18, dat vervalt onder uitzending van een positron.

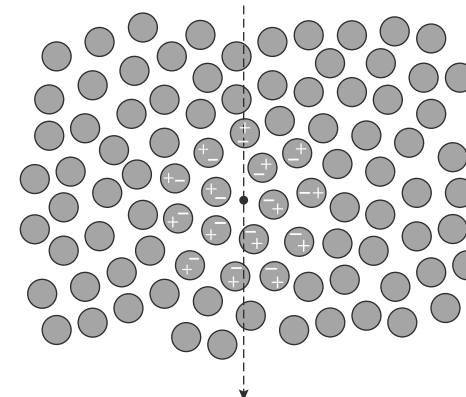
- 2p 7 Geef de vervalvergelijking van F-18.

Cerenkov-straling

Als een geladen deeltje met een snelheid door lichaamsvocht beweegt, richten de omringende watermoleculen zich ten gevolge van de lading. Dit is weergegeven in de figuren 2a en 2b. De punt geeft de plaats van het deeltje aan. De pijl geeft de bewegingsrichting aan.

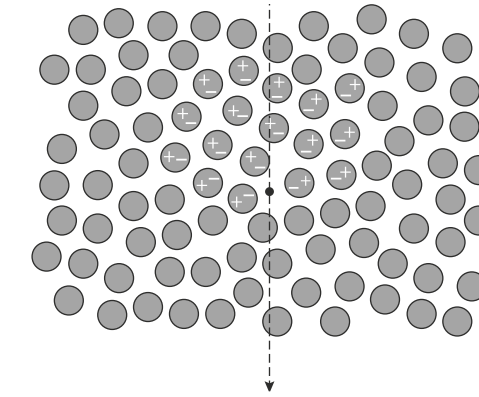
figuur 2a

$v < 0,70c$



figuur 2b

$v > 0,70c$



- 1p 8 Hoe blijkt uit figuur 2 dat het geladen deeltje een positron is en geen elektron?

Het effect van de bewegende lading op de omringende watermoleculen wordt doorgegeven met de snelheid van het licht in weefsel, dus met $0,70c$.

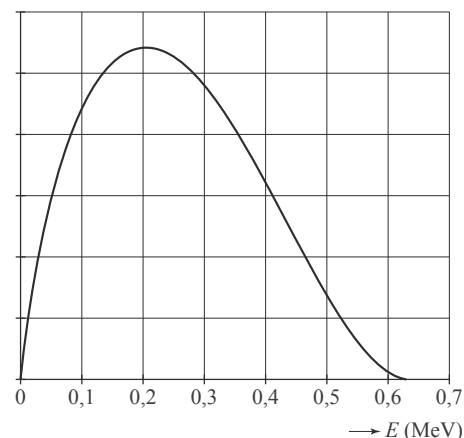
Een netto elektrisch veld ontstaat door alle gerichte watermoleculen samen. Een veranderend netto elektrisch veld produceert elektromagnetische straling.

Alleen als een geladen deeltje met een grotere snelheid dan $0,70c$ door het weefsel beweegt, is er sprake van een veranderend netto elektrisch veld en wordt er straling uitgezonden, de zogenaamde Cerenkov-straling.

- 3p 9 Beantwoord de volgende vragen:
- Geef aan hoe uit figuur 2a blijkt dat hier het netto elektrisch veld gelijk is aan nul.
 - Geef aan hoe uit figuur 2b blijkt dat hier het netto elektrisch veld ongelijk is aan nul.
 - Geef aan hoe het komt dat het netto elektrisch veld in de situatie van figuur 2b zich verplaatst.

Bij elk β^+ -verval gaat een deel van de vrijkomende energie naar een neutraal en vrijwel massaloos deeltje (een neutrino) dat ook vrijkomt. Als gevolg hiervan hebben niet alle uitgezonden positronen dezelfde energie. Bij een snelheid in de buurt van de lichtsnelheid moet gerekend worden met de relativiteitstheorie. Volgens de relativiteitstheorie hebben positronen met een snelheid van $0,70c$ een kinetische energie $E_k = 0,205 \text{ MeV}$. In figuur 3 staat de verdeling van de door F-18 uitgezonden positronen als functie van hun kinetische energie.

figuur 3



De oppervlakte onder de grafiek is een maat voor het aantal positronen, zodat de totale oppervlakte overeenkomt met 100% van de positronen.

Hieronder staan drie schattingen van het percentage positronen dat direct na uitzending bijdraagt aan Cerenkov-straling in het weefsel.

- a 40%
- b 50%
- c 60%

2p 10 Leg uit welke schatting de beste is.

plaatsbepaling

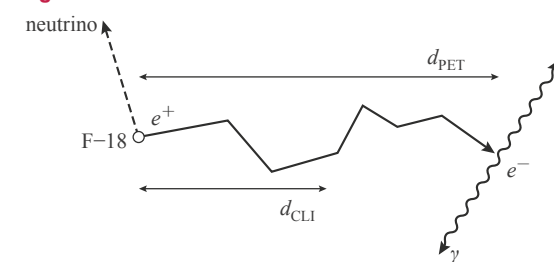
Het continue spectrum van Cerenkov-straling bestaat voor een groot deel uit blauwachtig, zichtbaar licht met een lage intensiteit. Deze straling kan inwendig in het lichaam of uitwendig gemeten worden. Bij een uitwendige meting gelden de volgende voorwaarden:

- a De omgeving is donker.
- b De te bestuderen tumoren bevinden zich direct onder het huidoppervlak.

2p 11 Geef voor elk van beide voorwaarden aan waarom die noodzakelijk is.

Met een geautomatiseerd systeem voor medische beeldvorming kan men uit de intensiteit en richting van de straling de plaats van de stralingsbron reconstrueren. De nauwkeurigheid hiervan wordt bepaald door het natuurkundige proces dat de straling veroorzaakt. Positronen die door een F-18-kern worden uitgezonden, geven hun kinetische energie af door interacties met moleculen van het weefsel, vandaar een kronkelige route. Dit is schematisch weergegeven in figuur 4.

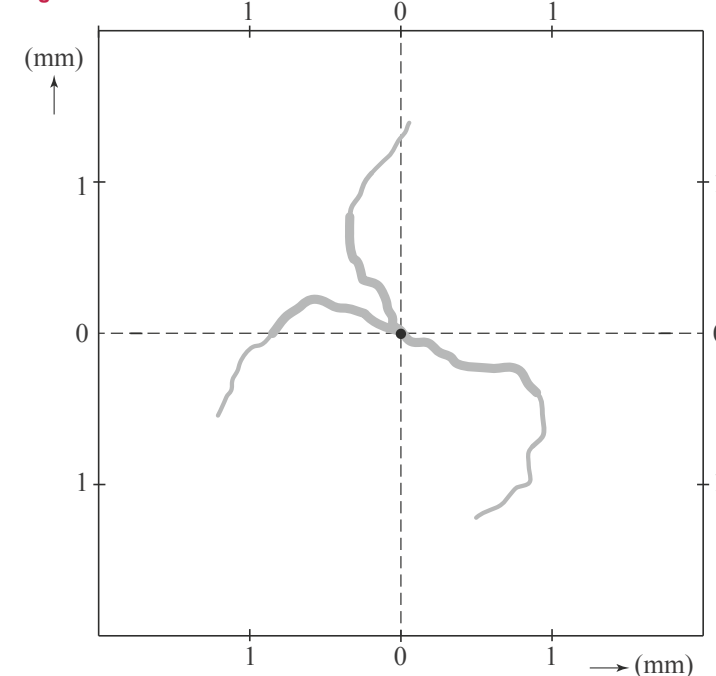
figuur 4



d_{CLI} = de afstand die het positron overbrugt terwijl het Cerenkov-straling uitzendt
 d_{PET} = de afstand die het positron overbrugt tot het annihileert

In figuur 5 is een simulatie weergegeven van het verval van drie F-18-kernen. De figuur toont de mogelijke positronsporen door het lichaamsweefsel. De F-18-kern is steeds in de oorsprong geplaatst. Een dik spoor geeft aan dat er Cerenkov-straling wordt uitgezonden.

figuur 5



3p 12 Voer de volgende opdrachten uit:

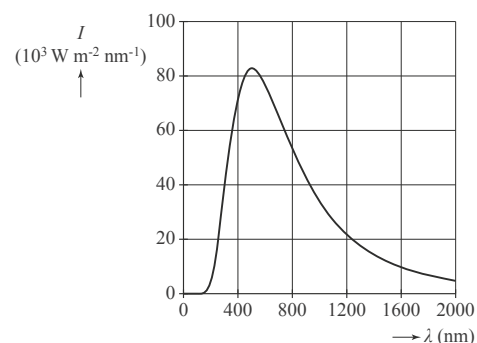
- Leg uit waarom $d_{\text{CLI}} < d_{\text{PET}}$.
- Geef met behulp van de figuren 4 en 5 een schatting van d_{PET} .

2p 13 Leg uit waarom de CLI-meting tot een nauwkeurigere plaatsbepaling komt dan de PET-meting.

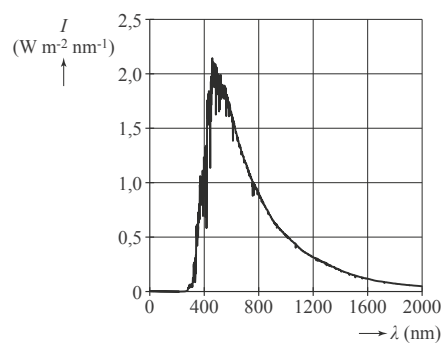
In de zon

De buitenste gebieden van de zon hebben een temperatuur van $5,78 \cdot 10^3$ K. Bij deze temperatuur hoort de planck-kromme van het oppervlak van de zon die is weergegeven in figuur 1. In figuur 2 staat het spectrum van het zonlicht weergegeven, gemeten net buiten de aardatmosfeer.

figuur 1



figuur 2



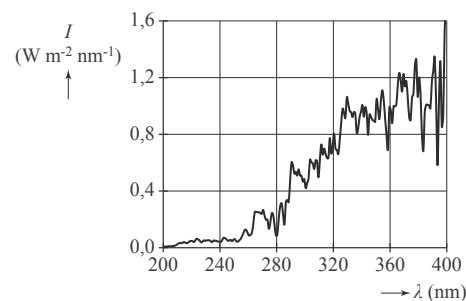
Het grote verschil in de maximale intensiteit van de twee spectra kan ongeveer verklaard worden met behulp van de kwadratenwet.

4p 14 Laat dit zien met een bepaling.

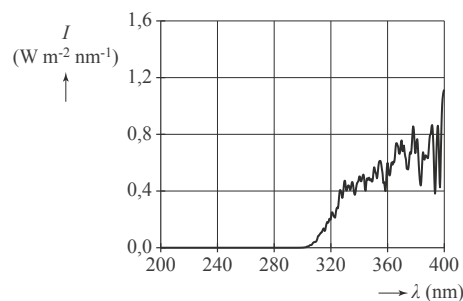
Figuur 3 geeft het uv-spectrum (ultraviolet) buiten de dampkring.

Figuur 4 geeft het uv-spectrum bij het aardoppervlak midden op een heldere dag rond 21 juni.

figuur 3



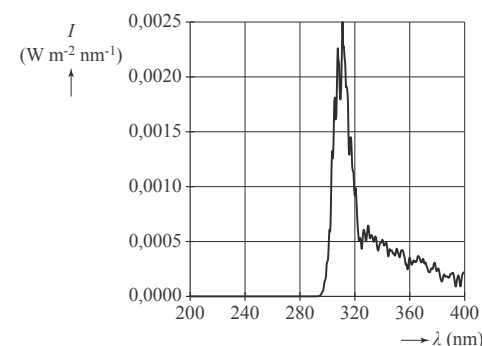
figuur 4



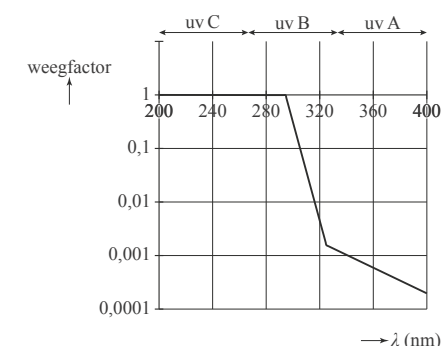
Figuur 5 geeft de intensiteitsverdeling van het 'biologisch effectieve uv-spectrum'. Dat is het uv-spectrum van het zonlicht gewogen met de mate waarin de straling schadelijk is voor de onbeschermde menselijke huid. Figuur 5 geldt voor uv bij het aardoppervlak midden op een heldere dag rond 21 juni.

Uv-straling van de zon kan schadelijk zijn voor de huid. Er bestaan drie typen van uv-straling: uv-C, uv-B en uv-A. De mate waarin de drie typen schadelijk zijn voor de huid wordt weergegeven met een weegfactor. In figuur 6 zijn deze weegfactoren weergegeven.

figuur 5



figuur 6



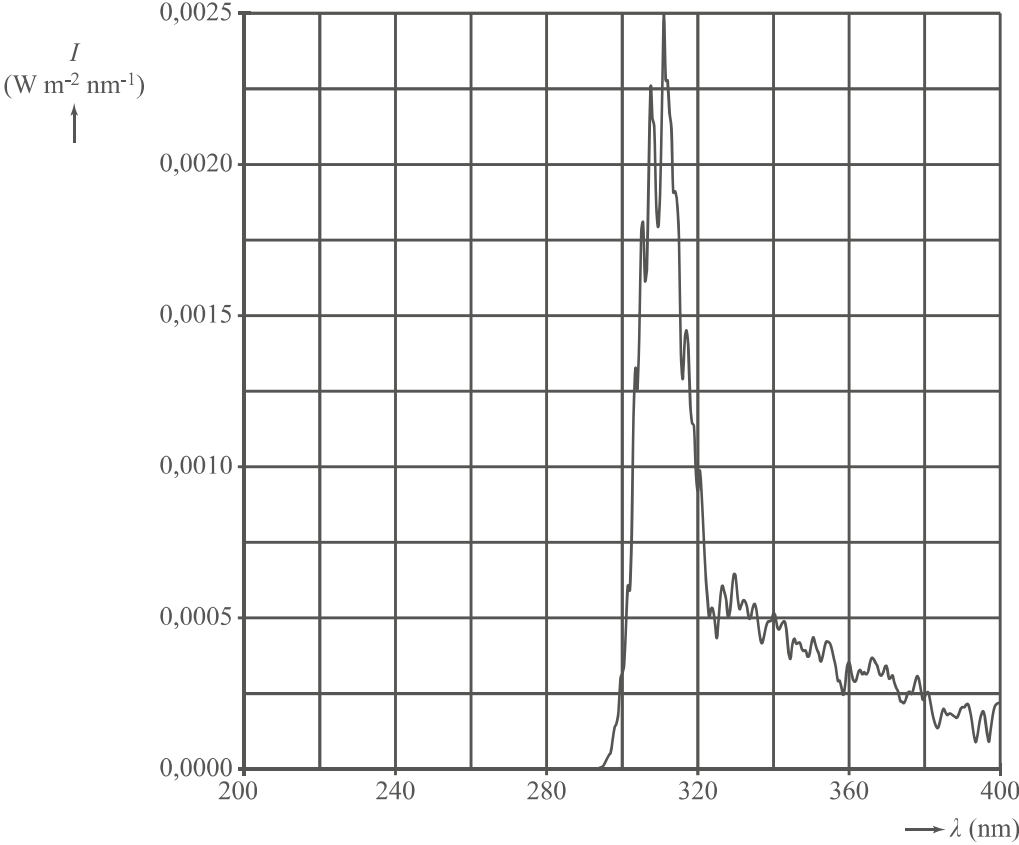
2p 15 Geef aan waarom uv-C en uv-A nauwelijks of geen bijdrage leveren in het biologisch effectieve uv-spectrum van figuur 5.

Voor veilige blootstelling van een gevoelige menselijke huid aan uv-licht geldt een bovengrens van 80 J m^{-2} .

Figuur 5 staat vergroot weergegeven op de uitwerkbijlage.

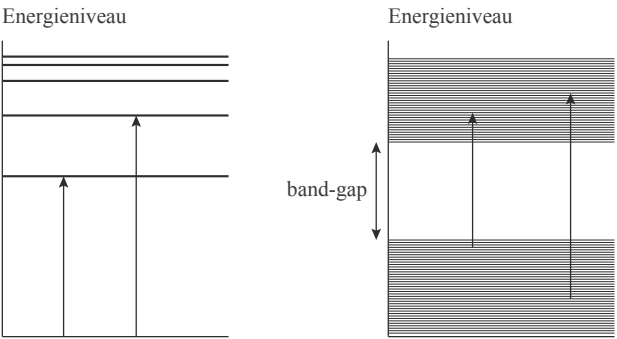
4p 16 Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage de tijd in minuten die een persoon met zo'n huid zich volgens deze grens kan blootstellen aan de zon midden op een heldere dag rond 21 juni.

uitwerkbijlage bij vraag 16



Om veilig gedurende een langere tijd in de zon te kunnen liggen, kan men zonnebrandcrème op de huid smeren. In zonnebrandcrème zit een stof die fotonen met een bepaalde energie kan absorberen. Deze energie moet overeenkomen met een sprong in het energieniveauschema van de stof. In figuur 7 staan twee typen energieniveauschema's weergegeven. De linker figuur kent discrete niveaus. De rechterfiguur kent twee groepen met zeer veel energieniveaus dicht op elkaar met daartussen een sprong, de zogenaamde 'band-gap'.

figuur 7



Een stof met een band-gap is beter geschikt voor zonnebrandcrème dan een stof met een discreet energieniveauschema.

2p

17

Leg uit waarom.

Voor een goede zonnebrandcrème gelden twee specificaties:

- De crème absorbeert het uv-B.
- De crème absorbeert geen zichtbaar licht.

In tabel 1 staan drie stoffen met een band-gap gegeven die in zonnebrandcrème verwerkt kunnen worden. De stoffen worden in de vorm van nanodeeltjes toegevoegd aan de crème.

tabel 1

stof	band-gap-energie (eV)
galliumoxide Ga_2O_3	4,4
titaandioxide TiO_2	3,3
zilveroxide Ag_2O	1,5

Slechts een van de stoffen in tabel 1 is geschikt als werkend bestanddeel in zonnebrandcrème.

5p

18

Voer de volgende opdrachten uit:

- Leg uit, onder andere met een berekening, welke stof dat is.
- Leg uit waarom de andere twee stoffen niet geschikt zijn.

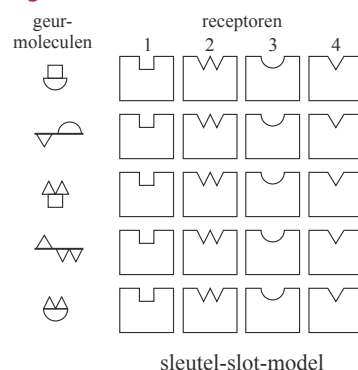
Ruiken

Als een mens iets ruikt, betekent dat dat een geurmolecuul in de neus gedetecteerd wordt door een geur-receptor. Ieder mens heeft ongeveer 350 verschillende geur-receptoren en kan ongeveer 10.000 verschillende geuren onderscheiden. Om de werking te verklaren zijn twee modellen in omloop: het sleutel-slot-model en het Turin-model.

In figuur 1 is te zien hoe het sleutel-slot-model werkt. Als een geurmolecuul op verschillende plaatsen in de receptor past, wordt door een combinatie van die mogelijkheden de geur van dat molecuul waargenomen.

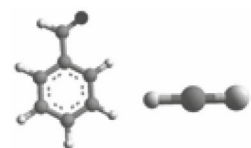
Er zijn moleculen die erg van elkaar verschillen en toch dezelfde geur hebben, en er zijn moleculen die bijna gelijk zijn, maar een verschillende geur hebben. Zie de voorbeelden in figuur 2.

figuur 1



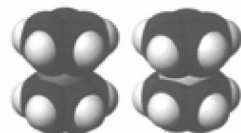
Toelichting: In de bovenste receptor past het geurmolecuul op de plaatsen 1 en 3.

figuur 2a



ruiken hetzelfde
benzaldehyde en waterstofcyanide
(amandelgeur)

figuur 2b



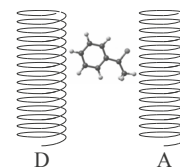
ruiken verschillend
ferroceen en nikkeloceen

- 1p 19 Geef aan voor een van de twee voorbeelden in figuur 2 waarom voor deze moleculen het sleutel-slot-model niet voldoet.

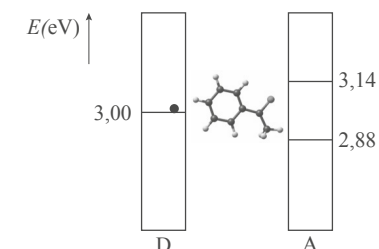
Omdat het sleutel-slot-model niet voldeed, kwam de Franse onderzoeker Luca Turin in 1996 met een nieuw model.

In het model van Turin bestaat een geur-receptor uit twee delen: de donor D en de acceptor A. Zie figuur 3 en figuur 4.

figuur 3



figuur 4



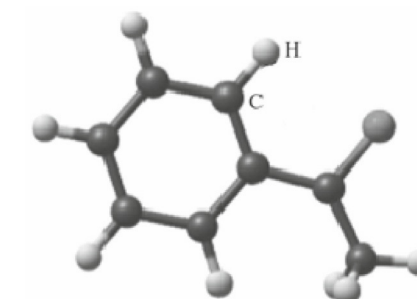
geur-receptor

Als een elektron van donor D via een geurmolecuul naar acceptor A beweegt, wordt er bij A een signaal afgegeven dat naar de hersenen gaat, waardoor het geurmolecuul wordt waargenomen. Het model van Turin is een combinatie van quantum-tunneling en energieoverdracht. Zie figuur 4 voor een schematische weergave. In figuur 4 bevindt zich een elektron in donor D in het aangegeven energieniveau. Van acceptor A zijn twee energieniveaus weergegeven. Zonder geurmolecuul kan het elektron niet van D naar A gaan. Als een geurmolecuul dat past bij de receptor tussen D en A zit, kan dit geurmolecuul energie opnemen van het elektron zodat het elektron wel van D naar A kan komen.

- 2p 20 Leg uit in welke van de twee energieniveaus van A het elektron dan komt.

Een voorbeeld van een geurmolecuul is acetofenon. Zie figuur 5. De energie-uitwisseling met het geurmolecuul kan in een vereenvoudigd model worden beschreven. In dit vereenvoudigd model wordt elke C – H -binding van het geurmolecuul beschouwd als een (quantumfysisch) massa-veersysteem. Zie figuur 6 voor de energieput met de discrete energieniveaus van dit massa-veersysteem voor een van de C – H -bindingen van acetofenon. Voor de energieniveaus geldt:

figuur 5

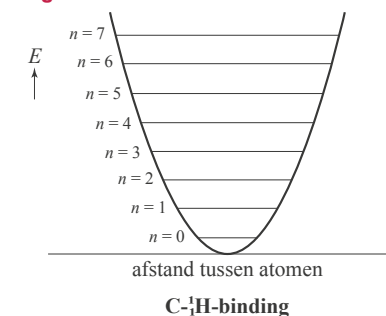


$$E_n = hf \left(n + \frac{1}{2} \right).$$

Hierin is:

- E_n De energie van niveau n ;
- h De constante van Planck;
- f De frequentie van het massa-veer-systeem.

figuur 6



Als het elektron in figuur 4 van D naar A gaat, neemt de C – H -binding van het geurmolecuul precies zoveel energie van het elektron op dat het massa-veer-systeem één energieniveau omhoog gaat.

- 3p **21** Bepaal met behulp van figuur 4 en 6 de waarde van f .

Om te onderzoeken of het model van Turin klopt, heeft een onderzoeker een experiment met fruitvliegjes gedaan. Hij bood twee verschillende geuren aan, waarvan één acetofenon was. De fruitvliegjes hadden een duidelijke voorkeur voor acetofenon. Daarna herhaalde hij het experiment, waarbij hij in acetofenon 'gewone' waterstofatomen (^1_1H) verving door deuteriumatomen (^2_1H). Nu hadden de fruitvliegjes geen voorkeur voor acetofenon. De fruitvliegjes konden dus het verschil tussen acetofenon met gewone waterstofatomen (^1_1H) en acetofenon met deuteriumatomen (^2_1H) ruiken.

Neem aan dat de massa in het massa-veer-systeem de massa is van het waterstofatoom en dat de vervanging van gewoon waterstof door deuterium alleen effect heeft op de massa van het massa-veer-systeem en niet op de veerconstante.

- 2p **22** Leg uit dat de uitkomst van het experiment een ondersteuning is voor het model van Turin.

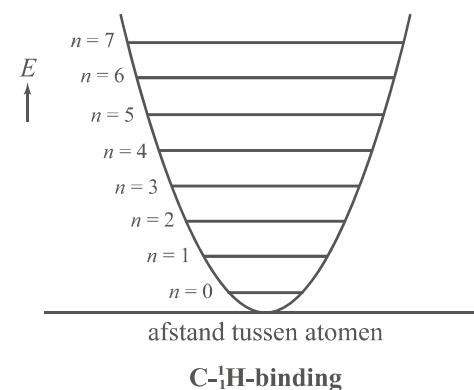
Op de uitwerkbijlage staat figuur 6, de energieput met energieniveaus van een C – ^1_1H -binding van acetofenon weergegeven.

Op dezelfde schaal zijn ook nog vier energieputten met energieniveaus weergegeven (I tot en met IV) van dezelfde C – H -binding, waarin nu het gewone waterstof vervangen is door deuterium.

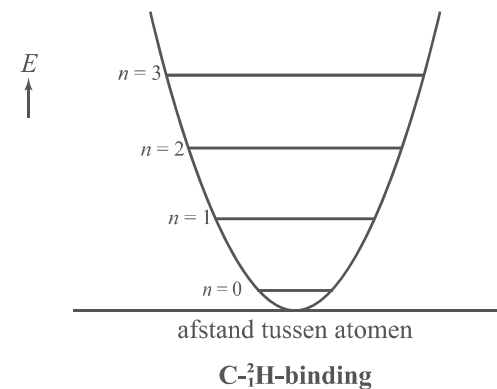
- 4p **23** Voer de volgende opdrachten uit:

- Leid af dat geldt: $\frac{f_{\text{deuterium}}}{f_{\text{waterstof}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$
- Leg daarmee uit welke energieput met energieniveaus op de uitwerkbijlage past bij de C – ^2_1H -binding van het aangepaste acetofenon-molecuul.

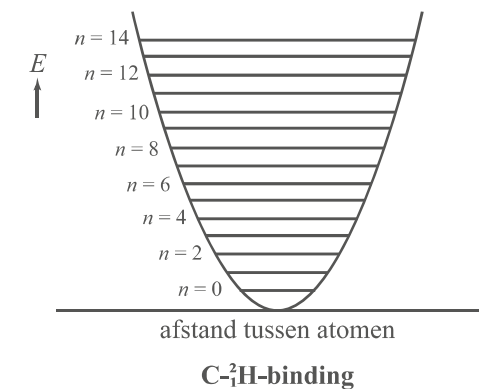
uitwerkbijlage bij vraag 23



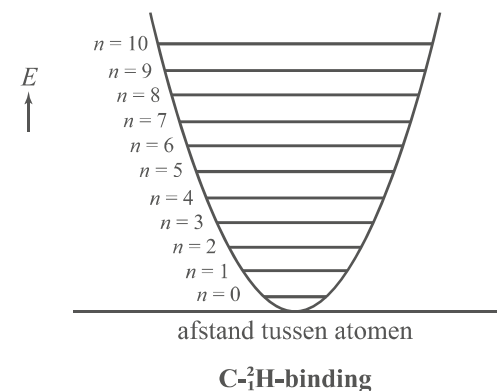
I



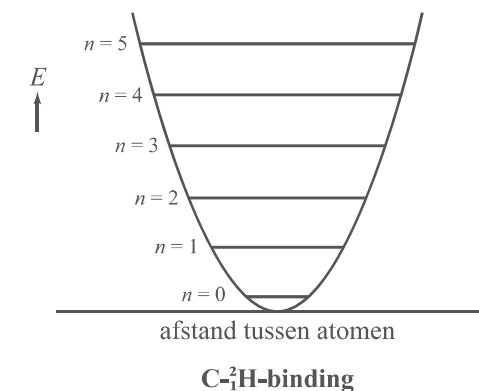
II



III



IV



In de parfumindustrie worden geurmoleculen die erg duur zijn vervangen door andere moleculen die hetzelfde ruiken. Bij de zoektocht naar vervangende moleculen worden de energieniveaus van het oorspronkelijke molecuul vergeleken met de energieniveaus van het vervangende molecuul.

- 1p 24 Aan welke eis moeten de energieniveaus van het vervangende molecuul voldoen?

Aardlekschakelaar

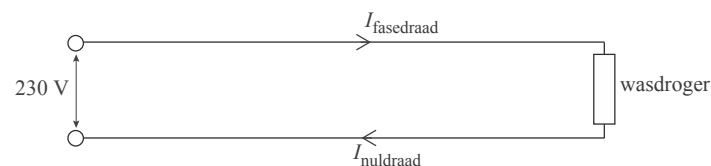
Deze opgave gaat over een aardlekschakelaar. Deze werkt op een wisselspanning. De vragen in deze opgave kunnen echter worden beantwoord door de situatie te beschouwen alsof het gaat om gelijkspanning.

Een aardlekschakelaar (zie figuur 1) is een automatisch werkende schakelaar die een elektrische installatie spanningsloos maakt zodra er een lekstroom van een bepaalde grootte optreedt. De werking van een aardlekschakelaar berust op een verschilmeting in de stroomsterkte tussen twee draden, de fasedraad en de nuldraad. In figuur 2 is de situatie waarbij een wasdroger is aangesloten op het lichtnet schematisch weergegeven.

figuur 1



figuur 2



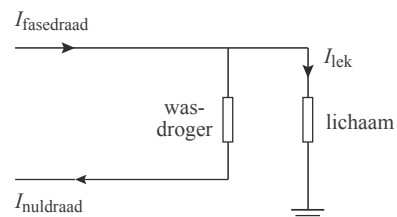
De stroomsterkte door de wasdroger wordt bepaald door het verwarmingselement dat in de wasdroger is opgenomen. Dit verwarmingselement is gemaakt van 42 m koperdraad met een diameter van 0,20 mm.

- 4p 25 Bereken de stroomsterkte door het verwarmingselement.

Door een defect in de wasdroger kan de metalen buitenkant onder spanning komen te staan en kan er een lekstroom optreden als een persoon de metalen buitenkant van de wasdroger aanraakt. Zie figuur 3.

De aardlekschakelaar reageert als er tussen de nuldraad en de fasedraad een verschil van meer dan 30 mA is.

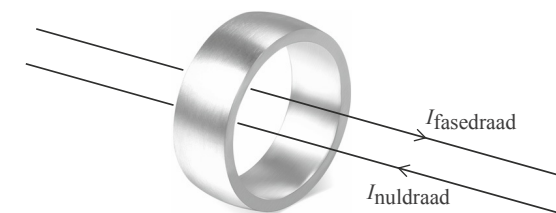
figuur 3



- 3p 26 Voer de volgende opdrachten uit:
- Bereken de grootte van de lichaamsweerstand bij een lekstroom van 30 mA.
 - Geef aan of de aardlekschakelaar reageert bij waarden voor de lichaamsweerstand die groter zijn of juist kleiner dan de berekende waarde.

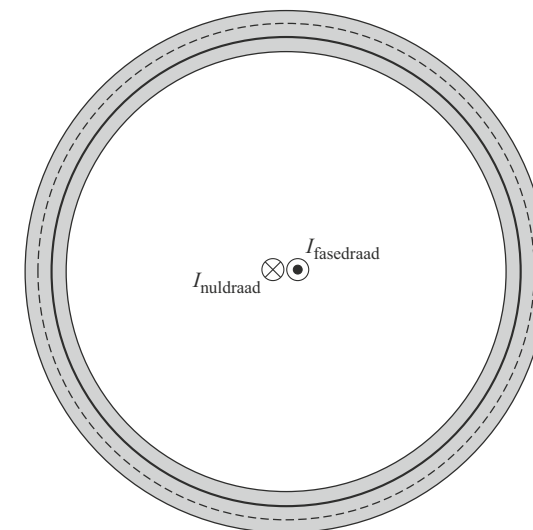
In de aardlekschakelaar lopen de fasedraad en de nuldraad door een (week)ijzeren ring. Zie figuur 4. In de figuur op de uitwerkbijlage is een vooraanzicht getekend van de situatie uit figuur 4. We nemen aan dat de fasedraad en de nuldraad allebei in het middelpunt van de ring liggen.

figuur 4



- 3p 27 Voer de volgende opdrachten uit:
- Teken met pijlen in de ring de richting van het magnetisch veld voor de fasedraad en voor de nuldraad in de figuur op de uitwerkbijlage.
 - Geef de reden dat er geen netto magnetisch veld in de ring zal ontstaan als de stroomsterkten door de fasedraad en de nuldraad gelijk zijn.
 - Geef de reden dat er wel een netto magnetisch veld in de ring ontstaat als er sprake is van een lekstroom.

uitwerkbijlage bij vraag 27

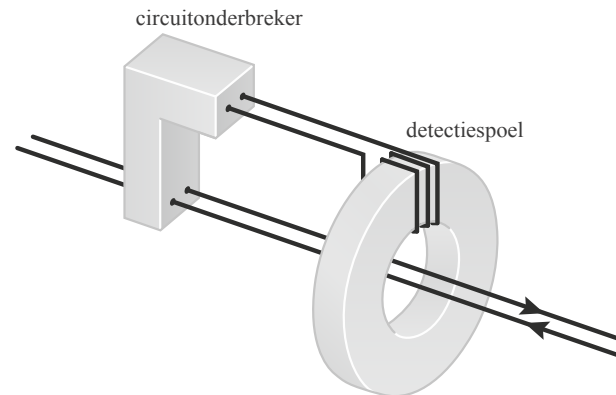


----- Magnetische veldlijn fasedraad

————— Magnetische veldlijn nuldraad

Een grotere lekstroom heeft een groter netto magnetisch veld tot gevolg. Rond de ijzeren ring is een spoel gewikkeld, de zogenoemde detectiespoel. Zie figuur 5. Deze detectiespoel is verbonden met een circuitonderbreker. Als er aan de circuitonderbreker een te hoge spanningspiek wordt aangeboden, verbreekt de circuitonderbreker de verbinding in de fasedraad en de nuldraad. Dit gebeurt op het moment dat er een te groot verschil ontstaat tussen de stroomsterkte in de fasedraad en de stroomsterkte in de nuldraad. Een aardlekschakelaar noemen we gevoeliger als hij de stroom uitschakelt bij een kleinere lekstroom.

figuur 5



- 3p 28 Voer de volgende opdrachten uit.
- Geef aan door welk natuurkundig principe de spanningspiek ontstaat.
 - Leg uit welke aanpassing men moet doen aan de detectiespoel om de aardlekschakelaar gevoeliger te maken.

Hints bij examen 2019-I

- 1 Zie Binas 35A1.
- 2 Maak gebruik van een raaklijn aan de grafiek in figuur 3.
- 3 Hoe bepaal je de afstand in een (v,t) -diagram?
- 4 Wat is het verband tussen P , E en t ?
- 5 Waaruit is het resulterend vermogen P_{res} opgebouwd?
- 6 – Wat betekent de oppervlakte onder een (P,t) -grafiek?
– Vergelijk de snelheden van de atletes aan het einde van de race.
- 7 Gebruik Binas 25A, 40A of 99.
- 8 Kijk naar de verdeling van de lading van de watermoleculen.
- 9 Waar liggen in de figuren 2a en 2b de zwaartepunten van de positieve en van de negatieve ladingen?
- 10 Welke energie moet een positron hebben om bij te dragen aan de Cerenkov-straling?
- 11 a Wat is de invloed van zichtbaar licht op de detectie?
b Welke invloed heeft weefsel op de Cerenkov-fotonen?
- 12 – Onder welke voorwaarde kan een positron Cerenkov-straling uitzenden?
– Bekijk in figuur 4 hoe d_{PET} gemeten kan worden.
- 13 Gebruik dat $d_{\text{CLI}} < d_{\text{PET}}$.
- 14 Vergelijk de verhouding tussen de maxima van figuur 1 en figuur 2 met de uitkomsten van de kwadratenwet.
- 15 Gebruik de figuren 4, 5 en 6.
- 16 Wat betekent de oppervlakte onder de grafiek in de uitwerkbijlage?
- 17 Welke van de twee stoffen absorbeert fotonen met meer verschillende golflengtes?
- 18 – Fotonen worden geabsorbeerd als hun energie hoger is dan de band-gap-energie.
– Gebruik figuur 6 en Binas 19A.
- 19 –
- 20 –
- 21 De sprongen tussen twee energieniveaus in figuur 6 zijn steeds even groot.
- 22 Wat is het verband tussen T , m en C ?
- 23 – Gebruik Binas 35B1.
– Meet de onderlinge afstanden van de energieniveaus in de uitwerkbijlage.
- 24 –
- 25 Hoe bereken je de weerstand van een draad?
- 26 Maak gebruik van de wet van Ohm.
- 27 Maak gebruik van een rechterhandregel en vergelijk de grootte en de richting van de magnetische velden.
- 28 Gebruik Binas 35D4.

Uitwerkingen bij examen 2019-I

Dafne Schippers tegen Ireen Wüst

- 2p 1 Voor het verschil in gemiddelde snelheid Δv_{gem} geldt:
 $\Delta v_{\text{gem}} = v_{\text{gem,S}} - v_{\text{gem,W}}$, waarin:
 $v_{\text{gem,S}}$ = gemiddelde snelheid van Schippers = $\frac{\Delta x_{\text{S}}}{\Delta t_{\text{S}}}$ [1p] (Binas 35A1), met:
 Δx_{S} = afgelegde afstand van Schippers = 100 m
 Δt_{S} = tijd die Schippers nodig heeft om die afstand af te leggen = 10,81 s
 zodat: $v_{\text{gem,S}} = \frac{100}{10,81} = 9,25 \text{ m s}^{-1}$
 $v_{\text{gem,W}}$ = gemiddelde snelheid van Wüst =
 $= \frac{\Delta x_{\text{W}}}{\Delta t_{\text{W}}}$ (Binas 35A1), met:
 Δx_{W} = afgelegde afstand van Wüst = 100 m
 Δt_{W} = tijd die Wüst nodig heeft om die afstand af te leggen = 10,87 s
 zodat: $v_{\text{gem,W}} = \frac{100}{10,87} = 9,20 \text{ m s}^{-1}$

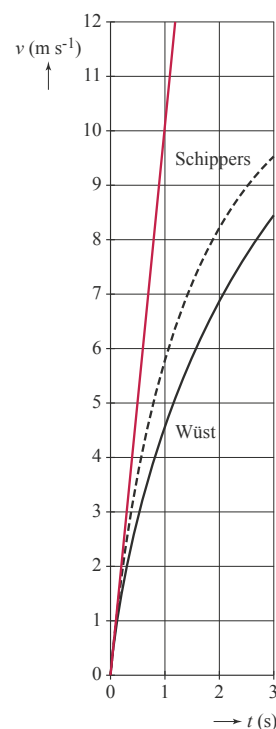
Invullen: $\Delta v_{\text{gem}} = 9,25 - 9,20 = 0,05 \text{ m s}^{-1}$ [1p]

- 3p 2 We berekenen de versnelling a van Schippers bij de start uit het (v, t) -diagram in figuur 3 door een raaklijn te tekenen op $t = 0 \text{ s}$. [1p]
 Zie de tekening (de ingevulde figuur 3).
 Er geldt: $a = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}}$ [1p] (Binas 35A1) = $\frac{12 - 0}{1,2 - 0} = 10 \text{ m s}^{-2}$ [1p]

Uitkomsten tussen $8,0 \text{ m s}^{-2}$ en 15 m s^{-2} vallen binnen de marge.

- 3p 3 – Op $t = 6,0 \text{ s}$. [1p]
 – De afstand tussen Schippers en Wüst neemt toe zolang de snelheid van Schippers groter is dan die van Wüst. In figuur 3 is te zien dat vanaf $t = 6,0 \text{ s}$ de snelheid van Wüst groter is dan die van Schippers. De afstand tussen de twee atletes zal vanaf dat tijdstip dus gaan afnemen. [1p]
 – De maximale afstand kan bepaald worden door voor beide atletes in figuur 3 de oppervlakte onder hun grafiek tussen $t = 0 \text{ s}$ en $t = 6,0 \text{ s}$ te bepalen. Het verschil tussen de oppervlakten geeft de maximale afstand. [1p]

- 2p 4 Vanaf $t = 6,0 \text{ s}$ heeft Schippers een negatief resulterend vermogen P_{res} . [1p] Omdat geldt dat $P_{\text{res}} = \frac{E}{t}$ (Binas 35A4), is er sprake van een afname van energie E per tijdseenheid t in het systeem. De kinetische energie $E_{\text{k}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ (Binas 35A4) van de hardlooper neemt af $\Rightarrow$ haar snelheid neemt af. [1p] In de grafiek van figuur 3 is dat te zien doordat vanaf $t = 6,0 \text{ s}$ de snelheid v van Schippers kleiner wordt.



- 2p 5 Het resulterend vermogen P_{res} is het verschil tussen het voortstuwend vermogen P_{stuw} dat de atlete levert en het vermogen P_{w} dat nodig is om de wrijvingskrachten te overwinnen $\Rightarrow P_{\text{res}} = P_{\text{stuw}} - P_{\text{w}}$ [1p]
 Voor beide atletes is P_{stuw} gelijk. Toch is P_{res} voor Schippers kleiner dan voor Wüst $\Rightarrow P_{\text{w}}$ is voor Schippers groter dan voor Wüst $\Rightarrow$ bij hardlopen zijn de wrijvingskrachten groter dan bij schaatsen. [1p]

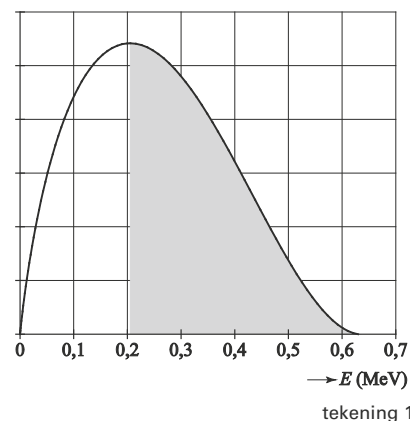
- 3p 6 – De resulterende arbeid $W_{\text{res}} = P_{\text{res}} \cdot t$ is te bepalen door de oppervlakten onder de grafieken in figuur 4 tussen $t = 0 \text{ s}$ en het einde te bepalen. [1p] Ook zonder de bepaling uit te voeren is duidelijk te zien dat het resultaat daarvan voor Wüst groter is dan voor Schippers $\Rightarrow$ in de race van Wüst is de resulterende arbeid groter dan in die van Schippers.
 – Volgens de wet van arbeid en energie geldt voor de resulterende arbeid W_{tot} :
 $W_{\text{tot}} = \Delta E_{\text{k}}$ [1p] (Binas 35A4), waarin:
 ΔE_{k} = verschil tussen de kinetische energie aan de start en aan het einde =
 $= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{eind}}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{start}}^2$

De massa m en de beginsnelheid v_{start} van beide atletes is gelijk. In figuur 3 is te zien dat de eindsnelheid v_{eind} van Wüst groter is dan die van Schippers $\Rightarrow$ in de race van Wüst is de resulterende arbeid groter dan in die van Schippers. [1p]

PET samen met CLI

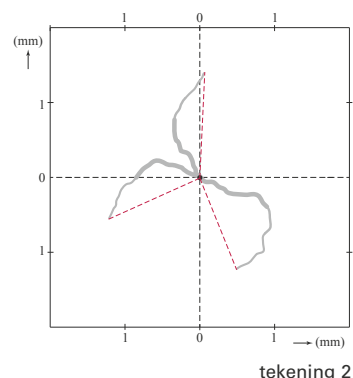
- 2p 7 ${}^{18}_{9}\text{F} \rightarrow {}^{18}_{8}\text{O} + {}^0_{+1}\text{e}$
 • $F-18$ heeft atoomnummer 9, dus: ${}^{18}_{9}\text{F}$ (Binas 25A, 40A of 99).
 • Bij het verval komt β^+ -straling (positron, ${}^0_{+1}\text{e}$) vrij. [1p]
 • Links en rechts van de $\rightarrow$ moet de som van de atoomnummers gelijk zijn. De kern die bij dit verval ontstaat, heeft dus atoomnummer $9 - 1 = 8$. Dit is het element zuurstof (O) (Binas 25A, 40A of 99).
 • Links en rechts van de $\rightarrow$ moet de som van de massagetalen gelijk zijn. Het massagetal van de zuurstofkern is dus $18 - 0 = 18$. [1p]
- 1p 8 In figuur 2 is te zien dat de watermoleculen zich met hun negatieve lading naar het deeltje richten. Verschillende ladingen trekken elkaar aan $\Rightarrow$ het deeltje is positief geladen $\Rightarrow$ het deeltje is een positron.
- 3p 9 – De ladingen zijn symmetrisch verdeeld rondom het deeltje. Daardoor ligt het gemiddelde van de positieve ladingen op dezelfde plaats als het gemiddelde van de negatieve ladingen $\Rightarrow$ de ladingen heffen elkaar op $\Rightarrow$ het netto elektrisch veld is gelijk aan nul. [1p]
 – Het gemiddelde van de negatieve ladingen ligt dicht bij het deeltje dan dat van de positieve ladingen $\Rightarrow$ de negatieve en positieve ladingen heffen elkaar niet meer op $\Rightarrow$ er ontstaat een netto elektrisch veld. [1p]
 – Het deeltje beweegt naar beneden. De watermoleculen richten zich met de negatieve kant naar het deeltje toe zodra het deeltje langskomt. Het netto elektrisch veld beweegt daardoor mee met de beweging van het deeltje. [1p]

- 2p 10 Zie tekening 1. De oppervlakte onder de grafiek in figuur 3 komt overeen met 100% van de positronen. Alleen positronen met een kinetische energie E_k van 0,205 MeV of groter dragen bij aan de Cerenkov-straling in het weefsel. [1p] Deze energie komt overeen met de top van de grafiek in figuur 3. Het percentage positronen dat bijdraagt aan de Cerenkov-straling in het weefsel komt dus overeen met het gearceerde deel van de oppervlakte onder de grafiek in tekening 1. Dat is meer dan de helft van de totale oppervlakte. De beste schatting is dus **c** (60%). [1p]



- 2p 11 a De golflengtes van Cerenkov-straling komen ook voor in zichtbaar licht. Als het niet donker is, worden deze fotonen ook gemeten. Deze fotonen zouden dan onterecht kunnen worden toegeschreven aan de Cerenkov-straling. [1p]
b De Cerenkov-straling bestaat uit zichtbaar licht. Dit licht wordt in weefsel makkelijk geabsorbeerd of verstrooid. Als er veel weefsel tussen de tumoren en de detector zit, zal er erg weinig Cerenkov-straling gemeten worden. [1p]

- 3p 12 – Cerenkov-straling wordt alleen uitgezonden als de snelheid van het positron groter is dan $0,70c$. Bij elke interactie met weefsel geeft het positron energie af en daalt de snelheid. Het Cerenkov-licht wordt dus alleen tijdens het eerste deel van het traject van het positron uitgezonden, als de snelheid nog hoog genoeg is. Daarom geldt dat $d_{CLI} < d_{PET}$. [1p]
– In figuur 4 is te zien dat d_{PET} gelijk is aan de absolute afstand tussen de plaats waar het positron ontstaat en de plaats waar het annihileert. [1p]



Die afstand kunnen we schatten door in figuur 5 de afstand op te meten tussen de oorsprong (0,0) en het einde van de sporen (zie tekening 2, niet op ware grootte). Die afstanden zijn 2,6 cm, 2,8 cm en 2,7 cm. Het gemiddelde daarvan is 2,7 cm. In figuur 5 wordt gewerkt met een schaal van 2,0 cm : 1 mm.

Een schatting van d_{PET} is dan $\frac{2,7}{2,0} = 1,4$ mm. [1p]

- 2p 13 Omdat $d_{CLI} < d_{PET}$ worden de CLI-fotonen gemiddeld dichter bij de tumor uitgezonden dan de PET-fotonen. [1p] Dat leidt tot een nauwkeurigere schatting van de plaats van de tumor. [1p]

In de zon

- 4p 14 Om de verhouding tussen de maximale intensiteiten $\frac{I_{\max,zon}}{I_{\max,aarde}}$ te bepalen, vergelijken we de intensiteit I_{zon} van het zonlicht op het oppervlak van de zon met de intensiteit I_{aarde} van het zonlicht op aarde met:

$$\frac{I_{zon}}{I_{aarde}} = \frac{\frac{P_{zon}}{4 \cdot \pi \cdot r_{zon}^2}}{\frac{P_{zon}}{4 \cdot \pi \cdot r_{zon-aarde}^2}} = \frac{1}{r_{zon}^2} \cdot r_{zon-aarde}^2 = \frac{r_{zon-aarde}^2}{r_{zon}^2} \quad [1p] \quad (\text{kwadratenwet, Binas 35B2}), \text{ waarin:}$$

I_{zon} = intensiteit van het zonlicht op het oppervlak van de zon

I_{aarde} = intensiteit van het zonlicht op aarde

P_{zon} = uitgestraald vermogen van de zon

r_{zon} = straal van de zon = $6,963 \cdot 10^8$ m (Binas 32C)

$r_{zon-aarde}$ = afstand tussen de zon en de aarde = $1,496 \cdot 10^{11}$ m (Binas 31 of 32C)

$$\text{Invullen: } \frac{I_{zon}}{I_{aarde}} = \frac{(1,496 \cdot 10^{11})^2}{(6,963 \cdot 10^8)^2} = 4,616 \cdot 10^4 \quad [1p] \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ volgens de kwadratenwet is I_{zon} dus $4,616 \cdot 10^4$ keer zo groot als I_{aarde} . Dit vergelijken we met de verhouding tussen de intensiteit van pieken $I_{\max,zon}$ in figuur 1 en $I_{\max,aarde}$ in figuur 2:

$$\frac{I_{\max,zon}}{I_{\max,aarde}} = \frac{83 \cdot 10^3}{2,1} = 4,0 \cdot 10^4 \text{ keer zo groot} \quad [1p]$$

Die twee verhoudingen zijn van dezelfde orde van grootte.

Het grote verschil in de maximale intensiteit van de twee spectra kan dus ongeveer verklaard worden met behulp van de kwadratenwet. [1p]

- 2p 15 Uv-C heeft golflengtes tussen de 200 nm en 270 nm. In figuur 4 is te zien dat die golflengtes nauwelijks voorkomen in het uv-spectrum bij het aardoppervlak. [1p] Uv-C draagt dus nauwelijks bij aan het biologisch effectieve uv-spectrum. Uv-A heeft golflengtes tussen de 330 nm en 400 nm. In figuur 6 is te zien dat de weegfactor van deze golflengtes erg laag is ($< 0,001$). [1p] Uv-A draagt dus nauwelijks bij aan het biologisch effectieve uv-spectrum.

- 4p 16 We berekenen de tijd t die een persoon met zo'n huid zich volgens deze grens kan blootstellen aan de zon midden op een heldere dag rond 21 juni met:

$$P_{\text{abs}} = \frac{E_{\text{abs}}}{t} \quad [1p] \quad (\text{Binas 35A4}) \Rightarrow t = \frac{E_{\text{abs}}}{P_{\text{abs}}}, \text{ waarin:}$$

E_{abs} = totaal geabsorbeerde energie per $\text{m}^2 = 80 \text{ J m}^{-2}$

P_{abs} = geabsorbeerd vermogen per m^2

We bepalen P_{abs} door in de figuur op de uitwerkbijlage de oppervlakte onder de grafiek te bepalen. [1p] Deze oppervlakte bestaat uit ongeveer 13 hokjes, zodat:

$$P_{\text{abs}} = 13 \cdot 0,00025 \text{ W m}^{-2} \text{ nm}^{-1} \cdot 20 \text{ nm} = 0,065 \text{ W m}^{-2} \quad [1p]$$

$$\text{Invullen: } t = \frac{80}{0,065} = 1,23 \cdot 10^3 \text{ s} = 21 \text{ min} \quad [1p]$$

- 2p 17 De werkzame stof in zonnebrandcrème absorbeert fotonen waarvan de foton-energie overeenkomt met een van de sprongen in het energieniveauschema. [1p]
Een discreet energieniveauschema heeft maar een klein aantal mogelijke sprongen en zal dus licht van slechts een beperkt aantal golflengtes absorberen.
Een stof met een band-gap heeft heel veel energieniveaus en daardoor heel veel mogelijke sprongen. Zo'n stof kan dus fotonen van veel verschillende golflengtes absorberen en absorbeert dus een groter deel van de schadelijke uv-straling. [1p]

- 5p 18 – Om geschikt te zijn als werkend bestanddeel van zonnebrandcrème moet een stof voldoen aan twee specificaties:

1 De stof moet fotonen uit het gehele uv-B-spectrum absorberen.

Dat betekent dat de band-gap-energie kleiner moet zijn dan de laagste energie in het uv-B-spectrum. [1p] In figuur 6 is te zien dat het uv-B golflengtes tussen de 270 nm en 330 nm bevat. We berekenen de laagste foton-energie $E_{f,uv-B}$ in het uv-B met:

$$E_{f,uv-B} = \frac{h \cdot c}{\lambda} \text{ [1p] (Binas 35E1), waarin:}$$

h = constante van Planck = $6,626 \cdot 10^{-34}$ J s (Binas 7A)

c = lichtsnelheid = $2,998 \cdot 10^8$ m s⁻¹ (Binas 7A)

λ = golflengte van het uv-B-foton met de laagste energie = 330 nm = $330 \cdot 10^{-9}$ m

$$\text{Invullen: } E_{f,uv-B} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 2,998 \cdot 10^8}{330 \cdot 10^{-9}} = \frac{6,02 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1,602 \cdot 10^{-19}} \text{ eV (Binas 5)} = 3,76 \text{ eV}$$

2 De stof mag geen zichtbaar licht absorberen. Dat betekent dat de band-gap-energie groter moet zijn dan de hoogste fotonenergie in het zichtbare spectrum. [1p] In Binas 19A is te zien dat zichtbaar licht golflengtes tussen de 380 nm en 770 nm bevat. Volgens Binas 19A hoort bij een golflengte van 380 nm een foton-energie van 3,26 eV. Dat is de hoogste foton-energie in het zichtbare spectrum.

Alleen titaandioxide heeft een band-gap-energie die wel uv-B, maar geen zichtbaar licht kan absorberen. Titaandioxide is dus geschikt als werkzame stof in zonnebrandcrème. [1p]

– Galliumoxide heeft een band-gap-energie boven $E_{f,uv-B}$ en absorbeert daardoor geen uv-B. Galliumoxide is dus niet geschikt als werkzame stof in zonnebrandcrème.

Zilveroxide heeft een band-gap-energie onder $E_{f,zicht}$ en absorbeert daardoor ook zichtbaar licht. Zilveroxide is dus niet geschikt als werkzame stof in zonnebrandcrème. [1p]

Ruiken

- 1p 19 De moleculen in figuur 2a hebben verschillende vormen. Ze zouden dus op verschillende receptoren moeten passen en daardoor verschillend moeten ruiken. Ze ruiken echter hetzelfde.

of:

De moleculen in figuur 2b hebben vrijwel dezelfde vorm. Ze zouden dus op dezelfde receptoren moeten passen en daardoor dezelfde geur moeten hebben. Ze ruiken echter verschillend.

- 2p 20 Als het elektron van D naar A gaat, neemt het geurmolecuul energie van het elektron op. De energie van het elektron neemt dus af. [1p] Het elektron komt daardoor terecht in het lagere energieniveau: 2,88 eV. [1p]

- 3p 21 We berekenen de frequentie f van het massa-veer-systeem met:

$$\Delta E_{n+1 \rightarrow n} = h \cdot f \cdot (n + 1 + \frac{1}{2}) - h \cdot f \cdot (n + \frac{1}{2}) = h \cdot f \text{ [1p]} \Rightarrow f = \frac{E_{n+1 \rightarrow n}}{h}, \text{ waarin:}$$

$$\Delta E_{n+1 \rightarrow n} = \text{energieverschil tussen de energieniveaus D en A} = 3,00 - 2,88 = 0,12 \text{ eV} = 0,12 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J [1p] (Binas 5)} = 0,19 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$h = \text{constante van Planck} = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s (Binas 7A)}$$

$$\text{Invullen: } f = \frac{0,19 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 2,9 \cdot 10^{13} \text{ Hz [1p]}$$

- 2p 22 De massa m van het deuteriumatoom is groter dan die van het waterstofatoom $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{volgens } T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{C}} \text{ (Binas 35B1) is de trillingstijd } T \text{ groter bij het}$$

deuteriumatoom dan bij het waterstofatoom (bij gelijke veerconstante C) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{volgens } f = \frac{1}{T} \text{ (Binas 35B1) is de frequentie } f \text{ kleiner bij het deuteriumatoom dan}$$

bij het waterstofatoom. [1p]

In Turins model leidt een andere frequentie tot andere energie-overgangen en daarmee tot een andere geur $\Rightarrow$ het verschil in geurwaarneming door de fruitvliegjes ondersteunt Turins model. [1p]

- 4p 23 – In een massa-veer-systeem geldt: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{C}}$ [1p] en $f = \frac{1}{T}$ (Binas 35B1).

$$\text{Daarmee leiden we af dat: } \frac{f_{\text{deuterium}}}{f_{\text{waterstof}}} = \frac{T_{\text{waterstof}}}{T_{\text{deuterium}}} = \frac{2\pi \cdot \sqrt{\frac{m_{\text{waterstof}}}{C}}}{2\pi \cdot \sqrt{\frac{m_{\text{deuterium}}}{C}}} = \sqrt{\frac{m_{\text{waterstof}}}{m_{\text{deuterium}}}}$$

$$\text{Omdat } m_{\text{deuterium}} = 2 \cdot m_{\text{waterstof}} \text{ geldt: } \sqrt{\frac{m_{\text{waterstof}}}{m_{\text{deuterium}}}} = \sqrt{\frac{m_{\text{waterstof}}}{2 \cdot m_{\text{waterstof}}}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ [1p]}$$

– Volgens $E_n = h \cdot f \cdot (n + \frac{1}{2})$ zijn de energieniveaus in de energieput recht evenredig met de frequentie van het systeem. [1p] In de figuur op de uitwerkbijlage is op te meten dat de energieniveaus bij het gewone acetofenon-molecuul een onderlinge afstand van 4,5 mm hebben. Bij het acetofenon-molecuul met het deuteriumatoom zal die afstand gelijk zijn aan $\frac{4,5 \cdot 1}{\sqrt{2}} = 3,2$ mm. Dit komt overeen met figuur III. [1p]

- 1p 24 De verschillen tussen de energieniveaus van het vervangende molecuul moeten (deels) overeenkomen met die van het oorspronkelijke molecuul.

Aardlekschakelaar

- 4p 25 Voor de stroomsterkte I door het verwarmingselement geldt:

$$U = I \cdot R \text{ [1p]} \text{ (Binas 35D1)} \Rightarrow I = \frac{U}{R}, \text{ waarin:}$$

U = spanning over het verwarmingselement = spanning van het lichtnet = 230 V

R = weerstand van het verwarmingselement

$$\text{We berekenen } R \text{ met: } \rho = \frac{R \cdot A}{\ell} \text{ [1p]} \text{ (Binas 35D1)} \Rightarrow R = \frac{\rho \cdot \ell}{A}, \text{ waarin:}$$

ρ = soortelijke weerstand van koper = $17 \cdot 10^{-9} \Omega \text{ m}$ (Binas 8)

A = oppervlakte van de doorsnede van de draad = $\pi \cdot r^2$ (Binas 36B), waarin:

$$r = \text{straal van de draad} = \text{helft van de diameter van de draad} = \frac{1}{2} \cdot 0,20 \text{ mm} = 0,10 \text{ mm} = 0,10 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{Invullen: } A = \pi \cdot (0,10 \cdot 10^{-3})^2 = 3,14 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ [1p]}$$

$$\ell = \text{lengte van de draad} = 42 \text{ m}$$

$$\text{zodat: } R = \frac{17 \cdot 10^{-9} \cdot 42}{3,14 \cdot 10^{-8}} = 22,7 \Omega$$

$$\text{Invullen: } I = \frac{230}{22,7} = 10 \text{ A [1p]}$$

- 3p 26 – Voor de lichaamsweerstand R geldt: $U = I \cdot R$ [1p] (Binas 35D1) $\Rightarrow R = \frac{U}{I}$, waarin:

U = spanning over het verwarmingselement = spanning van het lichtnet = 230 V

I = lekstroom = 30 mA = $30 \cdot 10^{-3} \text{ A}$

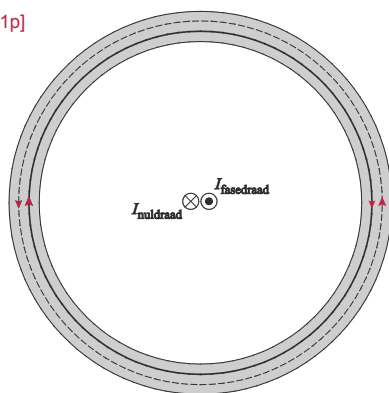
$$\text{Invullen: } R = \frac{230}{30 \cdot 10^{-3}} = 7,7 \cdot 10^3 \Omega \text{ [1p]}$$

- De aardlekschakelaar reageert als de lekstroom I groter is dan 30 mA.
In de wet van Ohm $U = I \cdot R$ is te zien dat een toename van de lekstroom I overeenkomt met een afname van de weerstand R (bij gelijkblijvende spanning U).
De aardlekschakelaar reageert dus bij een **kleinere** lichaamsweerstand dan de berekende waarde. [1p]

- 3p 27 – Zie de tekening (de ingevulde uitwerkbijlage). [1p]

Met de rechterhandregel is de richting van de magnetische veldlijnen te bepalen: als de duim met I mee gericht is, geven de vingers de richting van de veldlijnen aan. De veldlijnen van de fasedraad gaan daarom tegen de klok in. De veldlijnen van de nuldraad gaan met de klok mee.

- Als $I_{\text{fasedraad}}$ en I_{nuldraad} even groot zijn, dan zijn de magnetische velden van beide ook even groot. De richtingen van de magnetische velden zijn tegengesteld. De middelpunten van de velden overlappen elkaar. De velden heffen elkaar dus op $\Rightarrow$ het netto magnetisch veld is gelijk aan 0. [1p]
- Als er een lekstroom is, dan is $I_{\text{fasedraad}}$ groter dan I_{nuldraad} . Het magnetisch veld van de fasedraad is dan dus groter dan dat van de nuldraad. De velden heffen elkaar dus niet meer op $\Rightarrow$ er ontstaat een netto magnetisch veld. [1p]



- 3p 28 – De spanningspiek ontstaat door elektromagnetische inductie. [1p]
– Voor de hoogte van de inductiespanningspiek U_{ind} geldt:

$$U_{\text{ind}} \propto N \text{ en } U_{\text{ind}} \propto \frac{d\Phi}{dt} \text{ (Binas 35D4), waarin:}$$

N = aantal windingen van de spoel

$d\Phi$ = fluxverandering in de spoel = $B_{\perp} \cdot A$ (Binas 35D3), met $B_{\perp}$ de component van het magnetisch veld loodrecht op de spoel en A de oppervlakte van de windingen van de spoel

dt = tijdsduur van de fluxverandering

Bij een kleinere lekstroom I ontstaat een kleiner magnetisch veld $B_{\perp}$, waardoor de fluxverandering $d\Phi$ per tijdseenheid dt afneemt [1p], waardoor inductiespanning U_{ind} afneemt. Om de inductiespanning U_{ind} toch gelijk te laten blijven, moet men het aantal windingen N van de spoel dan groter maken. [1p]

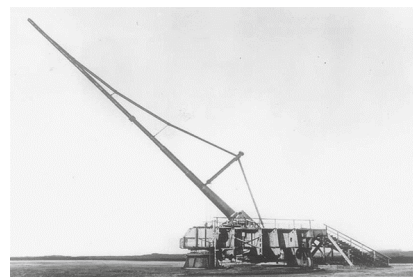
Pariser Kanone

Tegen het einde van de Eerste Wereldoorlog introduceerde het Duitse leger een nieuw ontwerp kanon, het 'Pariser Kanone' (het Parijse Kanon). Zie figuur 1. Dit kanon kon Parijs beschieten van achter de frontlinie, een afstand van 120 km. Een granaat bereikte hierbij een hoogte van wel 40 km waarbij hij door zeer ijle lucht vloog. Tussen maart en augustus 1918 schoot het Duitse leger ongeveer 350 granaten af richting Parijs.

Gegevens van het Pariser Kanone

diameter granaat	20 cm
massa granaat	106 kg
buskruit per schot	180 kg
uittree-snelheid	1640 m s^{-1}
afstand	>120 km
hoogte	>40 km

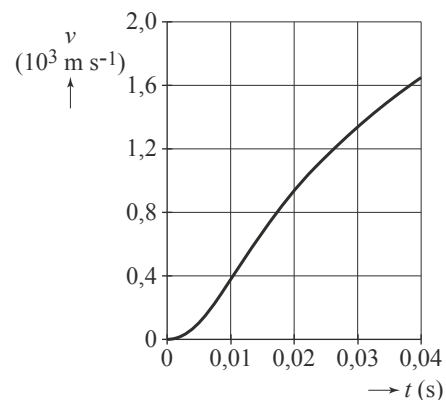
figuur 1



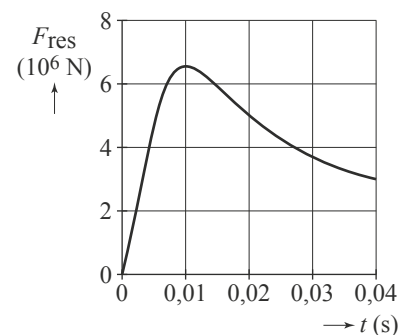
De loop was extra lang gemaakt, zodat de granaten een voldoende hoge snelheid kregen om de afstand te overbruggen.

In figuur 2a en 2b zijn het (v, t) -diagram en het (F_{res}, t) -diagram van een granaat weergegeven tijdens het afschieten. Op $t = 0,04 \text{ s}$ verlaat de granaat de loop. Deze figuren staan vergroot op de uitwerkbijlage.

figuur 2a

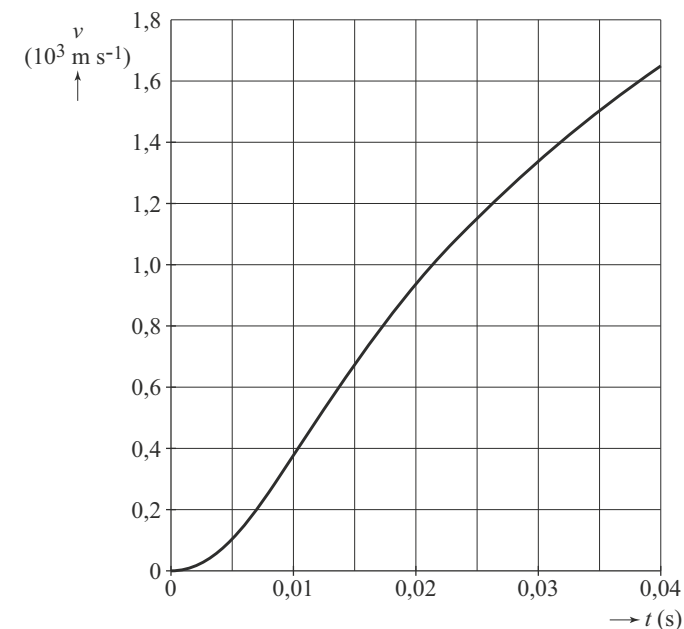


figuur 2b



- 3p 1 Bepaal met behulp van figuur 2a op de uitwerkbijlage de lengte van de loop van het kanon.

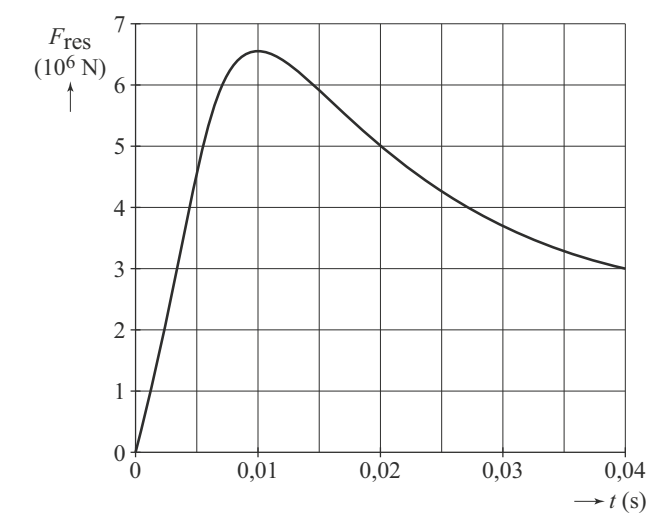
figuur 2a, uitwerkbijlage bij vraag 1



De granaat bereikt zijn maximale versnelling op $t = 0,01 \text{ s}$.

- 5p 2 Bepaal met behulp van de figuren 2a en 2b op de uitwerkbijlage de massa van een granaat, en laat zien of deze massa ligt binnen een marge van 10% van de waarde uit de tabel.

figuur 2b, uitwerkbijlage bij vraag 1 en 2

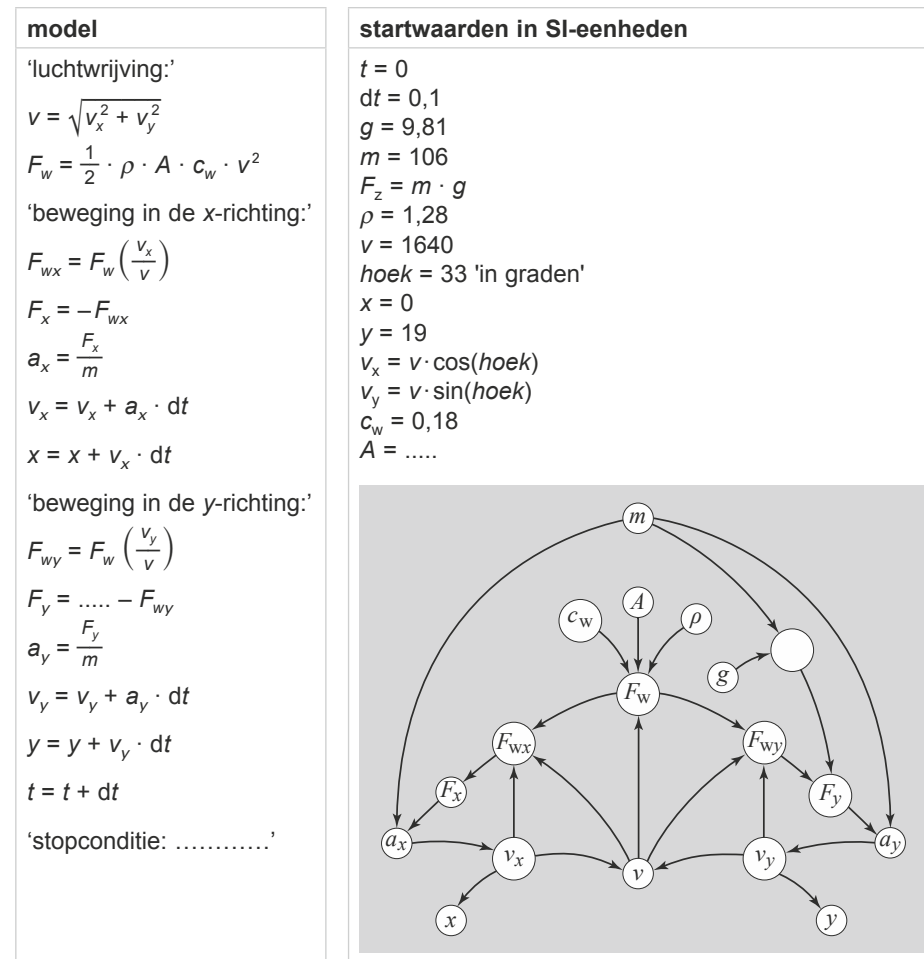


4p

- 3 Er komt 3,0 MJ aan energie vrij per kilogram buskruit.
Bereken het rendement van het afschieten (tot $t = 0,04$ s) van het kanon.
Verwaarloos hierbij de toename van de zwaarte-energie.

Fabian wil met behulp van een model de baan simuleren van een granaat nadat die door het kanon afgeschoten is. Hij beschouwt de baan als een combinatie van een beweging in de x-richting en een beweging in de y-richting. Zie figuur 3 voor het model.

figuur 3

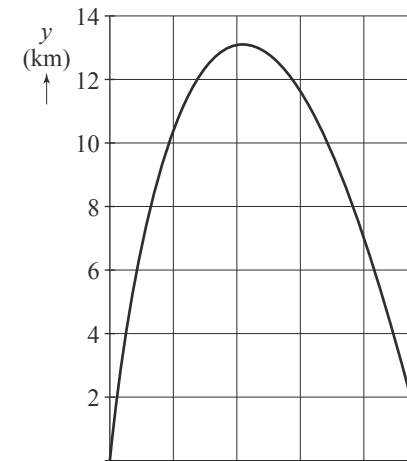


4p

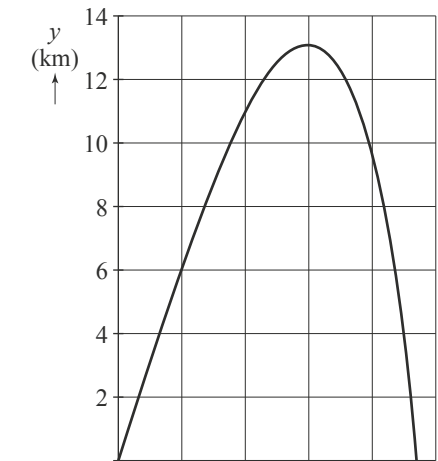
- 4 De stopconditie bepaalt wanneer het model moet stoppen.
Voer de volgende opdrachten uit:
- Beschrijf wat de stopconditie in dit model moet zijn.
 - Geef aan wat op de stippellijn moet komen in de regel: $F_y = \dots - F_{wy}$
 - Bereken de juiste waarde van A.

Met behulp van het model maakt Fabian een (y,t) -diagram en een (y,x) -diagram van de baan van een granaat. Zie figuur 4a en 4b.

figuur 4a



figuur 4b



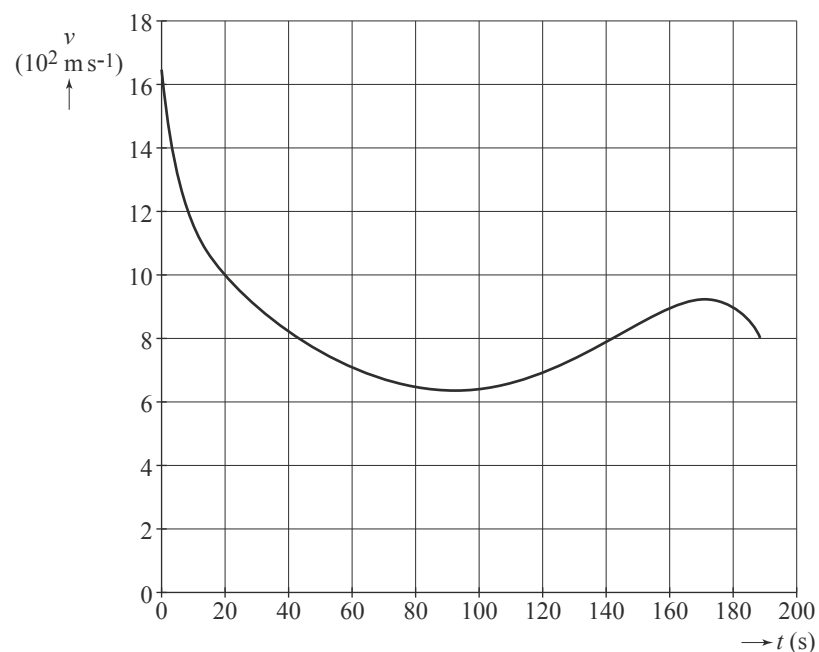
2p

- 5 Leg uit welk diagram (figuur 4a of figuur 4b) het (y,t) -diagram van de granaat weergeeft.

Fabian merkt op dat zijn model niet kan verklaren hoe een granaat met een beginsnelheid van 1640 m s^{-1} een afstand van 120 km kan afleggen. Emily merkt op dat de luchtdichtheid van de atmosfeer afneemt als de hoogte boven zeeniveau toeneemt.

Fabian breidt zijn model uit met een variabele luchtdichtheid en met dit model simuleert hij de beweging van de granaat. Dit levert het (v,t) -diagram van figuur 5. Na 190 s slaat de granaat in.

figuur 5



- 3p 6 Voer de volgende opdrachten uit:
- Geef aan waarom de minimale snelheid van de granaat niet gelijk is aan 0.
 - Leg uit waarom de snelheid van de granaat aan het eind van de beweging afneemt.

Fabian wil nagaan of hij met dit model de vlucht van de granaat van het kanon realistisch heeft gesimuleerd en of de granaat inderdaad 120 km verderop inslaat. In figuur 5 bepaalt hij daarvoor de oppervlakte onder de grafieklijn, tussen $t = 0$ en $t = 190$ s.

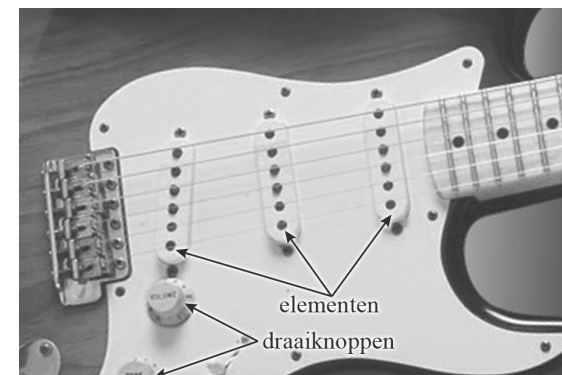
Emily merkt op dat Fabian nu een fout maakt.

- 3p 7 Voer de volgende opdrachten uit:
- Leg uit waarom Fabian de afstand tussen het kanon en de inslag van de granaat niet op correcte wijze heeft bepaald.
 - Geef aan of de afstand die Fabian heeft gevonden te groot of te klein is.

Elektrische gitaar

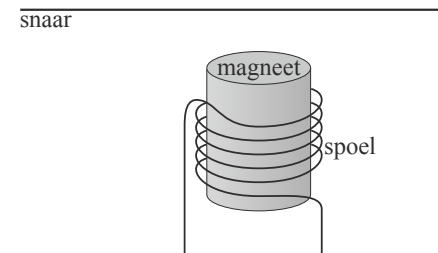
Het geluid van een elektrische gitaar wordt versterkt weergegeven via een luidspreker. Op de gitaar zijn zogenaamde elementen gemonteerd, die de mechanische trillingen van de snaren omzetten in elektrische trillingen. Ook zijn er twee draaiknoppen op de elektrische gitaar gemonteerd. Zie figuur 1.

figuur 1



De drie elementen zijn met een pijl aangeduid. Een element bestaat uit zes permanente magneten die elk in een spoel geplaatst zijn. Boven elke magneet bevindt zich een snaar. Zie figuur 2.

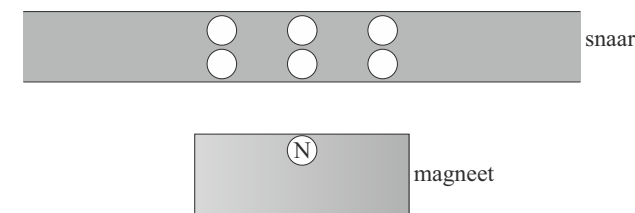
figuur 2



De snaren op een elektrische gitaar zijn gemaakt van roestvrij staal. In de situatie van figuur 2 zal de snaar gemagnetiseerd worden. Op de uitwerkbijlage zijn de snaar en de magneet uit figuur 2 schematisch en sterk vergroot weergegeven.

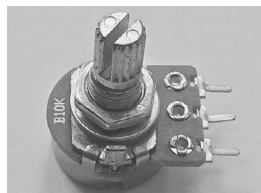
- 2p 8 Geef in de figuur op de uitwerkbijlage in elk cirkeltje aan met een letter N of Z of er op die plaats sprake is van een noordpool of een zuidpool.

uitwerkbijlage bij vraag 8

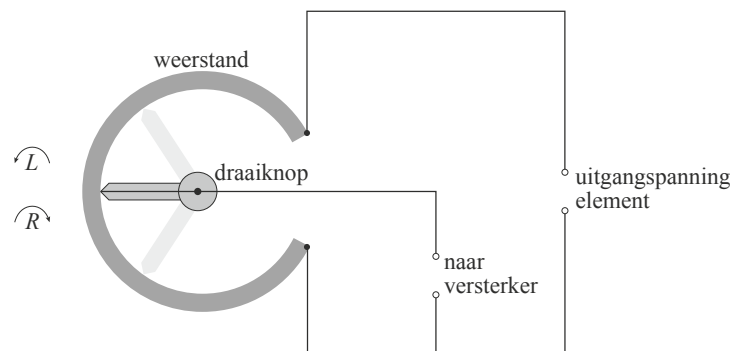


Als de gemagnetiseerde snaar in trilling wordt gebracht, ontstaat er een spanning over de spoel. Dit is de uitgangsspanning van het element.
Een van de draaiknoppen op de gitaar is de volumeknop. Onder die draaiknop zit een onderdeel, weergegeven in figuur 3a. Dit onderdeel is opgenomen in een schakeling zoals weergegeven in figuur 3b.

figuur 3a



figuur 3b



Door aan de knop te draaien kan de gitarist de grootte van de spanning regelen die naar de versterker gaat.

- 3p 9 Leg uit in welke richting, linksom (L) of rechtsom (R), de knop gedraaid moet worden, zodat een kleinere spanning naar de versterker gaat.

Het verband tussen de golfsnelheid en de spankracht in een snaar wordt gegeven door:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \text{ met } \mu = \frac{m}{\ell}$$

Hierin is:

- v de golfsnelheid (in m s^{-1});
- F de spankracht (in N);
- μ de massa per lengte-eenheid (in kg m^{-1});
- m de massa (in kg);
- ℓ de lengte van de snaar (in m).

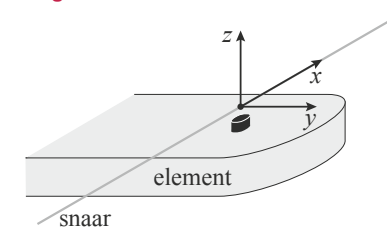
De lengte van de laagst klinkende gitaarsnaar (de E-snaar) is 64,5 cm.
De snaar is cilindervormig en massief en heeft een diameter van 1,42 mm.
De spankracht in de snaar is $1,5 \cdot 10^2$ N.

De frequentie van de grondtoon van de E-snaar van deze gitaar is 85 Hz.

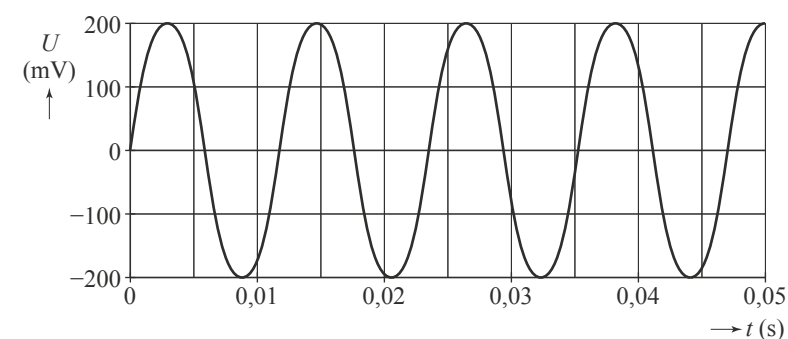
- 5p 10 Toon dit aan.

Een snaar kan in twee richtingen gaan trillen als deze wordt aangeslagen: een richting evenwijdig aan het element (de y -richting) en een richting loodrecht op het element (de z -richting). Zie figuur 4. Luc bouwt een opstelling waarmee hij een snaar kan laten trillen in alleen de z -richting of alleen de y -richting. Allereerst laat hij de E-snaar alleen in de z -richting trillen en meet hij de spanning die het element levert. Het resultaat van de meting in de z -richting is weergegeven in figuur 5.

figuur 4



figuur 5

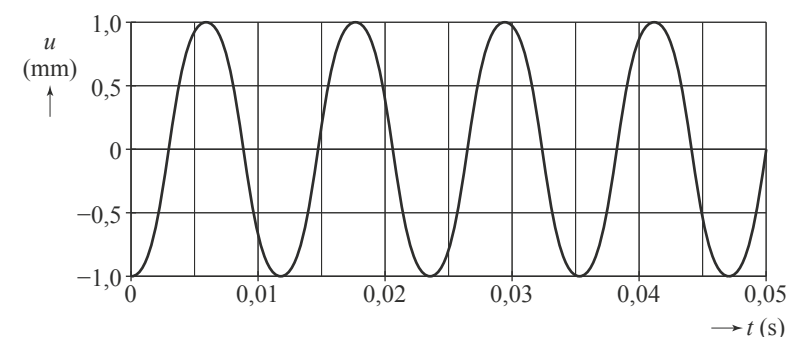


De frequentie van de spanning als de E-snaar trilt in de z -richting, komt overeen met de frequentie van de grondtoon van de E-snaar.

- 2p 11 Toon dit aan.

Luc legt met een bewegingssensor ook de beweging van de E-snaar in de z -richting vast. Dit levert het meetresultaat zoals weergegeven in figuur 6.

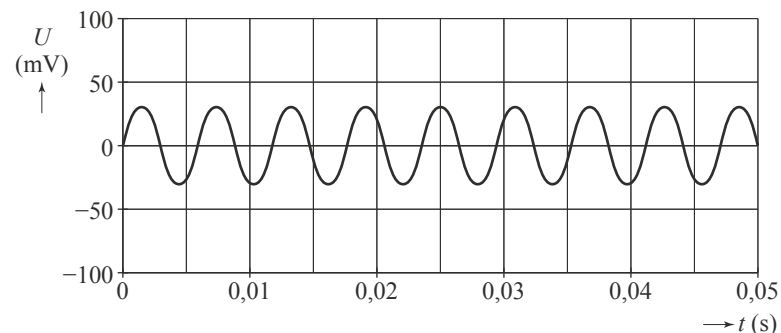
figuur 6



- 2p 12 Leg uit waarom een maximale waarde van de spanning optreedt op het moment dat de snaar door de evenwichtsstand beweegt.

Hierna laat Luc de E-snaar alleen in de y -richting trillen en meet hij de spanning die het element levert. Het resultaat van deze meting in de y -richting is weergegeven in figuur 7.

figuur 7

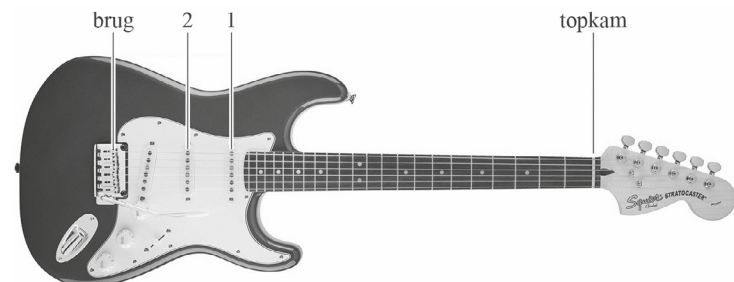


De frequentie van de spanning bij trillen in de y -richting is 2 maal zo groot als de frequentie van de spanning bij trillen in de z -richting.

3p 13 Leg uit hoe dat komt.

In de uitwerkbijlage bij vraag 14 is een elektrische gitaar weergegeven. De snaren trillen tussen de brug en de topkam. Element 1 bevindt zich verder van de brug dan element 2. Met behulp van een schakelaar kiest de gitarist welk element hij gebruikt.

figuur 8



De klank die de elektrische gitaar geeft, is anders bij gebruik van element 1 dan bij gebruik van element 2. Dit wordt veroorzaakt door een verschil in de sterkte van de boventonen. Dat komt doordat een element sommige boventonen niet (of nauwelijks) detecteert. Bij element 1 zijn dat andere boventonen dan bij element 2.

3p 14 Geef aan met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage wat de laagste boventoon is die element 1 niet (of nauwelijks) detecteert. Licht je antwoord toe met een bepaling.

- a tweede boventoon
- b derde boventoon
- c vierde boventoon
- d vijfde boventoon
- e zesde boventoon

uitwerkbijlage bij vraag 14

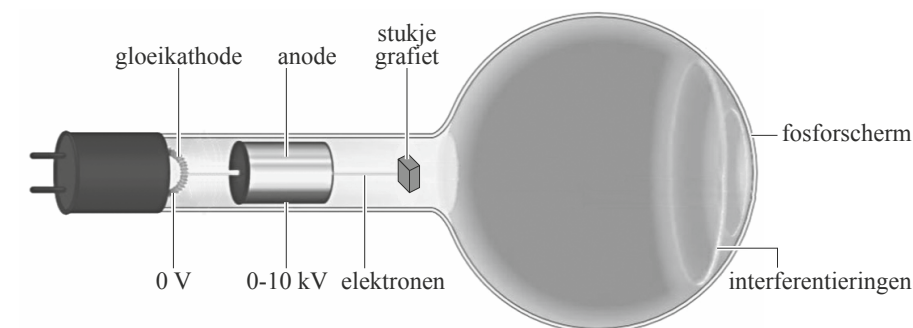


Elektronendiffractie

G.P. Thomson toonde experimenteel elektronendiffractie aan. Hij liet zien dat er een interferentiepatroon ontstaat als elektronen op een stukje vaste stof geschoten worden. Hiermee toonde hij aan dat elektronen een golfkarakter hebben. In 1937 ontving hij hiervoor de Nobelprijs.

Bob en Marly gaan het experiment van Thomson uitvoeren met een elektronendiffractiebus. Zij willen daarmee de afstanden tussen de atomen in grafiet bepalen. Zij gebruiken de opstelling die weergegeven is in figuur 1.

figuur 1



De gloeikathode levert elektronen. Deze elektronen hebben een verwaarloosbare snelheid. De elektronen doorlopen een versnelling die variabel is tot 10 kV. De elektronen gaan door het stukje grafiet, waarna ze op een fosforscher een interferentiepatroon geven. Dit interferentiepatroon kan worden verklaard doordat de elektronen een golfkarakter vertonen.

Voor de de Broglie-golflengte van de elektronen geldt:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2emU}} \quad (1)$$

Hierin is:

- h de constante van Planck;
- e de lading van het elektron;
- m de massa van het elektron;
- U de versnellingsspanning.

3p 15 Leid formule (1) af.

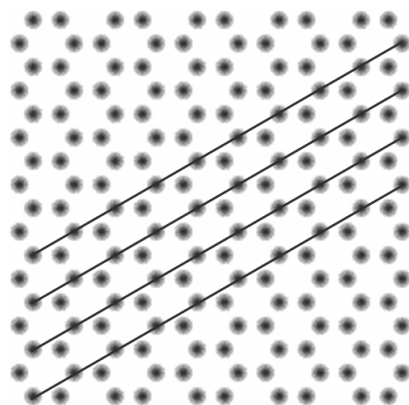
2p 16 Bereken de de Broglie-golflengte van de elektronen nadat ze een versnellingsspanning van 5,0 kV hebben doorlopen.

In grafiet liggen de koolstofatomen in lagen op elkaar. In de afzonderlijke lagen liggen de koolstofatomen in regelmatige zeshoeken.

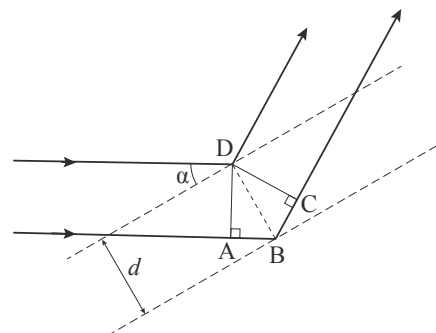
Het effect van elektronendiffractie vindt plaats binnen één laag en niet tussen de lagen. In figuur 2 is één zo'n laag weergegeven.

In een laag liggen de atomen in evenwijdige lijnen. Aan deze lijnen vindt reflectie plaats, de zogenaamde Braggreflectie. De elektronengolven die terugkaatsen van de verschillende evenwijdige lijnen hebben een verschil in weglengte waardoor ze interfereren. Dit is schematisch weergegeven in figuur 3.

figuur 2



figuur 3



Er treedt constructieve interferentie op als:

$$2d \sin \alpha = n\lambda \quad \text{met } n = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

Hierin is:

- d de afstand tussen de roosterlijnen;
- α de hoek waaronder de elektronenbundel de roosterlijn treft;
- λ de de Broglie-golflengte van de elektronen.

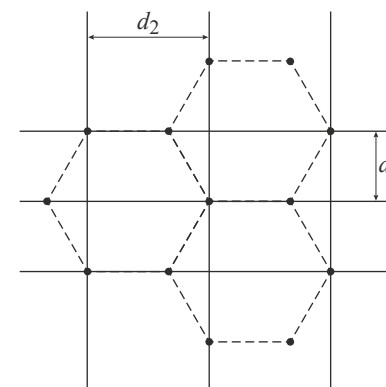
4p 17 Voer de volgende opdrachten uit:

- Geef in figuur 3 het verschil in weglengte tussen de twee stralen aan.
- Leid hiermee formule (2) af.

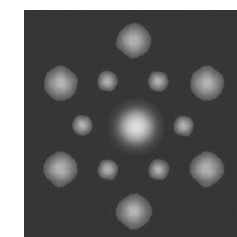
In figuur 4 zijn verschillende lijnen te zien waaraan reflectie plaats kan vinden. De afstanden tussen verschillende lijnen zijn aangegeven met d_1 en d_2 .

Bij een interferentiepatroon aan een monokristallijne laag grafiet (dat wil zeggen een laag die uit één kristal grafiet bestaat) ontstaat het patroon van figuur 5 op het scherm van de elektronendiffractiebus uit figuur 1.

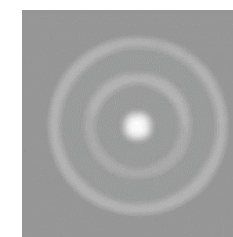
figuur 4



figuur 5



figuur 6



Als er in de diffractiebus geen monokristallijne laag grafiet zit maar een polykristallijne laag (dat wil zeggen dat er vele kristallen kriskras door elkaar zitten), ziet het interferentiepatroon eruit als in figuur 6.

2p 18 Leg uit of de buitenste ring komt van interferentie aan lijnen met afstand d_1 of met afstand d_2 .

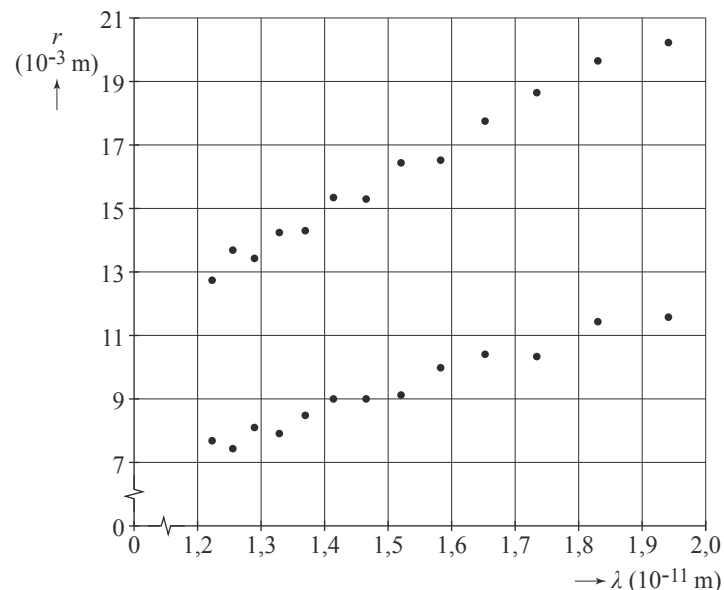
Bob en Marly meten bij verschillende versnellingsspanningen de straal van de ringen op het scherm.

Bij lage versnellingsspanningen verschijnen geen ringen op het scherm. Dan is alleen de stip in het midden op het scherm te zien.

2p 19 Leg uit waarom bij lage versnellingsspanningen geen ringen verschijnen op het scherm.

Van de metingen maken Bob en Marly een grafiek waarin ze de straal van beide ringen uitzetten tegen de de Broglie-golflengte van de elektronen. Zie figuur 7.

figuur 7



Voor kleine afbuigingshoeken geldt bij benadering:

$$r = \frac{2R}{d} n\lambda$$

Hierin is:

- r de straal van de ring op het scherm;
- d de afstand tussen roostervlakken;
- λ de de Broglie-golflengte;
- R de straal van de bol van de diffractiebus (65 mm);
- $n = 1$.

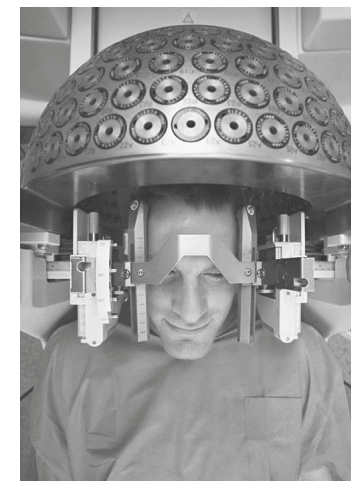
- 4p **20** Bepaal met behulp van de figuur 7 zo nauwkeurig mogelijk de grootte van d voor de buitenste ring.

Gamma-chirurgie

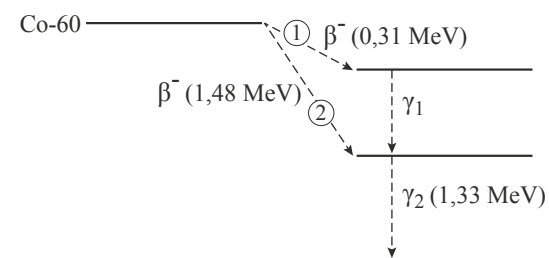
Gamma-chirurgie ('gamma knife radiosurgery') wordt toegepast voor de behandeling van tumoren die kleiner zijn dan ongeveer 3 cm en in een gebied van de hersenen liggen dat moeilijk bereikbaar is tijdens een operatie. Er wordt gebruikgemaakt van γ -straling die sterk geconcentreerd kan worden op het aangetaste gebied.

Tijdens de behandeling draagt de patiënt een speciaal soort helm waarin kobalt-60-bronnen geplaatst zijn. Zie figuur 1. Kobalt-60 is een radioactieve stof die verval onder uitzending van β^- -straling en γ -straling. Het radioactieve verval van kobalt-60 kan op twee manieren verlopen. Deze manieren zijn weergegeven in figuur 2, met 1 en 2.

figuur 1



figuur 2

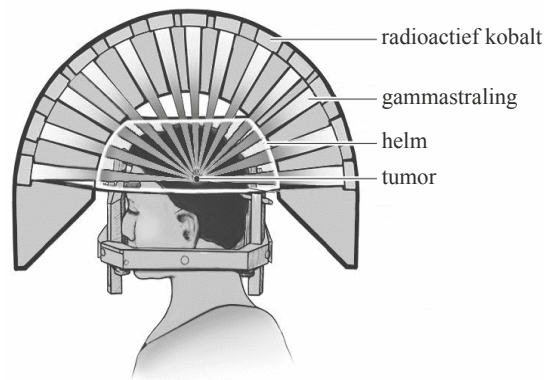


Verreweg de meeste deeltjes vervallen volgens manier 1.

- 3p **21** Geef de vervalvergelijking van dit verval.
- 3p **22** Bereken de golflengte van γ_2 .

In figuur 3 is de situatie van figuur 1 schematisch weergegeven.

figuur 3



De γ -straling vanuit de kobalt-bronnen wordt sterk geconcentreerd op het deel van de hersenen waar zich een tumor bevindt. De gebruikte kobalt-bronnen hebben elk een activiteit van 1,1 TBq.

- 4p 23 Bereken de massa van het kobalt-60 in een bron.

Bij een bepaalde patiënt staat de opstelling zo afgesteld dat een bolvormige tumor met een diameter van 3,0 cm bestraald wordt. Per seconde worden door de tumor $3,5 \cdot 10^9$ γ -fotonparen geabsorbeerd. Om de tumor volledig te kunnen vernietigen is een stralingsdosis nodig van 150 Gy. Hiertoe moet de patiënt gedurende een bepaalde tijd bestraald worden.

- 5p 24 Bereken deze tijd. Gebruik voor de tumor de eigenschappen van water. Ga uit van het verval volgens manier 1 (van figuur 2).

De kobalt-bronnen worden jaren achter elkaar gebruikt. Om in de loop van die jaren een gelijke stralingsdosis te kunnen realiseren is het noodzakelijk de bestralingstijd bij te stellen.

- 2p 25 Leg uit of deze bestralingstijd in de loop van de jaren langer of korter wordt.

Hints bij examen 2019-II

- 1 De lengte L van de loop is gelijk aan de door de granaat afgelegde weg in de loop.
- 2 Hoe bepaal je de versnelling a uit een (v,t) -diagram?
- 3 Welke energie-omzetting vindt er plaats?
- 4 – Het model is alleen van toepassing op de bewegende granaat.
– Welke twee krachten werken er op de granaat tijdens zijn vlucht?
– A staat voor de frontale oppervlakte van de granaat.
- 5 Hoe bepaal je de snelheid v uit een (s,t) -diagram?
- 6 – Bekijk figuur 1.
– Wat is de richting van de resulterende kracht op de granaat vlak voordat hij inslaat?
- 7 – Hoe vind je in een (v,t) -diagram de afgelegde weg?
– Vergelijk de afgelegde weg van de granaat met de afstand die hij in de x -richting aflegt.
- 8 Wordt de onderkant van de snaar ten gevolge van de magneet een noord- of een zuidpool?
- 9 Staat de onderste helft van de weerstand in serie met of parallel aan de versterker?
- 10 Bereken met de twee formules eerst de golfsnelheid v van de golf in de snaar.
- 11 Zie Binas 35B1.
- 12 Waar is de snelheid van de snaar maximaal?
- 13 Ga zowel voor de y - als voor de z -richting na hoe de flux bij één volledige trilling verandert.
- 14 Bepaal de afstand tussen twee opeenvolgende knopen bij de laagste boventoon die element 1 niet of nauwelijks detecteert.
- 15 Gebruik de wet van behoud van energie.
- 16 Zie Binas 7A en 7B.
- 17 – Maak gebruik van de twee hulplijnen DA en DC in figuur 3.
– Bedenk dat $\angle ADB = \angle CDB = \alpha$.
- 18 Ga na wat er met $\sin \alpha$ gebeurt als d kleiner wordt.
- 19 Wat gebeurt er met λ als v kleiner wordt?
- 20 Teken in de bovenste reeks metingen een rechte lijn die zo goed mogelijk door de meetpunten gaat.
- 21 Wat moet links en rechts van de $\rightarrow$ hetzelfde zijn?
- 22 Zie Binas 35E2.
- 23 Bereken het aantal radioactieve kernen N in de bron.
- 24 Wat is de halveringstijd van kobalt-60?
- 25 Wat gebeurt er in de loop van de tijd met de activiteit van de bronnen?

Uitwerkingen bij examen 2019-II

Pariser Kanone

- 3p 1 De lengte L van de loop is gelijk aan de door de granaat afgelegde weg in de loop. L komt overeen met de oppervlakte onder de grafiek in figuur 2a [1p] (uitwerkbijlage bij vraag 1). We bepalen deze oppervlakte door het aantal hokjes te tellen onder de grafiek. [1p] We vinden:
 $L = \text{aantal hokjes} \cdot \text{oppervlakte van één hokje} = 34 \cdot (0,2 \cdot 10^3 \cdot 0,005) = 34 \text{ m}$ [1p]

- 5p 2 De massa m van een granaat vinden we met:
 $F_{\text{res}} = m \cdot a$ [1p] (Binas 35A3) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow m = \frac{F_{\text{res}}}{a}, \text{ waarin:}$$

F_{res} = maximale resulterende kracht op de granaat. Deze kracht, en dus ook de versnelling a , is maximaal op $t = 0,01 \text{ s}$. [1p] Aflezen in figuur 2b (uitwerkbijlage bij vraag 1 en 2) geeft:
 $F_{\text{res}} = 6,6 \cdot 10^6 \text{ N}$

a = maximale versnelling op $t = 0,01 \text{ s}$. Bepaal a door een raaklijn te tekenen aan de grafiek in figuur 2a (uitwerkbijlage bij vraag 1) op $t = 0,01 \text{ s}$ [1p] (zie de tekening). Er geldt:

$$a = \text{helling van de raaklijn} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (\text{Binas 35A1})$$

$$\text{We lezen af: } \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1,8 \cdot 10^3 - 0}{0,0340 - 0,0035} = 5,90 \cdot 10^4 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{Invullen: } m = \frac{6,6 \cdot 10^6}{5,90 \cdot 10^4} = 112 \text{ kg}$$

In de tabel staat voor de massa van de granaat opgegeven: $m = 106 \text{ kg}$

Het verschilpercentage met deze waarde is $\frac{112 - 106}{106} \cdot 100\% = 5,7\%$ [1p]

Dit valt binnen de marge van 10%. [1p]

- Ook kan: 10% van $106 \text{ kg} = 10,6 \text{ kg} \Rightarrow$ de marge van de massa ligt tussen $106 - 10,6 = 95,4 \text{ kg}$ en $106 + 10,6 = 116,6 \text{ kg}$. De bepaalde massa m van 110 kg ligt dus binnen de marge.
- De bepaling van m mag op elk tijdstip in de grafieken gedaan worden.

- 4p 3 Voor het rendement η van het afschieten van het kanon (tot $t = 0,04 \text{ s}$) geldt:

$$\eta = \frac{E_k}{E_{\text{ch}}} \quad [1p] \quad (\text{Binas 35A4}), \text{ waarin:}$$

$$E_k = \text{kinetische energie van de granaat} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad [1p] \quad (\text{Binas 35A4}), \text{ met:}$$

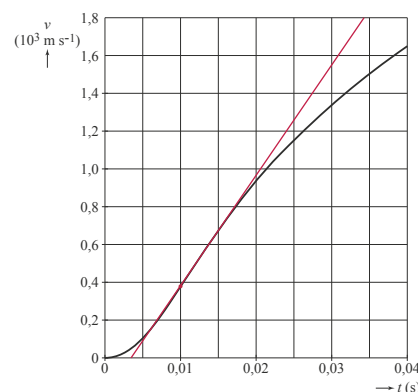
m = massa van de granaat = 106 kg (zie de tabel)

v = uittree-snelheid van de granaat = 1640 m s^{-1} (zie de tabel),

$$\text{zodat: } E_k = \frac{1}{2} \cdot 106 \cdot (1640)^2 = 1,43 \cdot 10^8 \text{ J}$$

$$E_{\text{ch}} = \text{vrijgekomen energie door het ontbranden van } 180 \text{ kg buskruit} = 180 \cdot 3,0 \text{ MJ} \quad [1p] = 180 \cdot 3,0 \cdot 10^6 \text{ J} = 5,4 \cdot 10^8 \text{ J}$$

$$\text{Invullen: } \eta = \frac{1,43 \cdot 10^8}{5,4 \cdot 10^8} = 0,26 = 26\% \quad [1p]$$



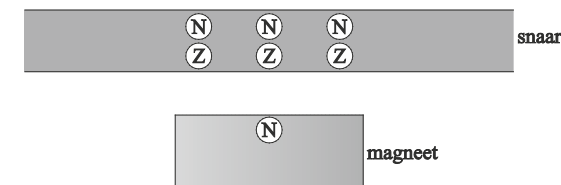
- 4p 4 – De stopconditie in dit model moet zijn: de granaat raakt de grond. [1p] Ook is goed: als $y \leq 0$ dan stop.
- Als de granaat de loop van het kanon verlaat, werken er twee krachten op: de zwaartekracht $-F_z$ (minteken, want F_z werkt in de negatieve y -richting) en de tegenwerkende wrijvingskracht $-F_{w,y}$
 $\Rightarrow F_y = -F_z - F_{w,y}$ [1p]
 - A = oppervlakte van de doorsnede van de granaat = $\pi \cdot r^2$ [1p] (Binas 36B), met:
 r = straal van de doorsnede = $\frac{1}{2} \cdot \text{diameter} = \frac{1}{2} \cdot 20 \text{ cm} = 10 \text{ cm} = 0,10 \text{ m}$
 Invullen: $A = \pi \cdot (0,10)^2 = 3,1 \cdot 10^{-2} \text{ (m}^2\text{)}$

- 2p 5 De granaat ondervindt onderweg luchtwerijving. Daardoor zal zijn snelheid in de y -richting als hij op de grond komt kleiner zijn dan toen hij werd weggeschoten. [1p] In een (y,t) -diagram vinden we de snelheid op een bepaald tijdstip door op dat tijdstip een raaklijn aan de grafiek te tekenen. Hoe steiler de raaklijn loopt, hoe groter de snelheid. In figuur 4a zien we dat de steilheid van de raaklijn vlak voordat de granaat de grond raakt kleiner is dan bij de start. Dat betekent dat figuur 4a het (y,t) -diagram is. [1p]

- 3p 6 – De granaat wordt schuin omhooggeschoten en houdt gedurende zijn vlucht een snelheid in de x -richting. [1p]
- Tijdens de vrije val werken er twee krachten op de granaat: de zwaartekracht (omlaag) en de kracht van de luchtwerijving (tegengesteld aan de bewegingsrichting). Hoe dichter de granaat de aarde nadert, hoe groter de dichtheid van de atmosfeer en hoe groter de luchtwerijving. [1p] Daardoor ondervindt de granaat aan het eind van de beweging zo'n grote luchtweeringskracht dat de verticale component van de resulterende kracht tegengesteld is aan de bewegingsrichting. De snelheid van de granaat zal dan afnemen. [1p]
- 3p 7 – In het (v,t) -diagram van figuur 5 geeft de oppervlakte onder de grafiek de grootte van de door de granaat afgelegde weg. [1p] De afstand tussen het kanon en de inslag van de granaat is de weg die de granaat horizontaal (dus in de x -richting) heeft afgelegd.
- De granaat beschrijft een kromme baan in de ruimte. Deze baan heeft een grotere lengte dan de rechte baan die de granaat in de x -richting heeft afgelegd. [1p] De afstand die Fabian heeft gevonden is dus te groot. [1p]

Elektrische gitaar

- 2p 8 Zie tekening 1.
 De bovenkant van de permanente magneet is een noordpool (N). Hierdoor zullen aan de onderkant van de roestvrijstalen snaar zuidpolen (Z) ontstaan. [1p]
 Daardoor ontstaan er aan de bovenkant van de snaar tegengestelde noordpolen. [1p]



tekening 1

3p

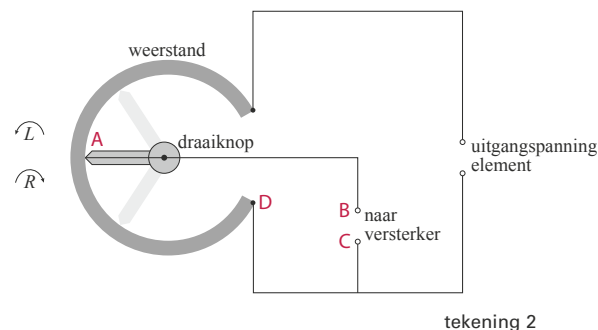
9 Zie tekening 2.

De weerstand AD (A is het uiteinde van de draaiknop) is parallel geschakeld aan de versterker, met aansluitpunten B en C.

Er geldt dus: $U_{AD} = U_{BC}$. [1p]

Als er een kleinere spanning naar de versterker moet worden gestuurd, zal de spanning over de punten A en D dus kleiner moeten worden $\Rightarrow$ de weerstand tussen A en D moet kleiner worden. [1p]

Dat wordt bereikt door de draaiknop linksom (L) te draaien. [1p]



tekening 2

5p

10 We berekenen de frequentie f van de grondtoon van de E-snaar met:

$$v = \lambda \cdot f \text{ [1p]} \text{ (Binas 35B2)} \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda}, \text{ waarin:}$$

v = golfsnelheid van de golf in de snaar. Er geldt:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \text{ en } \mu = \frac{m}{\ell} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F \cdot \ell}{m}}, \text{ met:}$$

$$F = \text{spankracht in de snaar} = 1,5 \cdot 10^2 \text{ N}$$

$$\mu = \text{massa per lengte-eenheid van de snaar}$$

$$m = \text{massa van de snaar}$$

$$\text{Er geldt: } m = \rho \cdot V \text{ [1p]} \text{ (Binas 35C1), met:}$$

$$\rho = \text{dichtheid van roestvrij staal} = 7,8 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3} \text{ (Binas 3)}$$

$$V = \text{volume van de snaar} = A \cdot \ell = \pi \cdot r^2 \cdot \ell \text{ (Binas 36B) =}$$

$$= \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \ell \text{ [1p]} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \ell, \text{ met:}$$

$$A = \text{oppervlakte van de doorsnede van de snaar}$$

$$\ell = \text{lengte van de snaar} = 64,5 \text{ cm} = 64,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$r = \text{straal van de doorsnede van de snaar}$$

$$d = \text{diameter van de snaar} = 1,42 \text{ mm} = 1,42 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{zodat: } V = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot (1,42 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 64,5 \cdot 10^{-2} = 1,02 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$\text{zodat: } m = 7,8 \cdot 10^3 \cdot 1,02 \cdot 10^{-6} = 7,96 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$\ell = \text{lengte van de snaar} = 64,5 \text{ cm} = 64,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{zodat: } v = \sqrt{\frac{1,5 \cdot 10^2 \cdot 64,5 \cdot 10^{-2}}{7,96 \cdot 10^{-3}}} = 110 \text{ m s}^{-1}$$

λ = golflengte van de golf in de snaar. De snaar brengt zijn grondtoon voort, dus geldt: $\ell = \frac{1}{2} \cdot \lambda$ [1p] (Binas 35B2) $\Rightarrow \lambda = 2 \cdot \ell$ met:

$$\ell = \text{lengte van de snaar} = 64,5 \text{ cm} = 64,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{zodat: } \lambda = 2 \cdot 64,5 \cdot 10^{-2} = 1,29 \text{ m}$$

$$\text{Invullen: } f = \frac{110}{1,29} = 85 \text{ Hz [1p]}$$

2p

11 We bepalen de frequentie f van de grondtoon van de E-snaar in de z-richting met:

$$f = \frac{1}{T} \text{ (Binas 35B1), waarin:}$$

$$T = \text{trillingstijd van de snaar}$$

$$\text{In figuur 5 lezen we af: } 4,25 \cdot T = 0,050 \text{ s} \Rightarrow T = \frac{0,050}{4,25} = 0,118 \text{ s [1p]}$$

$$\text{Invullen: } f = \frac{1}{0,118} = 85 \text{ Hz [1p]}$$

Deze frequentie komt overeen met de frequentie van de grondtoon van de E-snaar.

2p

12 Er geldt: $U_{\text{ind}} \propto \frac{d\Phi}{dt}$ (Binas 35D4), waarin U_{ind} = opgewekte inductiespanning en $\frac{d\Phi}{dt}$ = fluxverandering per tijdseenheid.

Op het moment dat de snaar door de evenwichtsstand beweegt, is zijn snelheid maximaal [1p] en is dus ook de fluxverandering per tijdseenheid $\frac{d\Phi}{dt}$ maximaal. Op dat moment is dus ook de opgewekte inductiespanning U_{ind} maximaal. [1p]

3p

13 Als de snaar één volledige trilling uitvoert in de z-richting (dus in een richting loodrecht op het element, zie figuur 4), dan wordt de flux in die tijd één keer groter en kleiner. [1p]

Als de snaar één volledige trilling uitvoert in de y-richting (dus in een richting evenwijdig aan het element), dan wordt de flux in die tijd tweemaal groter en kleiner. [1p]

De frequentie van de spanning bij trillen in de y-richting is dus tweemaal zo groot als de frequentie van de spanning bij trillen in de z-richting. [1p]

3p

14 Als element 1 een boventoon niet of nauwelijks detecteert, bevindt zich boven het element een knoop van deze boventoon. [1p] De amplitude van de snaar is dan vrijwel 0. Er bevindt zich ook een knoop bij de brug. Bij de laagste boventoon die niet door element 1 wordt gedetecteerd, is de afstand tussen twee opeenvolgende knopen dus 2,3 cm (opgemeten in de uitwerkbijlage). Deze afstand komt overeen met $\frac{1}{2} \cdot \lambda$

De lengte van de snaar (= afstand tussen de brug en de topkam) is 9,2 cm (opgemeten in de uitwerkbijlage).

Nu geldt: $\frac{9,2}{2,3} = 4,0$. [1p] Er passen dus 4 halve golflengtes (= 2 hele golflengtes) op de snaar. Dit is de derde boventoon van de snaar.

Het juiste antwoord is dus **b derde boventoon**. [1p]

Voorwaarde voor een staande golf bij twee vaste uiteinden: $\ell = n \cdot \frac{1}{2} \lambda$ (Binas 35B2)

$$\text{grondtoon: } n = 1 \Rightarrow \ell = \frac{1}{2} \lambda$$

$$1^{\circ} \text{ boventoon: } n = 2 \Rightarrow \ell = \lambda$$

$$2^{\circ} \text{ boventoon: } n = 3 \Rightarrow \ell = 1\frac{1}{2} \lambda$$

$$3^{\circ} \text{ boventoon: } n = 4 \Rightarrow \ell = 2 \lambda$$

Elektronendiffractie

3p

15 Voor de de Broglie-golflengte λ geldt: $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$ [1p] (Binas 35E4 en 35A3) (1)

waarin $p = m \cdot v$ = impuls van het elektron.

Bij het versnellen van het elektron wordt elektrische energie E_{el} omgezet in kinetische energie E_{k} :

$$\Delta E_{\text{el}} = \Delta E_{\text{k}} \Rightarrow e \cdot U = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \text{ [1p]} \text{ (Binas 35D2 en 35A4)} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m}} \quad (2)$$

$$(2) \text{ invullen in (1): } \lambda = \frac{h}{m \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot e \cdot m \cdot U}} \text{ [1p]}$$

- 2p 16 Voor de de Broglie-golflengte λ geldt: $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot e \cdot m \cdot U}}$, waarin:

h = constante van Planck = $6,63 \cdot 10^{-34}$ J s (Binas 7A)

e = lading van een elektron = $1,60 \cdot 10^{-19}$ C (Binas 7A)

m = massa van een elektron = $9,11 \cdot 10^{-31}$ kg [1p] (Binas 7B)

U = versnellingsspanning = 5,0 kV = $5,0 \cdot 10^3$ V

$$\text{Invullen: } \lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 5,0 \cdot 10^3}} = 1,7 \cdot 10^{-11} \text{ m [1p]}$$

- 4p 17 Zie tekening 1.

– Het verschil in weglengte tussen de twee stralen is in de tekening aangegeven met de rode lijnstukken AB en BC. [1p]

– Er treedt constructieve interferentie (versterking) op als het weglengteverschil tussen de twee stralen een geheel aantal malen de golflengte λ is: weglengteverschil $\Delta s = n \cdot \lambda$ [1p] met $n = 1, 2, 3, \dots$

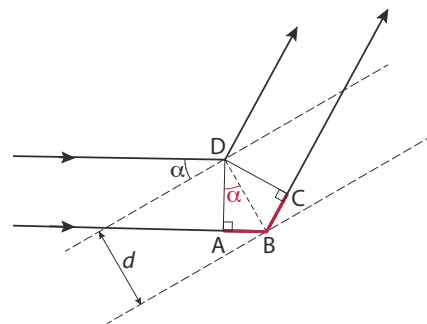
Nu geldt dat $\angle ADB = \alpha$, zodat:

$$\sin \alpha = \frac{AB}{DB} \text{ [1p]} \Rightarrow AB = DB \cdot \sin \alpha \Rightarrow AB = d \cdot \sin \alpha$$

$$\text{dus: } \Delta s = AB + BC = AB + AB = 2 \cdot AB = 2 \cdot d \cdot \sin \alpha$$

$$\Rightarrow 2 \cdot d \cdot \sin \alpha = n \cdot \lambda \text{ met } n = 1, 2, 3, \dots \text{ [1p]}$$

Ga zelf na dat $\angle ADB = \alpha$



tekening 1

- 2p 18 Bij een polykristallijne laag geldt ook dat er constructieve interferentie optreedt als geldt: $2 \cdot d \cdot \sin \alpha = n \cdot \lambda$ [1p]

Als de de Broglie-golflengte λ hetzelfde blijft, zal bij lijnen die een kleinere afstand d ten opzichte van elkaar hebben de factor $\sin \alpha$ dus groter zijn. Dan is de hoek α dus ook groter.

De kleinere afstand d_1 hoort dus bij de buitenste ring. [1p]

- 2p 19 Bij lage versnellingsspanningen U zal de snelheid v van de elektronen kleiner zijn

$$(e \cdot U = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2; \text{ zie antwoord 15}). \text{ Dan zal volgens } \lambda = \frac{h}{m \cdot v} \text{ (Binas 35E4)}$$

de de Broglie-golflengte λ groter zijn. [1p] Bij te grote waarden van λ zal er geen constructieve interferentie optreden. [1p]

Voor het weglengteverschil Δs tussen twee stralen geldt: $\Delta s = 2 \cdot d \cdot \sin \alpha = \lambda$

Het weglengteverschil tussen twee stralen kan dus maximaal gelijk zijn aan $2d$ (dan is $\sin \alpha = 1$). λ moet dus kleiner zijn dan $2d$.

- 4p 20 Zie tekening 2.

We bepalen de grootte van d voor de buitenste ring door gebruik te maken van de bovenste reeks metingen. Teken een rechte lijn die zo goed mogelijk door de meetpunten gaat. [1p]

$$\text{Er geldt: } r = \frac{2 \cdot R}{d} \cdot n \cdot \lambda, \text{ waarin } n = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r = \frac{2 \cdot R}{d} \cdot \lambda$$

Nu geldt:

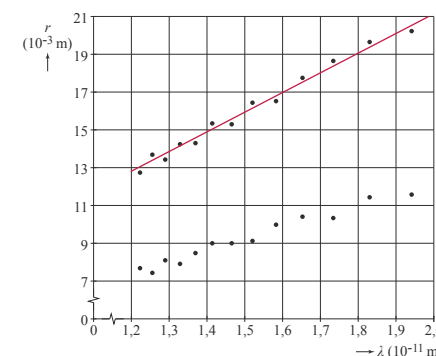
$$\text{helling} = \frac{2 \cdot R}{d} \text{ [1p]} =$$

$$= \frac{21 \cdot 10^{-3} - 13 \cdot 10^{-3}}{1,98 \cdot 10^{-11} - 1,22 \cdot 10^{-11}} \text{ [1p]} =$$

$$= 1,05 \cdot 10^9 \Rightarrow d = \frac{2 \cdot R}{1,05 \cdot 10^9}, \text{ waarin:}$$

R = straal van de bol van de diffractiebus = 65 mm = $65 \cdot 10^{-3}$ m

$$\text{Invullen: } d = \frac{2 \cdot 65 \cdot 10^{-3}}{1,05 \cdot 10^9} = 1,2 \cdot 10^{-10} \text{ m [1p]}$$



tekening 2

Gamma-chirurgie

- 3p 21 ${}^{60}_{27}\text{Co} \rightarrow {}^{60}_{28}\text{Ni} + {}^0_{-1}\text{e} + 2 {}^0_0\gamma$
- Kobalt (Co) heeft atoomnummer 27 (Binas 25A, 40A of 99).
 - β^- -straling (elektronen) wordt aangegeven met ${}^0_{-1}\text{e}$. [1p]
 - Links en rechts van de $\rightarrow$ moet de som van de atoomnummers gelijk zijn. De kern die ontstaat heeft dus atoomnummer $27 - (-1) = 28$. Dit is het element nikkel (Ni) (Binas 25A, 40A of 99).
 - Links en rechts van de $\rightarrow$ moet de som van de massagetalen gelijk zijn. Het massagetal van Ni-28 is dus $60 - 0 = 60$. [1p]
 - Bij dit verval komen twee fotonen (${}^0_0\gamma$) vrij (γ_1 en γ_2). [1p]

- 3p 22 De golflengte λ van γ_2 berekenen we met:

$$E_{\gamma_2} = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda} \text{ [1p]} \text{ (Binas 35E2)} \Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{E_{\gamma_2}}, \text{ waarin:}$$

$$E_{\gamma_2} = \text{energie van de } \gamma\text{-straling} = 1,33 \text{ MeV} = 1,33 \cdot 10^6 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J [1p]} \text{ (Binas 5)}$$

$$h = \text{constante van Planck} = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s (Binas 7A)}$$

$$f = \text{frequentie van de } \gamma\text{-straling}$$

$$c = \text{lichtsnelheid} = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} \text{ (Binas 7A)}$$

$$\text{Invullen: } \lambda = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 2,998 \cdot 10^8}{1,33 \cdot 10^6 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}} = 9,32 \cdot 10^{-13} \text{ m [1p]}$$

- 4p 23 We berekenen de massa m van het kobalt-60 in een bron met:

$$m = N \cdot m_{\text{at}} \text{ [1p]}, \text{ waarin:}$$

N = aantal radioactieve kernen in de bron

$$\text{Er geldt: } A = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot N \text{ [1p]} \text{ (Binas 35E3)} \Rightarrow N = \frac{A \cdot t_{1/2}}{\ln 2}, \text{ met:}$$

$$A = \text{activiteit van kobalt-60 in de bron} = 1,1 \text{ TBq} = 1,1 \cdot 10^{12} \text{ Bq} \text{ (Binas 2)}$$

$$t_{1/2} = \text{halveringstijd van kobalt-60} = 5,27 \text{ y [1p]} \text{ (Binas 25A)} = 5,27 \cdot 3,15 \cdot 10^7 \text{ s (Binas 5)}$$

$$\text{zodat: } N = \frac{1,1 \cdot 10^{12} \cdot 5,27 \cdot 3,15 \cdot 10^7}{\ln 2} = 2,63 \cdot 10^{20}$$

$$m_{\text{at}} = \text{atoommassa van } {}^{60}_{27}\text{Co} = 60 \cdot u \text{ (} u = \text{atomaire massa-eenheid, Binas 7B)} = 60 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\text{Invullen: } m = 2,63 \cdot 10^{20} \cdot 60 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} = 2,6 \cdot 10^{-5} \text{ kg [1p]}$$

- 5p 24 We berekenen de tijd t die de patiënt moet worden bestraald met:

$$t = \frac{D_{\text{nodig}}}{D_{1\text{s}}}, \text{ waarin:}$$

$$D_{\text{nodig}} = \text{benodigde stralingsdosis} = 150 \text{ Gy}$$

$$D_{1\text{s}} = \text{stralingsdosis in één seconde}$$

$$\text{Er geldt: } D_{1\text{s}} = \frac{E_{1\text{s}}}{m} \text{ [1p]} \text{ (Binas 35E3), met:}$$

$$E_{1\text{s}} = \text{hoeveelheid geabsorbeerde energie in de tumor in één seconde}$$

Per seconde worden door de tumor $3,5 \cdot 10^9$ γ -fotonparen geabsorbeerd.

Bij het radioactief verval komen er twee γ -fotonen vrij:

één foton met een energie van $(1,48 - 0,31) \text{ MeV} = 1,17 \text{ MeV}$ en

één foton met een energie van $1,33 \text{ MeV}$ (zie figuur 2, manier 1).

Dat is per verval: $1,17 + 1,33 = 2,50 \text{ MeV}$ [1p] $\Rightarrow$

$$\Rightarrow E_{1\text{s}} = 3,5 \cdot 10^9 \cdot 2,50 \text{ MeV} = 3,5 \cdot 10^9 \cdot 2,50 \cdot 10^6 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ (Binas 5)} = 1,40 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

$$m = \text{massa van de tumor. Er geldt: } m = \rho \cdot V \text{ [1p]} \text{ (Binas 35C1), met:}$$

$$\rho = \text{dichtheid van de tumor} = \text{dichtheid van water} = 0,998 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3} \text{ (Binas 11)}$$

$$V = \text{volume van de tumor} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \text{ [1p]} \text{ (Binas 36B), met:}$$

$$r = \text{straal van de bol} = \frac{1}{2} \cdot \text{diameter van de bol} = \frac{1}{2} \cdot 3,0 \text{ cm} = 1,5 \text{ cm} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{zodat: } V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (1,5 \cdot 10^{-2})^3 = 1,41 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$\text{zodat: } m = 0,998 \cdot 10^3 \cdot 1,41 \cdot 10^{-5} = 1,41 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$$

$$\text{zodat: } D_{1\text{s}} = \frac{1,40 \cdot 10^{-3}}{1,41 \cdot 10^{-2}} = 9,93 \cdot 10^{-2} \text{ Gy}$$

$$\text{Invullen: } t = \frac{150}{9,93 \cdot 10^{-2}} = 1,5 \cdot 10^3 \text{ s [1p]} \left(= \frac{1,5 \cdot 10^3}{60} \text{ min} = 25 \text{ min} \right)$$

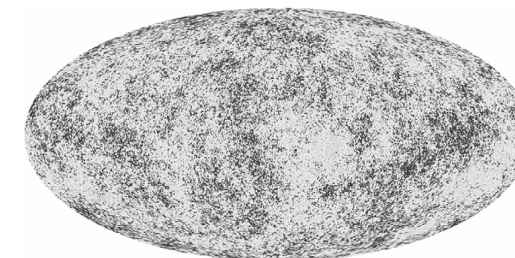
- 2p 25 In de loop van een aantal jaren zal de activiteit van kobalt-60 door het radioactieve verval kleiner worden (de halveringstijd van kobalt-60 is $5,27 \text{ y}$). [1p] De door de bronnen uitgestraalde energie zal afnemen en de tumor zal dus minder energie absorberen. Om toch een gelijke stralingsdosis te realiseren, moet de patiënt dus langer worden bestraald. [1p]

Examen 2021-I

Planck

Kosmische achtergrondstraling is de straling die in het jonge heelal als warmtestraling ontstond. De meest gedetailleerde kaart van de kosmische achtergrondstraling laat intensiteitsverschillen van slechts 0,001% zien (zie figuur 1). De beelden konden verzameld worden dankzij de Planck-satelliet van de Europese ruimtevaartorganisatie ESA. De kosmische achtergrondstraling wordt nu waargenomen als microgolfstraling.

figuur 1

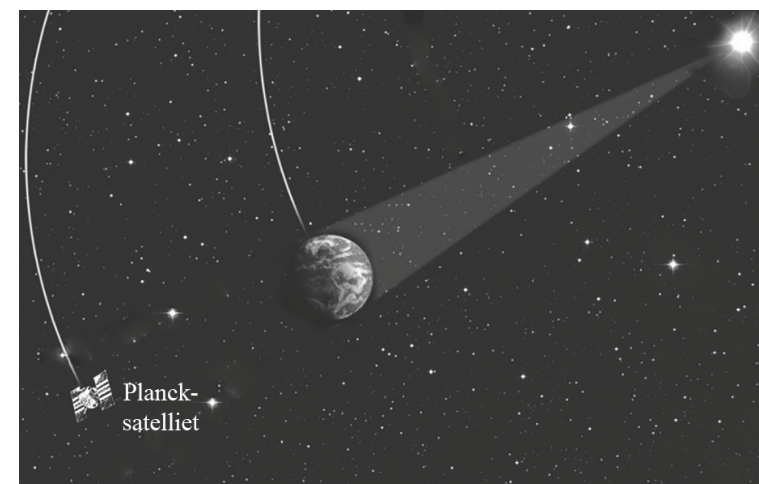


De opnamen voor de kaart van figuur 1 kunnen vanwege de aardatmosfeer niet vanaf het aardoppervlak gemaakt zijn.

- 1p 1 Geef hiervoor een reden.

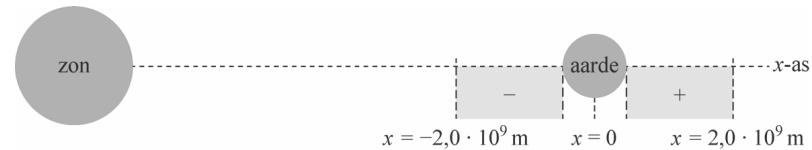
De Planck-satelliet draait rondjes om de zon. Hij heeft zijn metingen verricht vanuit een speciaal punt in de ruimte: het Lagrangepunt L_2 . Het Lagrangepunt L_2 ligt in het verlengde van de verbindinglijn van de zon naar de aarde en in dit punt is de omlooptijd van de satelliet gelijk aan die van de aarde. Zie figuur 2.

figuur 2



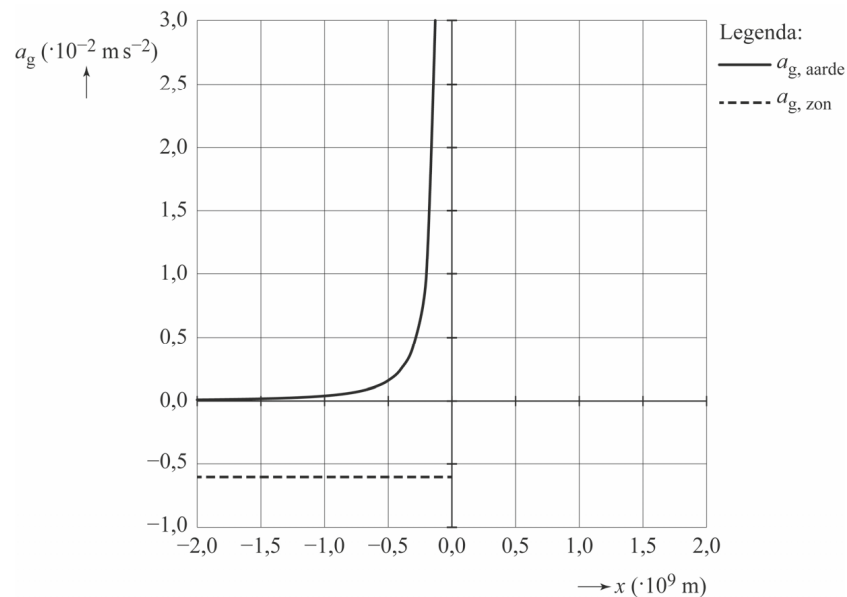
Thijs voert een modelstudie uit om te bepalen op welke afstand van de aarde het Lagrange punt L_2 zich bevindt. In zijn model is de x-as de verbindinglijn van de zon naar de aarde. Thijs beperkt zich in zijn onderzoek tot het gebied op de x-as waarvoor geldt dat de afstand x tot het middelpunt van de aarde kleiner is dan $2,0 \cdot 10^9$ m en groter dan of gelijk aan de straal van de aarde. Zie figuur 3. Deze figuur is niet op schaal. In zijn model definieert Thijs de richting naar rechts in de figuur als positief. Hoewel het Lagrange punt L_2 rechts van de aarde ligt, bekijkt Thijs dus ook wat er gebeurt bij negatieve waarden van x .

figuur 3



Thijs berekent met zijn model hoe de gravitatieversnelling ten gevolge van de zon, $a_{g, \text{zon}}$, en die ten gevolge van de aarde, $a_{g, \text{aarde}}$, afhangen van x (zie figuur 4).

figuur 4



Thijs heeft ervoor gezorgd dat zijn model zo goed mogelijk aan de werkelijkheid voldoet.

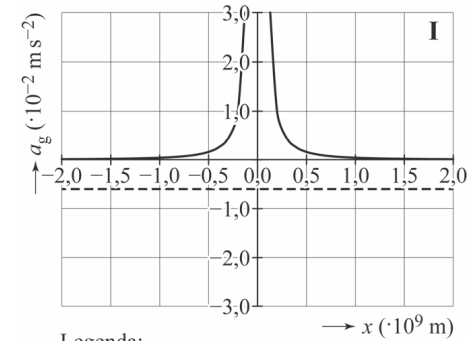
- 2p 2 Beantwoord de volgende twee vragen:
- Bij welke $|x|$ wordt de waarde van $a_{g, \text{aarde}}$ maximaal in het model?
 - Geef de grootte van deze maximale waarde van $a_{g, \text{aarde}}$.

Van de modelwaarden van $a_{g, \text{zon}}$ en $a_{g, \text{aarde}}$ zijn in figuur 4 alleen de grafieklijnen bij negatieve waarden van x weergegeven. In figuur 5 zijn vier mogelijkheden gegeven van hoe de gehele grafiek, $x = 2,0 \cdot 10^9$ m, tot kan lopen.

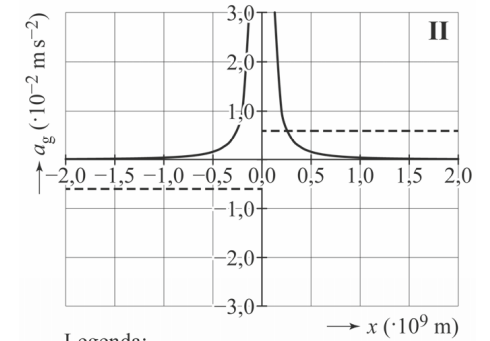
3p

- 3 Leg uit welke van de vier grafieken (I, II, III of IV) de situatie juist weergeeft.

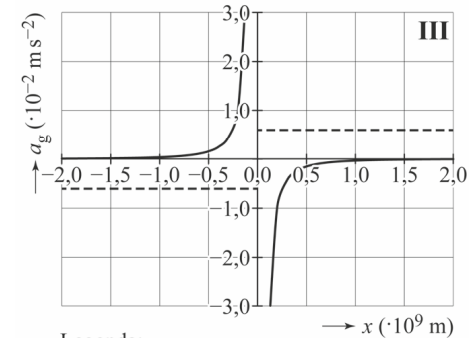
figuur 5



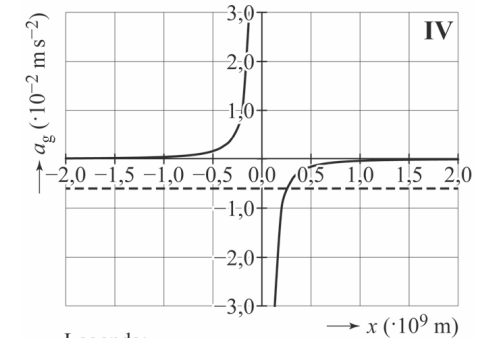
Legenda:
 — $a_{g, \text{aarde}}$
 - - - $a_{g, \text{zon}}$



Legenda:
 — $a_{g, \text{aarde}}$
 - - - $a_{g, \text{zon}}$



Legenda:
 — $a_{g, \text{aarde}}$
 - - - $a_{g, \text{zon}}$



Legenda:
 — $a_{g, \text{aarde}}$
 - - - $a_{g, \text{zon}}$

Als een voorwerp een cirkelbeweging om een hemellichaam beschrijft, geldt de volgende formule:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r}{a}} \quad (1)$$

Hierin is:

- T de omlooptijd om het hemellichaam in s
- r de baanstraal in m
- a de grootte van de gravitatieversnelling ten gevolge van het hemellichaam in m s^{-2}

4p

- 4 Leid formule (1) af gebruikmakend van formules uit een tabellenboek.

De Planck-satelliet in het Lagrangepunt L_2 ondervindt zowel een gravitatiekracht van de zon als een gravitatiekracht van de aarde. Als gevolg daarvan luidt de formule voor de omlooptijd van de satelliet als volgt:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r}{a_{g, \text{res}}}} \quad (2)$$

Hierin is:

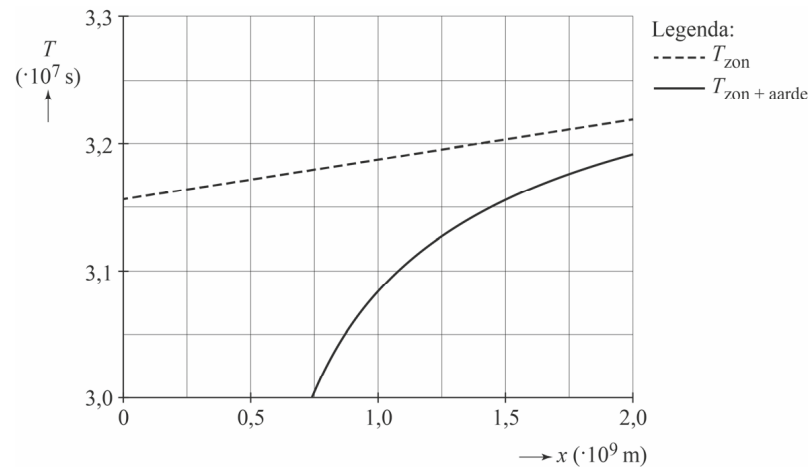
- T de omlooptijd om de zon in s
- r de baanstraal in m
- $a_{g, \text{res}}$ de grootte van de gravitatieversnelling ten gevolge van de resulterende gravitatiekracht in ms^{-2}

De baanstraal van de Planck-satelliet in het Lagrangepunt L_2 is groter dan de baanstraal van de aarde. Toch is de omlooptijd T van de Planck-satelliet gelijk aan die van de aarde.

- 2p 5 Leg met behulp van formule (2) uit dat dat mogelijk is.

Om te bepalen op welke afstand van de aarde het Lagrangepunt L_2 zich bevindt, berekent Thijs met zijn model bij verschillende waarden van x de omlooptijd T om de zon van een voorwerp dat zich bevindt op de verbindinglijn van de zon naar de aarde. Hij beperkt zich tot alleen de positieve waarden van x . Zijn resultaten zijn weergegeven in figuur 6.

figuur 6



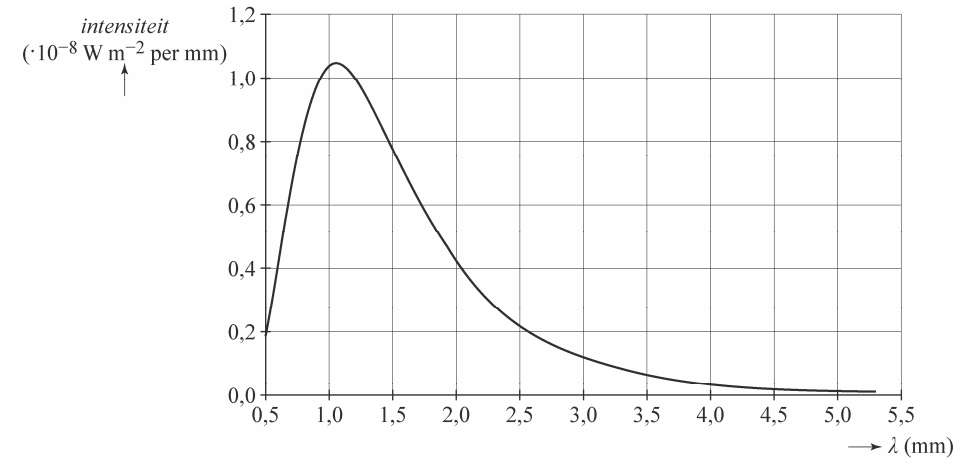
T_{zon} is de berekende omlooptijd als alleen de zon aanwezig zou zijn.

$T_{\text{zon} + \text{aarde}}$ is de berekende omlooptijd als er rekening wordt gehouden met de aanwezigheid van zowel de zon als de aarde.

- 3p 6 Bepaal met behulp van figuur 6 de afstand van het Lagrangepunt L_2 tot het midden van de aarde.

De Planck-satelliet verrichtte metingen vanuit het Lagrangepunt L_2 . In figuur 7 staat de stralingskromme van de kosmische achtergrondstraling die de satelliet heeft gemeten.

figuur 7



De temperatuur van de kosmische achtergrondstraling is gedefinieerd als de temperatuur van een voorwerp met de stralingskromme van figuur 7.

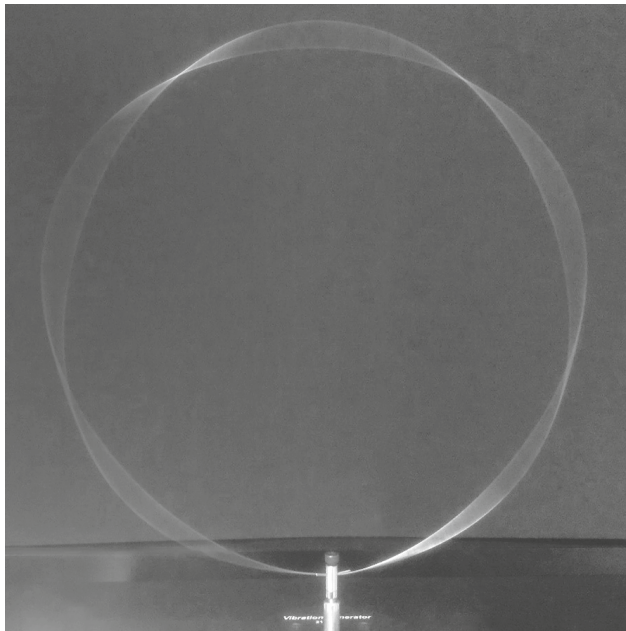
- 3p 7 Bepaal de temperatuur van de kosmische achtergrondstraling.

Cirkelgolf

Roland en Arno bouwen de opstelling zoals schematisch weergegeven in figuur 1. In deze opstelling is een toongenerator verbonden met een trillingsapparaat. Aan het trillingsapparaat is een cirkelvormige metalen lus gekoppeld. Deze lus heeft een diameter van 24,5 cm.

Bij bepaalde ingestelde frequenties op de toongenerator ontstaat er een staande golf in de cirkelvormige lus. In figuur 2 is een voorbeeld van zo'n staande golf te zien.

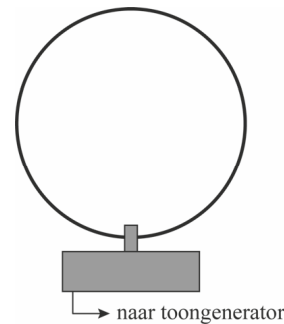
figuur 2



De plek waar de lus aan het trillingsapparaat bevestigd is, mag beschouwd worden als een knoop.

Roland en Arno trekken op basis van figuur 2 de conclusie dat de golfsnelheid in de lus niet overal gelijk kan zijn.

figuur 1



- 2p 8 Leg uit hoe dit volgt uit figuur 2 met behulp van een formule uit een tabellenboek.

Op het moment dat de foto van figuur 2 gemaakt werd, stond de toongenerator ingesteld op 69 Hz.

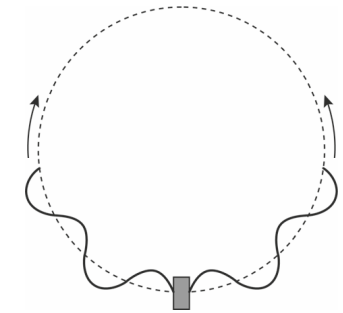
- 4p 9 Bepaal de gemiddelde golfsnelheid in de lus bij deze frequentie.

Roland en Arno variëren de frequentie van de toongenerator en kijken wanneer er een staande golf in de lus ontstaat. Hun waarnemingen staan in figuur 3.

figuur 3

aantal buiken	f (Hz)
3	19
5	69
7	$1,6 \cdot 10^2$
9	$2,6 \cdot 10^2$
11	$3,8 \cdot 10^2$

figuur 4



Het valt Roland en Arno op dat er alleen staande golven met een oneven aantal buiken in de lus ontstaan. In het bovenste punt van de lus ontstaat dus altijd een buik. In de lus beweegt een golf in de richting van de wijzers van de klok en een golf in de tegengestelde richting. Dit is schematisch weergegeven in figuur 4. Deze twee lopende golven interfereren met elkaar. Op plaatsen met constructieve interferentie ontstaan buiken en op plaatsen met destructieve interferentie ontstaan knopen.

- 3p 10 Voer de volgende opdrachten uit:
- Leg uit dat er in het bovenste punt van de lus alleen een buik kan ontstaan.
 - Geef aan waarom er in die situatie alleen staande golven kunnen ontstaan met een oneven aantal buiken.

Roland en Arno gaan op zoek naar het verband tussen de frequentie van het trillingsapparaat en het aantal buiken dat in de lus ontstaat. Uit de meetresultaten in figuur 3 trekken ze de conclusie dat er onmogelijk sprake kan zijn van een recht evenredig verband.

- 3p 11 Toon met een berekening aan dat die conclusie juist is.

Via een trial-and-errormethode komen Roland en Arno tot het volgende verband tussen de frequentie en het aantal buiken in de lus:

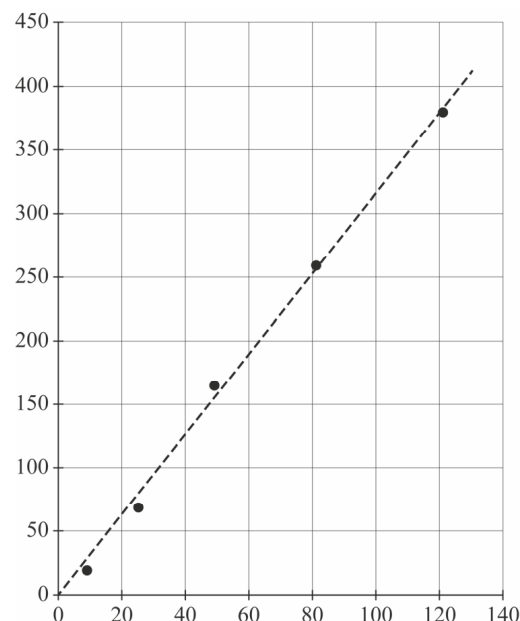
$$f = cn^2 \quad (1)$$

Hierin is:

- f de frequentie in Hz
- c een constante
- n het aantal buiken in de lus

In de grafiek van figuur 5 staan de meetresultaten uit figuur 3 grafisch weergegeven na een coördinatentransformatie. Het bijschrift bij beide assen is nog niet gegeven.

figuur 5



- 5p 12 Voer de volgende opdrachten uit:
- Geef het bijschrift dat vermeld moet worden bij de horizontale as.
 - Geef het bijschrift dat vermeld moet worden bij de verticale as.
 - Bepaal met behulp van figuur 5 de constante c in formule (1). Geef je antwoord in drie significante cijfers en met de juiste eenheid.

Roland en Arno vragen zich af of de constante c wel in drie significante cijfers mag worden opgegeven. Roland denkt dat de waarde moet worden opgegeven in één significant cijfer omdat het aantal buiken ook in één significant cijfer is opgegeven. Arno denkt dat met de gebruikte methode de waarde in drie significante cijfers kan worden opgegeven, hoewel de frequenties in twee significante cijfers zijn bepaald.

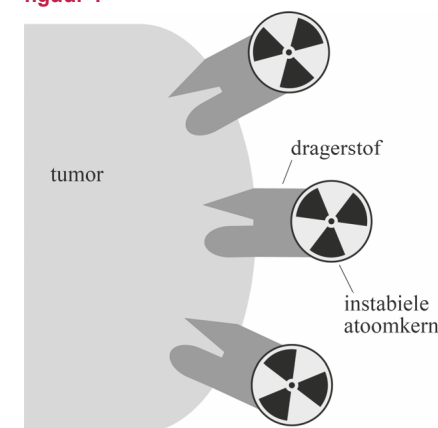
- 3p 13 Voer de volgende opdrachten uit:
- Geef aan waarom Roland geen gelijk heeft.
 - Leg uit dat de gedachte van Arno verdedigbaar is.

Alfanuclidetherapie

In de nuclidetherapie worden tumoren van binnen in het lichaam bestraald met behulp van instabiele atoomkernen. Deze atoomkernen kunnen alfa- of bètastralers zijn. Door de instabiele atoomkernen te koppelen aan een zogenaamde dragerstof, een stof die zich specifiek aan de tumor kan hechten, kan een heel gerichte bestraling worden bereikt. Zie figuur 1.

Bij het afrekenen van de alfa- of bètadeeltjes tijdens hun weg door het tumorweefsel, komt energie vrij. Wanneer deze energie plaatselijk groot genoeg is, zal dat leiden tot het afsterven van tumorcellen.

figuur 1



De hoeveelheid energie die een ioniserend deeltje per eenheid van weglengte afgeeft aan de omringende materie wordt de LET -waarde genoemd. LET staat voor 'lineaire energie-overdracht' en is gedefinieerd volgens:

$$LET\text{-waarde} = -\frac{dE}{dx} \quad (1)$$

Hierin is:

- E de energie in keV
- x de weglengte in μm

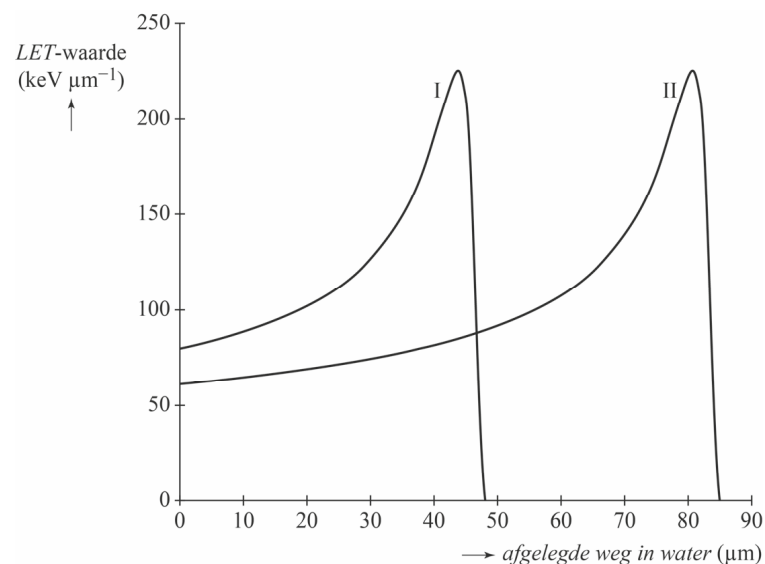
De LET -waarde kan ook geïnterpreteerd worden als de 'stopkracht' die werkt op het deeltje. De eenheid van LET -waarde is $\text{keV } \mu\text{m}^{-1}$.

- 2p 14 Leid af dat ook newton (N) een eenheid van LET -waarde is.

Alfastralers leiden in het algemeen tot hogere LET -waarden dan bètastralers, en zijn om die reden geschikter voor nuclidetherapie.

Van twee alfastralers, I en II, is gemeten hoe de LET -waarde varieert met de afgelegde weg in water. Zie figuur 2. Het gedrag in water is vergelijkbaar met dat in weefsel.

figuur 2



In figuur 2 is te zien dat de *LET*-waarde een maximum heeft. Voordat dit maximum bereikt wordt, geldt voor een alfadeeltje: hoe lager de snelheid, hoe hoger de *LET*-waarde.

2p 15 Leg dit uit met behulp van figuur 2.

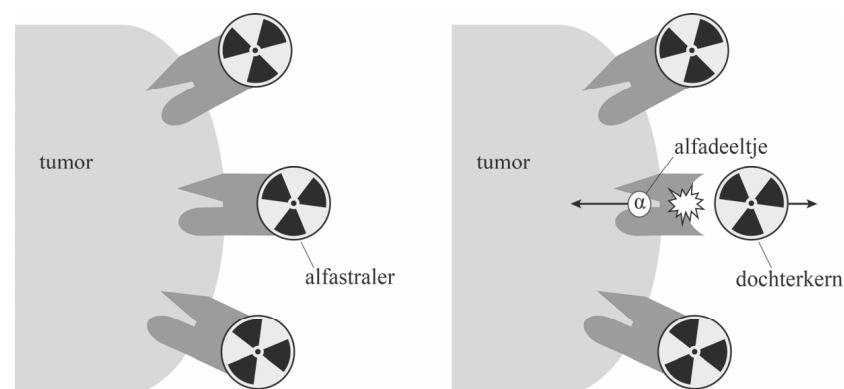
De alfadeeltjes van alfastraler I hebben bij binnenkomst een hogere *LET*-waarde dan de alfadeeltjes van alfastraler II. Alfadeeltjes van alfastraler I komen dus met een lagere kinetische energie het water in dan alfadeeltjes van alfastraler II.

4p 16 Leg uit op welke andere **twee** manieren dat is af leiden uit figuur 2.

Alfastralers zijn geschikter voor nuclidetherapie dan bètastralers, maar ze kennen ook een praktisch nadeel dat bij het gebruik van bètastralers niet optreedt. Het uitzenden van een alfadeeltje leidt tot een grote terugslag van de dochterkern. Door deze terugslag kan de dochterkern zich losrukken van de dragerstof. Een dochterkern is zelf vaak ook instabiel.

Zie de schematische weergave in figuur 3.

figuur 3



2p 17 Leg uit welk nadeel er optreedt voor de patiënt wanneer de dochterkern loskomt van de dragerstof.

De grootte van de terugslag is recht evenredig met de grootte van de impuls van het uitgezonden deeltje.

Voor de impuls van een deeltje geldt:

$$p = \sqrt{2E_k m} \quad (2)$$

Hierin is:

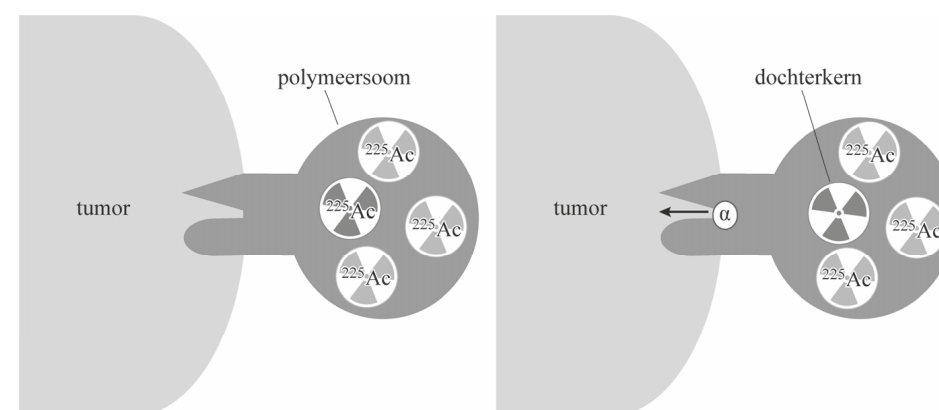
- p de impuls in kg m s^{-1}
- E_k de kinetische energie in J
- m de massa in kg

5p 18 Voer de volgende opdrachten uit:

- Leid formule (2) af gebruikmakend van formules uit een tabellenboek.
- Toon aan dat, bij gelijke energieën, de impuls van een alfadeeltje 85 maal zo groot is als de impuls van een bèdadeeltje.

Om te voorkomen dat de dochterkern zich losrukt van de dragerstof, is aan de TU Delft onderzocht of het mogelijk is om alfastralers in te kapselen in kleine bolletjes, zogenaamde polymeersomen. De dochterkernen van de alfastralers blijven dan gevangen in het polymeersoos. Als alfastraler wordt vaak actinium-225 gebruikt. In figuur 4 is dit schematisch weergegeven.

figuur 4

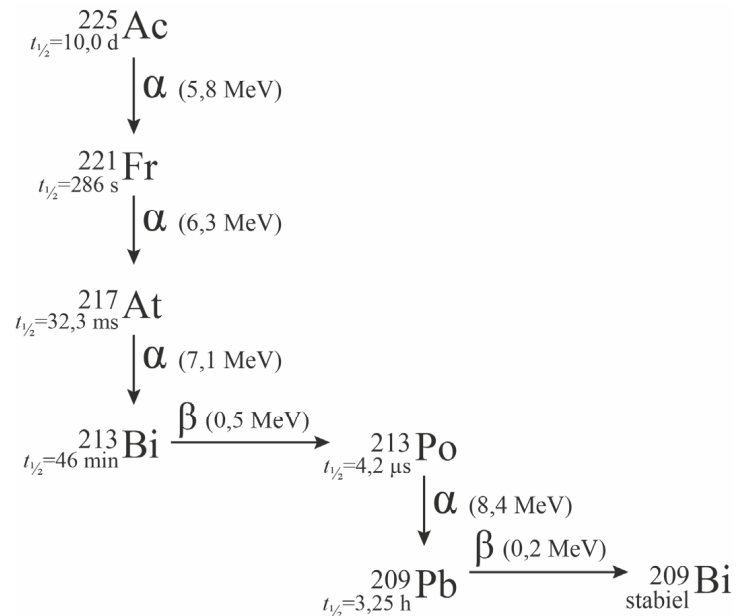


Er zijn tests uitgevoerd met polymeersomen die bij inbreng in het lichaam elk een hoeveelheid actinium-225 bevatten met een activiteit van 0,10 kBq.

4p 19 Bereken de massa actinium-225 per polymeersoos bij inbreng in het lichaam.

In figuur 5 is de meest voorkomende vervalreeks gegeven van actinium-225 tot aan het stabiele bismut-209.

figuur 5



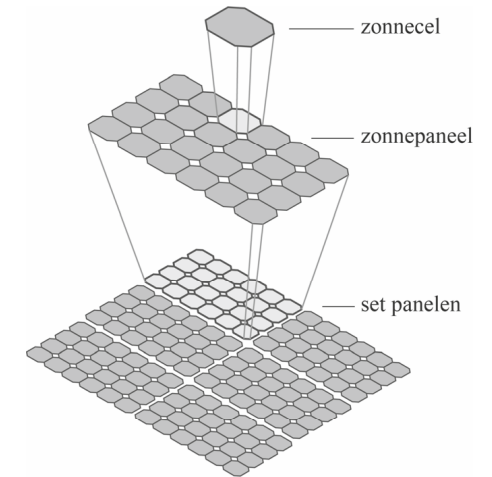
Het dosisequivalent dat de tumor ontvangt, wordt groter doordat de dochterkernen van actinium-225 gevangen blijven in het polymeersoom.

- 4p 20 Voer de volgende opdrachten uit:
- Geef twee redenen waarom er in de bepaling van het dosisequivalent alleen rekening gehouden hoeft te worden met het alfaverval.
 - Bepaal, met behulp van figuur 5, hoeveel keer zo groot dit dosisequivalent is bij gebruik van een polymeersoom.

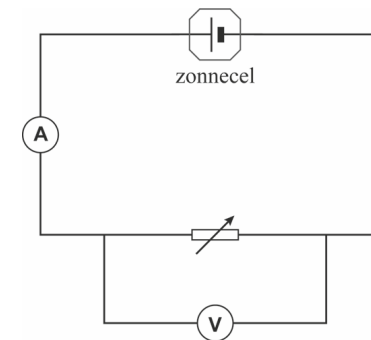
Zonnepanelen

Een zonnepaneel bestaat uit een aantal zonnecellen die in serie geschakeld zijn. Zonnepanelen kunnen weer in een grotere schakeling opgenomen worden en bijvoorbeeld op een dak geplaatst worden. Zie figuur 1. Femke en Lotta onderzoeken hoe het vermogen dat een zonnecel levert, afhangt van de grootte van de weerstand die erop is aangesloten. Ze leggen één zonnecel in de zon. Op de zonnecel schijnt de zon met een constante intensiteit. Ze sluiten een variabele weerstand op de zonnecel aan en meten dan de stroom door en de spanning over de zonnecel. Zie figuur 2. Ze berekenen het vermogen dat de zonnecel levert en zetten hun resultaten in een grafiek, zie figuur 3.

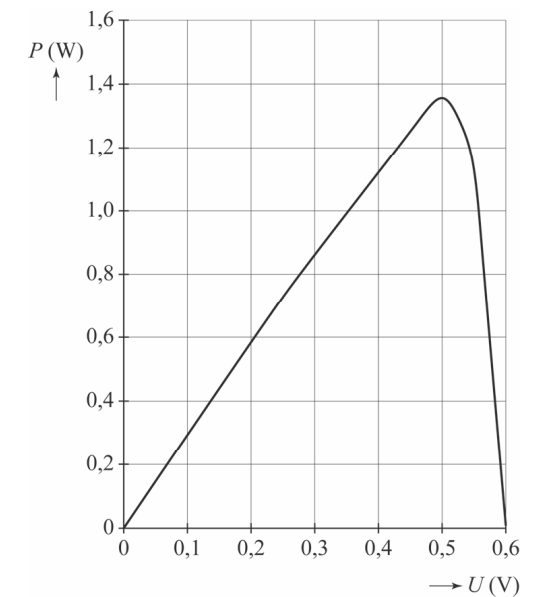
figuur 1



figuur 2



figuur 3



Bij een spanning van 0,50 V is het vermogen dat de zonnecel levert maximaal. De stroomsterkte is dan 2,7 A.

- 3p 21 Toon dat aan.

Eén zonnepaneel bestaat uit 24 zonnecellen die in serie geschakeld zijn. De spanning van elke zonnecel wordt stabiel op 0,50 V gehouden. Op de uitwerkbijlage staat een vereenvoudigd symbool van één zonnepaneel getekend.

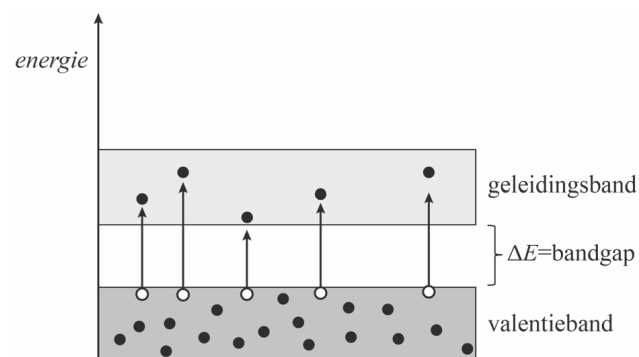
5p 22 Voer de volgende opdrachten uit:

- Toon aan dat de spanning over één zonnepaneel 12 V is.
- Teken op de uitwerkbijlage nog 5 zonnepanelen en verbind de 6 zonnepanelen zodat ze gezamenlijk een spanning van 36 V leveren.
- Bereken de stroomsterkte die deze schakeling levert als elk paneel belicht wordt met dezelfde zonne-intensiteit als in het onderzoek van Femke en Lotta.



Een zonnecel is gemaakt van een zogenaamd halfgeleidermateriaal. In een halfgeleider kan een elektron slechts in banden van zeer dicht bij elkaar gelegen energieniveaus bestaan. Twee van zulke banden zijn de valentieband en de geleidingsband. Daartussen zit bij een halfgeleider een energiesprong, de zogeheten bandgap (zie figuur 4). In de grondtoestand is de valentieband volledig bezet met elektronen. De geleidingsband is dan nog niet met elektronen bezet.

figuur 4



Een foton kan één elektron vrijmaken uit het atoomrooster. Dit gebeurt alleen als de energie van dat foton groot genoeg is (groter dan de bandgap). Het elektron gaat dan van een energieniveau in de valentieband naar een energieniveau in de geleidingsband. Als er elektronen in de geleidingsband zitten, wordt het materiaal geleidend en kan er een stroom gaan lopen.

2p 23 Femke merkt op dat het bovenstaande proces lijkt op het foto-elektrisch effect. Geef een overeenkomst en een verschil tussen het bovenstaande proces en het foto-elektrisch effect.

figuur 5

materiaal	bandgap in eV
CdTe	1,58
Ge	0,72
InSb	0,23
PbSe	0,27
Si	1,10
ZnS	3,60
ZnSe	2,70

In figuur 5 staat voor verschillende materialen de bandgap weergegeven. Femke en Lotta gebruiken een zonnecel gemaakt van silicium. Een bepaald foton brengt een elektron in de geleidingsband van deze zonnecel.

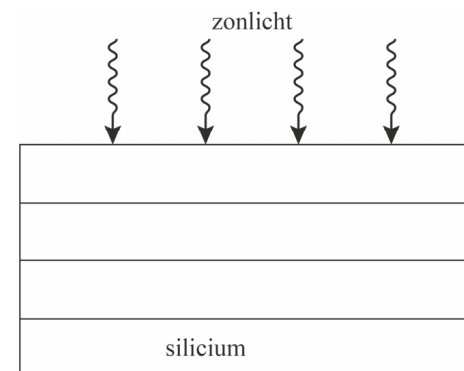
3p 24 Bepaal met behulp van figuur 5 wat de golflengte van dit foton maximaal kan zijn.

Zonlicht bestaat uit fotonen van verschillende energieën. Fotonen met meer energie dan nodig is om de bandgap te overbruggen, geven het overschot van hun energie af in de vorm van warmte. Hiermee daalt het rendement van een zonnecel. Om het rendement te verhogen worden dunne laagjes van andere halfgeleiders op het silicium aangebracht. Deze laagjes zijn zo dun dat fotonen erdoorheen kunnen gaan.

Op de uitwerkbijlage staat schematisch een dwarsdoorsnede van een zonnecel getekend, met drie dunne laagjes op het silicium. Ieder laagje is gemaakt van een ander materiaal uit figuur 5.

4p 25 Voer de volgende opdrachten uit:

- Geef op de uitwerkbijlage in iedere laag aan van welk materiaal uit figuur 5 deze laag gemaakt is.
- Leg je antwoord uit.



Hints bij examen 2021-I

- 1 Is de atmosfeer van de aarde homogeen?
- 2 – Wat is de kleinste waarde die $|x|$ kan aannemen?
– Zie Binas 7A.
- 3 Wat is de invloed van de aanwezigheid van de aarde op $a_{g,zon}$?
- 4 Zie Binas 35A2 en Binas 35A3.
- 5 Waar zijn $a_{g,zon}$ en $a_{g,aarde}$ gelijk gericht?
- 6 Bepaal eerst met figuur 6 de omlooptijd van de aarde om de zon.
- 7 Gebruik de wet van Wien.
- 8 Vergelijk de afstanden tussen de knopen.
- 9 Hoeveel golflengten passen er op de lus?
- 10 – Wat weet je van het faseverschil van twee golven bij constructieve interferentie?
– Links en rechts van het midden van de lus zijn er evenveel buiken.
- 11 Wanneer zijn twee grootheden recht evenredig met elkaar?
- 12 Wat weet je van de helling van de lijn in figuur 5?
- 13 – Het aantal buiken n wordt bepaald door te tellen, niet door te meten.
– Geeft aflezen in de grafiek meer of minder nauwkeurigheid?
- 14 Zie Binas 4.
- 15 Wat gebeurt er in het water met de snelheid van het alfadeeltje?
- 16 Wat stelt de oppervlakte onder de grafieken voor? En wat weet je van de dracht?
- 17 Bedenk dat de dochterkern niet meer gebonden is aan de dragerstof.
- 18 – Zie Binas 35A3 en 35A4.
– Zie Binas 7B en 25A.
- 19 Bereken eerst de hoeveelheid atomen actinium-225 in één polymeersoom.
- 20 – Welke eigenschappen van alfaverval bepalen het dosisequivalent?
– Hoe vaak vindt er in de vervalreeks alfaverval plaats?
- 21 Lees het maximale vermogen van een zonnecel af in figuur 3.
- 22 – De zonnecellen zijn in serie geschakeld.
– Maak gebruik van zowel serieschakelingen als parallelschakelingen.
– De stroomsterkte in één zonnecel is 2,7 A.
- 23 Wat gebeurt er met de elektronen als ze zijn losgemaakt?
- 24 Zie Binas 35E2.
- 25 Fotonen met de meeste energie moeten als eerste geabsorbeerd worden.

Uitwerkingen bij examen 2021-I

Planck

- 1p **1** – De atmosfeer van de aarde houdt een deel van de straling uit het microgolfgebied tegen.
– Op verschillende tijdstippen en op verschillende plaatsen is de samenstelling van de atmosfeer anders.
– In de atmosfeer wordt ook microgolfstraling gemeten die afkomstig is uit de omgeving.
- 2p **2** – De waarde van $a_{g,aarde}$ is maximaal op het aardoppervlak, dus bij $|x| = r_{aarde}$ [1p]
– De maximale waarde van $a_{g,aarde}$ is $9,8 \text{ m s}^{-2}$ (Binas 7A) [1p]
- 3p **3** Zie figuur 5.
De gravitatieversnelling $a_{g,zon}$ ten gevolge van de zon wordt niet beïnvloed door de aanwezigheid van de aarde. De gestippelde grafieklijn moet daarom een (vrijwel) horizontaal lopende lijn zijn. [1p]
De grafieken II en III vallen dus af.
De gravitatieversnelling $a_{g,aarde}$ ten gevolge van de aarde is voor negatieve waarden van x naar rechts gericht en is daar dus positief; voor positieve waarden van x is $a_{g,aarde}$ naar links gericht en dus negatief (zie figuur 3). [1p]
Grafiek IV geeft deze situatie juist weer. [1p]
- 4p **4** Er geldt: $F_{g,hemellichaam} = F_{mpz}$ [1p] $\Rightarrow$

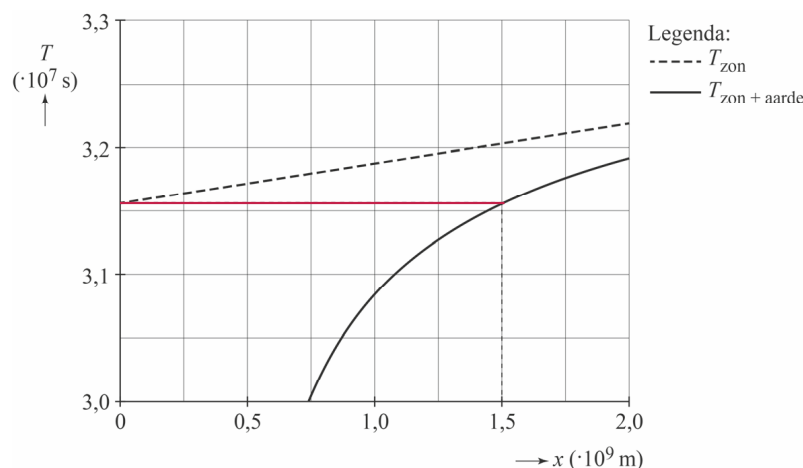
$$\Rightarrow m \cdot a = \frac{m \cdot v^2}{r} \text{ [1p] (Binas 35A3 en 35A2)} \Rightarrow a = \frac{v^2}{r}, \text{ waarin:}$$

$F_{g,hemellichaam}$	= gravitatiekracht op het hemellichaam
F_{mpz}	= middelpuntzoekende kracht op het hemellichaam
m	= massa van het hemellichaam
a	= versnelling van het hemellichaam
v	= snelheid van het hemellichaam
r	= baanstraal van het hemellichaam

Ook geldt: $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$ [1p] (Binas 35A2)
Vul de formule voor v in de formule voor a in:

$$a = \frac{4\pi^2 \cdot r^2}{T^2 \cdot r} = \frac{4\pi^2 \cdot r}{T^2} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot r}{a} \Rightarrow T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{r}{a}} \text{ [1p]}$$
- 2p **5** Als de omlooptijd T van de satelliet om de zon gelijk moet zijn aan de omlooptijd van de aarde, moet volgens formule 2 de waarde van $a_{g,res}$ groter zijn als de waarde van r groter is. [1p]
Bij waarden van r die groter zijn dan de baanstraal van de aarde hebben $a_{g,zon}$ en $a_{g,aarde}$ dezelfde richting (zie de figuren 2 en 3). Dat betekent dat in het Lagrangepunt L_2 geldt dat $a_{g,res} = a_{g,zon} + a_{g,aarde}$ groter is dan $a_{g,zon}$. [1p]
Het is dus mogelijk dat de omlooptijd T van de Plancksatelliet gelijk is aan die van de aarde.

3p 6 Zie de tekening.



Je vindt de omlooptijd T van de aarde om de zon door de gestippelde grafieklijn T_{zon} af te lezen bij $x = 0$: $T = 3,16 \cdot 10^7 \text{ s}$

De omlooptijd van de satelliet in het Lagrangepunt L_2 is dus ook $3,16 \cdot 10^7 \text{ s}$. [1p]

In het Lagrangepunt L_2 wordt de omlooptijd bepaald door het gravitatieveld van de zon en de aarde samen (de getrokken grafiek). Je vindt de afstand x_{L_2} van het Lagrangepunt L_2 tot het midden van de aarde door een horizontale lijn te tekenen vanuit het punt $(0 ; 3,16 \cdot 10^7)$. [1p] Deze rode lijn snijdt de grafieklijn $T_{\text{zon+aarde}}$ in het punt waarvoor geldt: $x_{L_2} = 1,50 \cdot 10^9 \text{ m}$ [1p]

3p 7 De temperatuur T van de kosmische achtergrondstraling kun je bepalen met de wet van Wien: $\lambda_{\text{max}} \cdot T = k_W$ [1p] (Binas 35E1) $\Rightarrow T = \frac{k_W}{\lambda_{\text{max}}}$, waarin:

λ_{max} = golflengte waarin de meeste straling wordt uitgezonden = $1,05 \text{ mm} = 1,05 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ [1p] (afgelezen in figuur 7)

k_W = constante van Wien = $2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m K}$ (Binas 7A)

Invullen: $T = \frac{2,898 \cdot 10^{-3}}{1,05 \cdot 10^{-3}} = 2,76 \text{ K}$ [1p]

Cirkelgolf

2p 8 Voor de golfsnelheid v van de golf in de lus geldt:

$v = f \cdot \lambda$ [1p] (Binas 35B2), waarin:

f = frequentie van de golf

λ = golflengte van de golf

De golflengte λ is in de lus niet overal gelijk: de achtereenvolgende knoop-knoopafstanden (halve golflengten) verschillen. [1p]

De frequentie f is constant, dus de golfsnelheid v in de lus is niet overal even groot.

4p 9 Voor de gemiddelde golfsnelheid v in de lus geldt:

$v = f \cdot \lambda$ [1p] (Binas 35B2), waarin:

f = frequentie van de toongenerator = 69 Hz

λ = gemiddelde van de golflengte in de lus.

Er zijn 5 knopen en 5 buiken te zien in figuur 2.

Er passen dus 5 halve golflengten op de lus. [1p] Dan geldt:

$$\lambda = \frac{\text{omtrek lus}}{5 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{\pi \cdot d}{2,5} \text{ [1p] (Binas 36B), met:}$$

d = diameter van de lus = $24,5 \text{ cm} = 24,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

$$\text{zodat: } \lambda = \frac{\pi \cdot 24,5 \cdot 10^{-2}}{2,5} = 0,308 \text{ m}$$

Invullen: $v = 69 \cdot 0,308 = 21 \text{ m s}^{-1}$ [1p]

3p 10 – In het bevestigingspunt van de lus (onderste punt) vertrekken op hetzelfde moment twee golven. Eén gaat linksom en één rechtsom. In het onderste punt is het faseverschil tussen deze twee golven 0.

In het hoogste punt van de lus komen de twee golven tegelijkertijd aan, doordat ze dezelfde afstand hebben afgelegd (ieder een halve lus). [1p]

In dat punt is het faseverschil tussen de golven nog steeds 0. [1p]

Er treedt constructieve interferentie op, dus er ontstaat daar een buik.

– In de lus bevindt zich een knoop in het onderste punt en een buik in het bovenste punt. Bij elke staande golf zijn er daardoor links van het midden evenveel buiken als rechts van het midden. Dat betekent dat er alleen staande golven kunnen ontstaan met een oneven aantal buiken. [1p]

3p 11 Er bestaat tussen twee grootheden een recht evenredig verband als het volgende geldt: Als grootheid 1 een factor n groter wordt, wordt grootheid 2 ook een factor n groter. [1p] Vergelijk de eerste en de vierde meting uit de tabel met elkaar. Als het aantal buiken $3 \times$ zo groot wordt (van 3 naar 9), wordt de frequentie niet $3 \times$ zo groot (van 19 naar $2,6 \cdot 10^2$). [1p]

Er is dus geen recht evenredig verband tussen de frequentie f en het aantal buiken in de lus. [1p]

5p 12 – Op de horizontale as is het bijschrift: n^2 [1p] (geen eenheid)
 n is het aantal buiken in de lus.

– Op de verticale as is het bijschrift: $f \text{ (Hz)}$ [1p]

f is de frequentie van de toongenerator.

– Volgens $f = c \cdot n^2 \Rightarrow c = \frac{f}{n^2}$ is c de helling van de lijn in figuur 5. [1p]

Kies voor de bepaling van c bijvoorbeeld: $f = 350 \text{ Hz}$

De bijbehorende waarde van n^2 lees je af op de horizontale as: $n^2 = 110$,

$$\text{zodat: } c = \frac{350}{110} = 3,18 \text{ s}^{-1} \text{ [2p]}$$

3p 13 – Het aantal buiken n wordt bepaald door de buiken te tellen. n is dus een telwaarde (een geheel getal), die het aantal significante cijfers niet beïnvloedt. Roland heeft dus geen gelijk. [1p]

– De waarden van de frequenties in de tabel van figuur 3 zijn door *meting* verkregen. De waarde van de frequentie f die wordt gebruikt in formule (1) is *afgelezen* in figuur 5. De rechte trendlijn in figuur 5 is zo goed mogelijk getrokken door de vijf meetpunten uit de tabel, waardoor de afgelezen frequenties een grotere nauwkeurigheid hebben dan de gemeten frequenties. [2p] Daarom is de gedachte van Arno verdedigbaar.

Alfanuclidetherapie

2p 14 Er geldt: $LET\text{-waarde} = -\frac{dE}{dx} \Rightarrow [LET\text{-waarde}] =$
 $= \frac{[E]}{[x]} = \frac{N \cdot m \text{ [1p]}}{m} \text{ (Binas 4)} = N \text{ [1p]}$

2p 15 Zie figuur 2.
 Als een alfadeeltje verder doordringt in het water, wordt zijn snelheid lager [1p]
 doordat het onderweg energie aan het water heeft afgegeven. Hoe verder het
 alfadeeltje doordringt, hoe lager zijn snelheid en hoe hoger zijn LET -waarde. [1p]

4p 16 *manier 1*
 De hoeveelheid kinetische energie van een alfadeeltje dat binnendringt, komt
 overeen met de oppervlakte onder de grafiek. [1p] De oppervlakte onder grafiek I
 is kleiner dan die onder grafiek II, dus alfadeeltjes van alfastraler I komen met een
 lagere energie het water in. [1p]
manier 2
 De dracht van een alfadeeltje in het water is een maat voor de kinetische energie van
 het deeltje. Alfadeeltjes van alfastraler I dringen minder ver door in het water (48 μm)
 dan alfadeeltjes van alfastraler II (85 μm) [1p], dus alfadeeltjes van alfastraler I komen
 met een lagere energie, en dus ook met een lagere snelheid, binnen. [1p]

2p 17 Wanneer de dochterkern loskomt van de dragerstof kan deze ongecontroleerd door
 het lichaam gaan zwerven. [1p] De dochterkern is zelf ook instabiel en kan dus overall
 in het lichaam gezond weefsel bestralen en daardoor schade veroorzaken. [1p]

5p 18 – Voor de impuls p van het deeltje geldt: $p = m \cdot v$ (Binas 35A3), met m = massa van
 het deeltje en v = snelheid van het deeltje.
 Voor de kinetische energie E_k van het deeltje geldt:
 $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \text{ (Binas 35A4)} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}}$
 Invullen in $p = m \cdot v$ [1p] geeft: $p = m \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k \cdot m^2}{m}} = \sqrt{2 \cdot E_k \cdot m} \text{ [1p]}$
 – Voor de impuls p_{alfa} van een alfadeeltje geldt volgens formule (2):
 $p_{\text{alfa}} = \sqrt{2 \cdot E_k \cdot m_{\text{alfa}}}$, waarin m_{alfa} = massa van het alfadeeltje
 Overeenkomstig geldt voor de impuls p_{beta} van een bètadeeltje:
 $p_{\text{beta}} = \sqrt{2 \cdot E_k \cdot m_{\text{beta}}}$, waarin m_{beta} = massa van het bètadeeltje, zodat:
 $\frac{p_{\text{alfa}}}{p_{\text{beta}}} = \frac{\sqrt{2 \cdot E_k \cdot m_{\text{alfa}}}}{\sqrt{2 \cdot E_k \cdot m_{\text{beta}}}} = \frac{\sqrt{m_{\text{alfa}}}}{\sqrt{m_{\text{beta}}}} \text{ [1p]} = \frac{\sqrt{4,00 \cdot u}}{\sqrt{5,49 \cdot 10^{-4} \cdot u}} \text{ [1p]} \text{ (Binas 7B en 25A)} = \sqrt{7286} = 85 \text{ [1p]}$
 Dus p_{alfa} is 85 maal zo groot als p_{beta} .

4p 19 Voor de massa m_{act} van actinium-225 per polymeersoos bij inbreng in het lichaam
 geldt: $m = N \cdot m_{\text{act}} \text{ [1p]}$, waarin:
 N = hoeveelheid atomen actinium-225 in één polymeersoos

Er geldt: $A = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} \cdot N \text{ [1p]} \text{ (Binas 35E3)}, \text{ met:}$

A = activiteit van actinium-225 = 0,10 kBq = $0,10 \cdot 10^3 \text{ Bq}$
 $t_{\frac{1}{2}}$ = halveringstijd van actinium-225 = 10,0 d [1p] (Binas 25A) =
 $= 10,0 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 8,64 \cdot 10^5 \text{ s}$

zodat: $0,10 \cdot 10^3 = \frac{\ln 2}{8,64 \cdot 10^5} \cdot N \Rightarrow N = \frac{0,10 \cdot 10^3 \cdot 8,64 \cdot 10^5}{\ln 2} = 1,25 \cdot 10^8$

m_{act} = massa van een actinium-225-kern = $225 \cdot u = 225 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ (Binas 7B) =
 $= 3,74 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$ (u = atomaire massa-eenheid)

Invullen: $m = 1,25 \cdot 10^8 \cdot 3,74 \cdot 10^{-25} = 4,7 \cdot 10^{-17} \text{ kg}$ [1p]

4p 20 – Het alfaverval levert het grootste aandeel in het dosisequivalent (alfastralers leiden
 in het algemeen tot hogere LET -waarden dan bètastralers). De alfadeeltjes hebben
 een grotere weegfactor w [1p] en veel meer energie. [1p]
 – Bij het verval van actinium-225 tot aan bismut-209 vindt er in de vervalreeks
 4x alfaverval plaats. Daarbij komt een hoeveelheid energie vrij van:
 $5,8 + 6,3 + 7,1 + 8,4 = 27,6 \text{ MeV}$
 Zonder gebruik van een polymeersoos komt er 5,8 MeV energie vrij. [1p]
 Het dosisequivalent met een polymeersoos is dus $\frac{27,6}{5,8} = 4,8$ keer zo groot als
 zonder een polymeersoos. [1p]

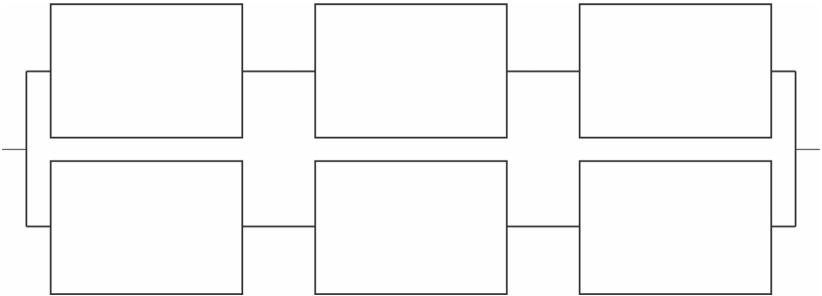
Zonnepanelen

3p 21 Voor de maximale stroomsterkte I geldt: $P = U \cdot I \text{ [1p]} \text{ (Binas 35D1)} \Rightarrow I = \frac{P}{U}$, waarin:
 P = maximale vermogen = 1,36 W [1p] (afgelezen in figuur 3)
 U = spanning waarbij het vermogen dat de zonnecel levert maximaal is = 0,50 V
 Invullen: $I = \frac{1,36}{0,50} = 2,7 \text{ A}$ [1p]

- 5p 22 – In één zonnepaneel staan 24 zonnecellen, die ieder een spanning leveren van 0,50 V, in serie geschakeld. De spanning over één zonnepaneel is dan $24 \cdot 0,50 = 12\text{ V}$ [1p] (Binas 35D1).

methode 1

- Zie tekening 1a (de ingevulde uitwerkbijlage). [1p]



tekening 1a

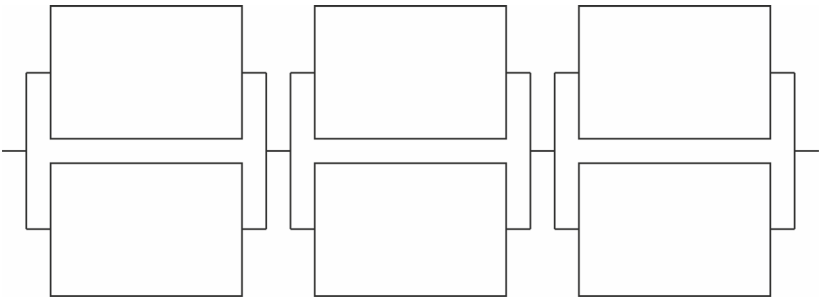
De bovenste 3 panelen zijn in serie geschakeld. Ieder paneel levert een spanning van 12 V, zodat de drie panelen gezamenlijk een spanning leveren van $3 \cdot 12 = 36\text{ V}$ (Binas 35D1). Hetzelfde geldt voor de onderste 3 panelen.

De spanning over de 6 panelen is dus 36 V.

- Door de bovenste 3 in serie geschakelde panelen loopt een stroom van 2,7 A. [1p] Dat geldt ook voor de onderste 3 panelen. De set panelen levert dus een stroom van $2 \cdot 2,7$ [1p] = 5,4 A. [1p]

methode 2

- Zie tekening 1b (de ingevulde uitwerkbijlage). [1p]



tekening 1b

De linker 2 panelen staan parallel geschakeld. Over deze panelen staat dus een spanning van 12 V. Hetzelfde geldt voor de middelste 2 en voor de rechter 2 panelen. De spanning over de 6 panelen gezamenlijk is dan $3 \cdot 12 = 36\text{ V}$ (Binas 35D1).

- De linker 2 panelen staan parallel geschakeld en leveren dus samen een stroom van $2 \cdot 2,7$ [1p] = 5,4 A. [1p] Datzelfde geldt voor de middelste 2 en de rechter 2 panelen. Dus de 6 panelen gezamenlijk leveren een stroom van 5,4 A. [1p]

- 2p 23 Overeenkomst: bij het foto-elektrisch effect worden elektronen door fotonen uit het materiaal losgemaakt. Ook hier geldt: één foton maakt één elektron los. [1p] Verschil: bij het foto-elektrisch effect verlaat het losgemaakte elektron het materiaal; bij een halfgeleider blijft het losgemaakte elektron in het materiaal. [1p]

- 3p 24 De energie E_f van het foton moet minimaal zo groot zijn dat het elektron kan worden vrijgemaakt. Bepaal de maximale golflengte $\lambda_{\max}$ van het foton waarbij dit gebeurt met:

$E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda_{\max}}$ [1p] (Binas 35E2) $\Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{h \cdot c}{E_f}$, waarin:

h = constante van Planck = $6,626 \cdot 10^{-34}\text{ J s}$ (Binas 7A)

c = lichtsnelheid = $2,998 \cdot 10^8\text{ m s}^{-1}$ (Binas 7A)

E_f = bandgap van silicium = 1,10 eV (zie figuur 5) =

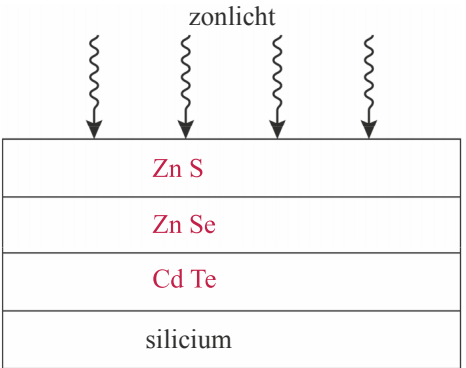
$= 1,10 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}\text{ J}$ (Binas 5) = $1,762 \cdot 10^{-19}\text{ J}$ [1p]

Invullen: $\lambda_{\max} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 2,998 \cdot 10^8}{1,762 \cdot 10^{-19}} = 1,13 \cdot 10^{-6}\text{ m}$ [1p]

- 4p 25 – Zie tekening 2 (de ingevulde uitwerkbijlage).
– Hoe groter de bandgap van een stof, hoe groter de energie die door een foton wordt geabsorbeerd. [1p]

Fotonen met veel energie moeten dus eerst door een laag gaan van de stof met de grootste bandgap (om rendementsverlies in lager liggend materiaal te voorkomen). Dat is dus een laag van ZnS met een bandgap van 3,60 eV. [1p]

De daaropvolgende laag moet opnieuw zoveel mogelijk energie absorberen. Daarvoor komt een laag van ZnSe in aanmerking, met een bandgap van 2,70 eV. [1p] De derde laag is dan een laag van de stof CdTe, met een bandgap van 1,58 eV. [1p]



tekening 2

Examen 2021-II

Looping

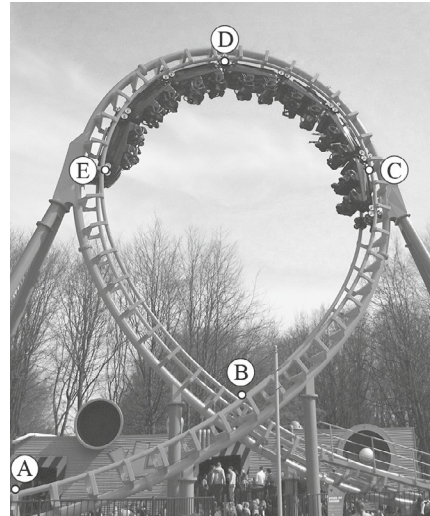
Een spectaculair onderdeel van veel achtbanen is de looping. Als het treintje van de achtbaan vanaf punt A door de looping beweegt, gaat de passagier 'over de kop'. Zie figuur 1.

Voordat het treintje bij punt A komt, rijdt het vanuit stilstand vanaf een bepaalde hoogte h boven punt A langs een helling naar beneden. (Dit is niet te zien in figuur 1.)

Het treintje heeft in punt A een snelheid van $27,8 \text{ m s}^{-1}$.

- 3p 1 Bereken hoe groot deze hoogte h boven punt A minimaal moet zijn.

figuur 1



De passagier beweegt in baandeel CDE in een halve cirkel met een diameter van 11,0 m.

Als de passagier zich in het hoogste punt van de looping bevindt (en dus ondersteboven hangt), mag hij niet uit het treintje vallen.

Hiervoor moet het treintje in het hoogste punt van de looping minimaal een bepaalde snelheid hebben.

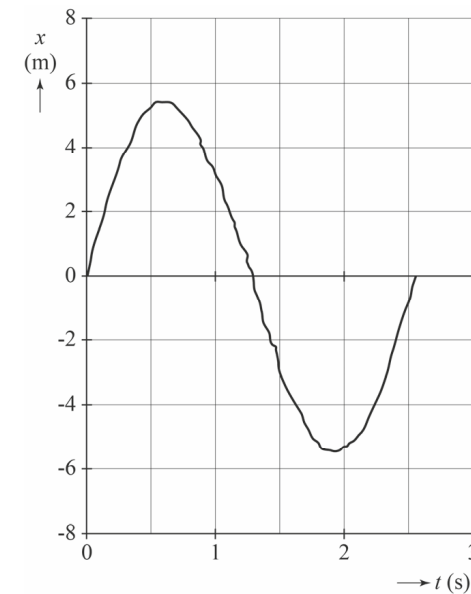
- 3p 2 Bereken deze snelheid.

Ineke en Rob onderzoeken met videometen de beweging van het treintje door de looping. Ze hebben de beweging van het midden van de middelste wagon van het treintje gemeten. Punt B in figuur 1 wordt twee keer gepasseerd: één keer als het treintje de looping in beweegt en één keer als het treintje de looping weer verlaat. De richtingen omhoog en naar rechts worden als positief genomen.

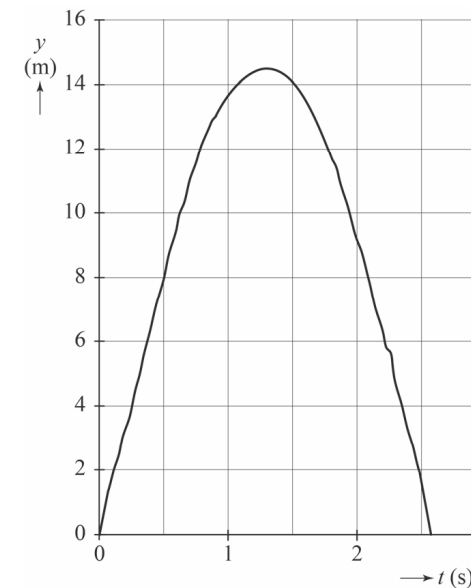
Uit de videometing krijgen ze de grafieken van figuur 2 en 3.

In figuur 2 ((x,t) -diagram) is de beweging in de horizontale richting te zien. In figuur 3 ((y,t) -diagram) is de beweging in de verticale richting te zien.

figuur 2



figuur 3



Op $t = 0 \text{ s}$ passeert het treintje punt B.

- 1p 3 Geef in figuur 2 aan op welk tijdstip het treintje punt E passeert.

Ineke en Rob willen de snelheid bepalen op het moment dat het treintje in punt B de looping ingaat. De grootte snelheid is een vectorgrootte, net als de grootte kracht. Je kunt daarom de grootte van de snelheid op dezelfde manier uit zijn componenten berekenen als bij kracht.

- 5p 4 Bepaal met behulp van de figuren 2 en 3 de grootte van de snelheid op het moment dat het treintje in punt B de looping ingaat.

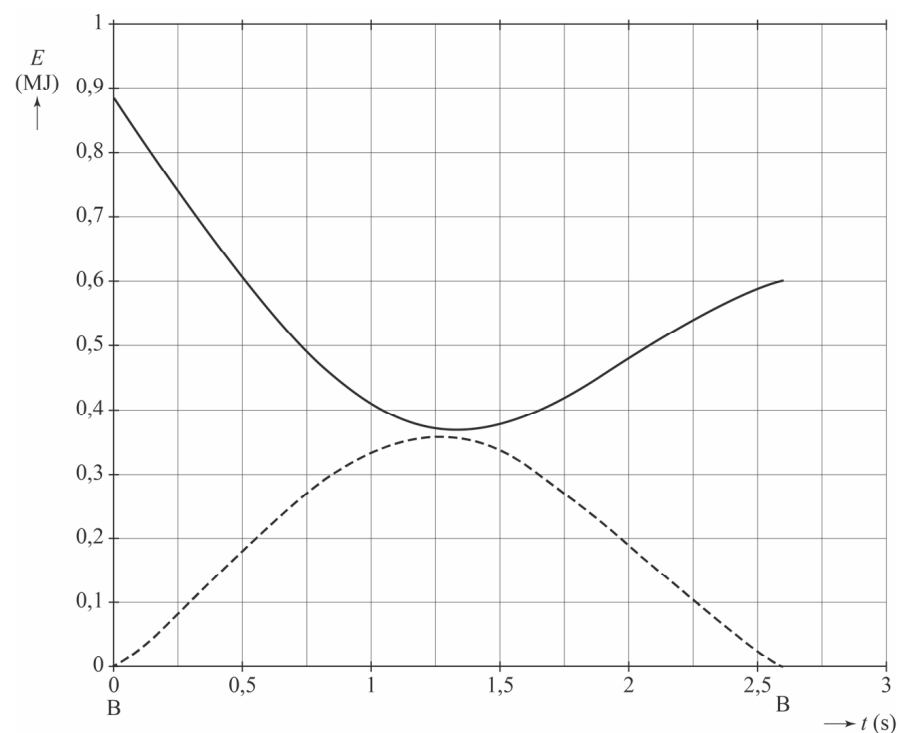
Ineke beweert dat de **voorste** wagon van het treintje het hoogste punt D met een grotere snelheid passeert dan de middelste wagon (zie figuur 1). Rob beweert dat de **achterste** wagon van het treintje het hoogste punt D met een grotere snelheid passeert dan de middelste wagon.

- 3p 5 Leg voor Ineke uit of ze gelijk heeft en leg voor Rob uit of hij gelijk heeft.

Punt B in figuur 1 wordt gepasseerd als het treintje de looping in beweegt en als het treintje de looping weer verlaat. Door wrijvingskrachten in de looping komt er warmte vrij.

In figuur 4 staan de kinetische energie en de zwaarte-energie tijdens de beweging van de middelste wagon door de looping (het traject BCDEB) uitgezet als functie van de tijd.

figuur 4



- 4p 6 Bepaal met behulp van de figuren 1 en 4 de gemiddelde wrijvingskracht die het treintje in het traject BCDEB ondervindt.

Beker van Lycurgus

In het British Museum staat de beker van Lycurgus (zie figuur 1a en 1b). De kleur van het glas van deze beker hangt af van de belichting. Als de beker van **binnenuit** wordt beschenen met wit licht, dan heeft de beker een rode kleur. Als de beker van **buitenaf** wordt beschenen met wit licht, dan heeft de beker een groene kleur.

figuur 1a



rode kleur

figuur 1b



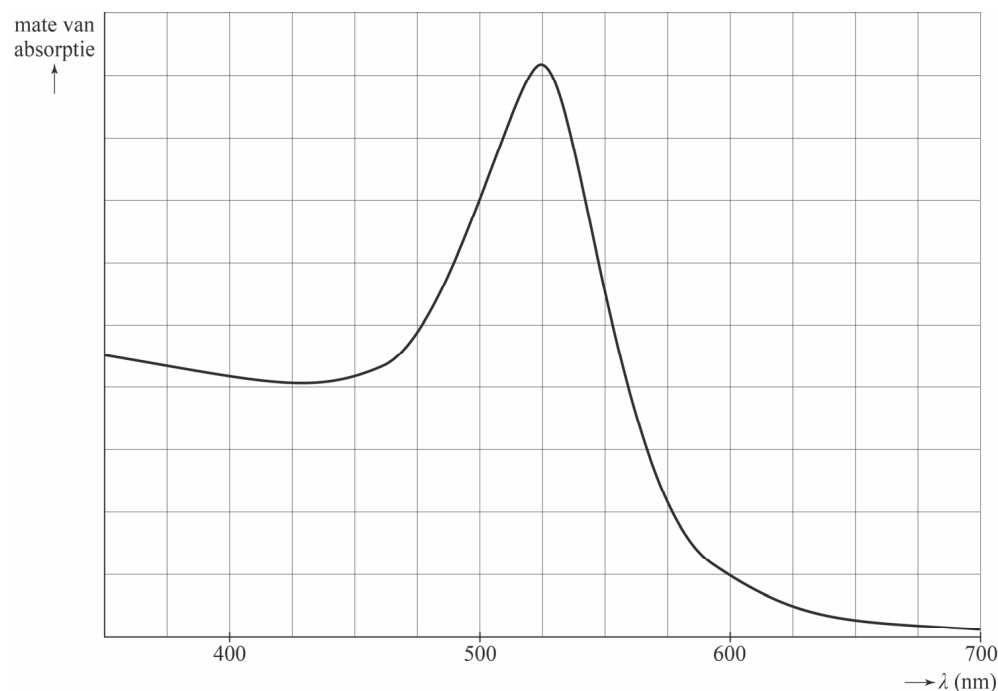
groene kleur

Dit verschijnsel wordt veroorzaakt door de aanwezigheid van nanodeeltjes goud in het glas. Nanodeeltjes zijn deeltjes die kleiner zijn dan 100 nm.

Als het glas wordt beschenen, wordt een deel van het licht door het glas geabsorbeerd en wordt de rest van het licht doorgelaten. De mate van absorptie is afhankelijk van de golflengte van het licht dat erop valt. Een deel van het geabsorbeerde licht wordt weer uitgezonden met dezelfde golflengte. Dit is zichtbaar als gereflecteerd licht.

In figuur 2 is weergegeven hoe de mate van absorptie door de nanodeeltjes in de beker van Lycurgus afhangt van de golflengte van het licht.

figuur 2



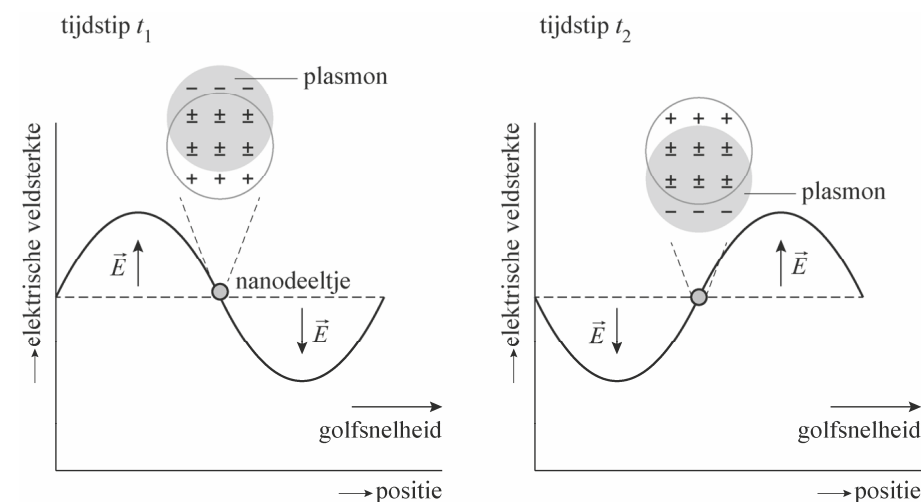
De buitenkant van de beker kleurt bij belichting van binnenuit rood (figuur 1a) en bij belichting van buitenaf groen (figuur 1b).

3p 7 Leg dit uit met behulp van figuur 2.

Het ontstaan van de absorptiepiek in figuur 2 kan worden begrepen met behulp van het zogenaamde plasmonmodel. Uitgangspunt van dit model is dat elk metaal nanodeeltje bestaat uit veel positieve ionen, omringd door geleidingselektronen. Deze geleidingselektronen reageren op licht. Een lichtgolf heeft een sinusvormig variërend elektrisch veld, dat de geleidingselektronen als één geheel in trilling brengt. Deze trillende wolk van geleidingselektronen wordt ook wel een 'plasmon' genoemd.

In figuur 3 is de situatie voor een plasmon op twee verschillende tijdstippen weergegeven. De lichtgolf in figuur 3 beweegt naar rechts. Op tijdstip t_1 heeft het elektrisch veld het negatieve plasmon naar zijn hoogste stand getrokken en op een later tijdstip t_2 naar zijn laagste stand. De positieve ionen blijven op hun plaats, waardoor een ladingsscheiding in het nanodeeltje optreedt. De richting van het elektrisch veld $\vec{E}$ is in de figuur aangegeven. Op de positie van het nanodeeltje wisselt $\vec{E}$ dus voortdurend van richting. Dit is een reden waarom het plasmon telkens weer in de richting van de evenwichtspositie beweegt.

figuur 3



- 5p 8 Voer de volgende opdrachten uit:
- Geef aan waardoor de metaalionen op hun plaats blijven.
 - Geef een andere reden dan het elektrisch veld van de lichtgolf waarom het plasmon telkens weer in de richting van de evenwichtspositie beweegt.
 - In figuur 3 is aangegeven dat de lichtgolf naar rechts beweegt. Leg aan de hand van de figuur uit dat dit inderdaad het geval is.

De absorptiepiek in figuur 2 is het gevolg van resonantie. De sterkste absorptie van licht vindt plaats als de eigenfrequentie van het plasmon overeenkomt met de frequentie van het licht dat erop valt. Het plasmonmodel is vergelijkbaar met een massa-veersysteem waarbij de elektrische kracht de rol van veerkracht heeft. Voor de resonantiefrequentie van het plasmonmodel geldt:

$$f_{\text{res}} = k \sqrt{\frac{ne^2 f}{\pi m}} \quad (1)$$

Hierin is:

- f_{res} de frequentie waarbij resonantie optreedt in Hz
- n het aantal geleidingselektronen per m^3
- e de lading van het elektron in C
- f de constante (in de wet) van Coulomb in Nm^2C^{-2}
- m de massa van een elektron in kg
- k een constante

3p 9 Leid af of k een eenheid heeft.

Goud bevat één geleidingselektron per ion.
Voor goud geldt: $n = 5,90 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$.

3p 10 Toon dat aan.

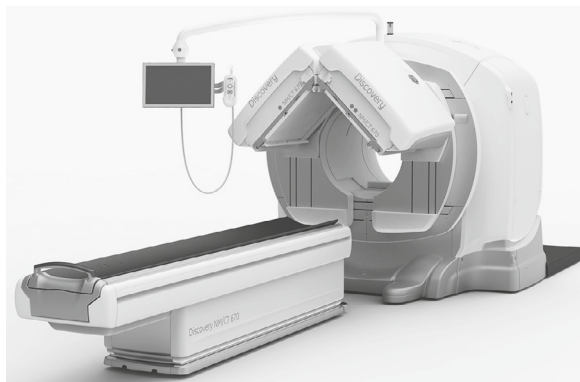
De constante k hangt onder andere af van de grootte en de vorm van het nanodeeltje.

4p 11 Bepaal met behulp van formule (1) de waarde van de constante k die hoort bij de absorptiepiek in figuur 2.

SPECT-scan bij parkinson

Bij de SPECT-scan (Single Photon Emission Computer Tomography) worden tracers gebruikt die zich ophopen in de cellen die bestudeerd worden. Met een SPECT-scanner (zie figuur 1) kan parkinson aangetoond worden. Dit is een hersenaandoening waarbij bewegingsklachten optreden. Als tracer wordt vaak een verbinding met jood-123 gebruikt, dat vervalt onder uitzending van een γ -foton.

figuur 1



- 3p 12 Om jood-123 te maken wordt telluur-123 beschoten met protonen. Geef hiervan de reactievergelijking.

Een jood-123-kern vervalt met een halveringstijd van 13,2 h.

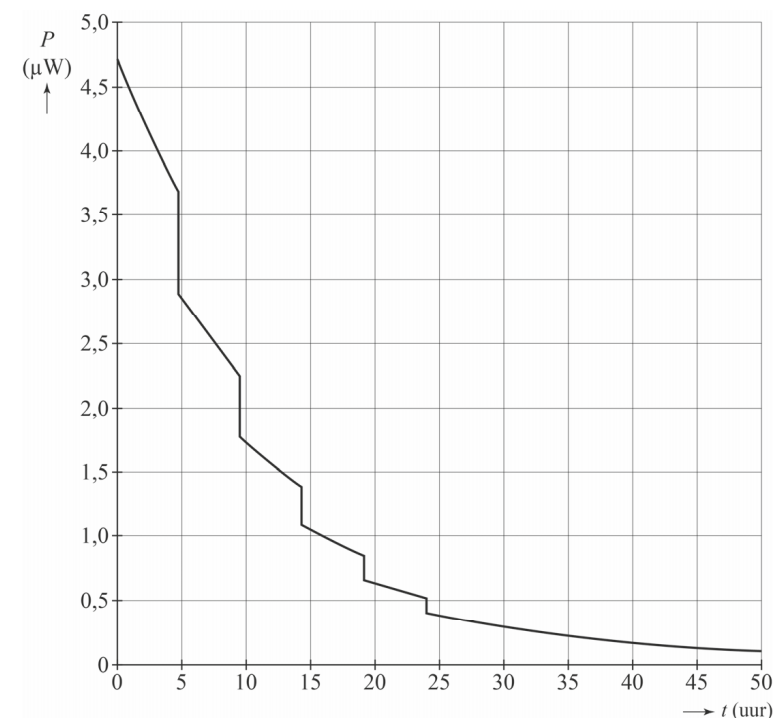
- 2p 13 Het jood-123 wordt 24 uur vóór gebruik geproduceerd. Bereken welk percentage van het geproduceerde jood-123 na 24 uur vervallen is.

Het γ -foton dat wordt uitgezonden heeft een energie van 160 keV.

- 4p 14 Bereken de golflengte van het γ -foton in vacuüm.

Om de stralingsbelasting te verkleinen, moet de patiënt de blaas minstens vijf keer in 24 uur legen. In een vereenvoudigd model wordt aangenomen dat de patiënt (massa 70 kg) elke 4,8 uur het toilet bezoekt en elke keer hetzelfde percentage van de aanwezige jood-123-kernen uitscheidt. Dit noemen we het verliespercentage. Het verloop van het totale door de patiënt geabsorbeerde stralingsvermogen P tegen de tijd is weergegeven in figuur 2.

figuur 2

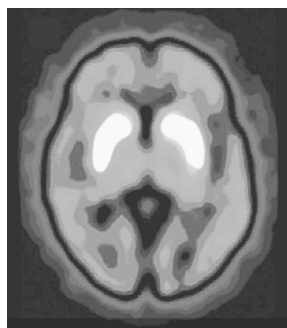


- 3p 15 Uit deze grafiek is het verliespercentage af te leiden dat gehanteerd is in dit model. Bepaal dit verliespercentage met behulp van figuur 2.

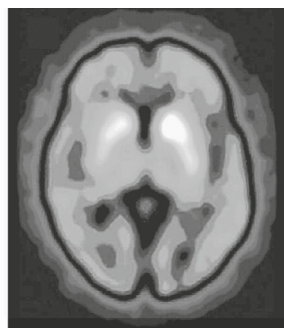
- 4p 16 Bepaal de geabsorbeerde stralingsdosis na 50 uur met behulp van figuur 2.

Patiënten met parkinson hebben een tekort aan dopamine door een verminderd dopaminetransport. De tracer met jood-123 bindt zich specifiek aan structuren in de hersenen die zorgen voor het dopaminetransport. In de figuren 3a en 3b zijn SPECT-scans te zien van een patiënt met parkinson en een patiënt zonder parkinson. Witte gebieden in de afbeeldingen tonen de hoogste stralingsintensiteit.

figuur 3a



figuur 3b



- 2p 17 Leg uit welke figuur, 3a of 3b, hoort bij de patiënt met parkinson.

Joystick met Hall-sensor

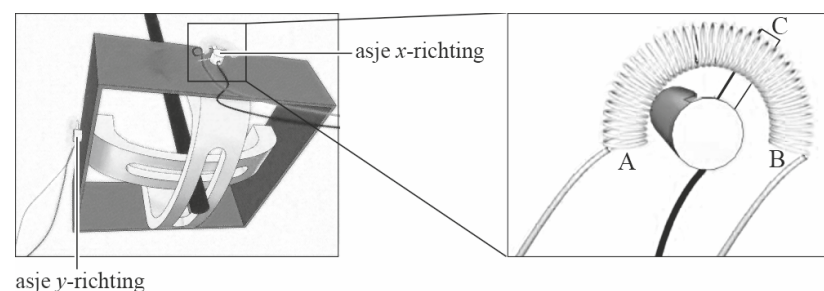
Een joystick kan worden gebruikt bij het gamen. Zie figuur 1. De onderkant van de joystick bevat twee beugels die draaibaar zijn: een voor de beweging in de x-richting (naar links en rechts) en een voor de beweging in de y-richting (naar voren en achteren). Zie figuur 2.

Als de joystick wordt bewogen, draaien de asjes waaraan de beugels bevestigd zijn. Op deze asjes zit een metalen lipje dat contact maakt met een weerstandsdraad in punt C. Zie figuur 2, deze figuur is op schaal.

figuur 1



figuur 2



De weerstandsdraad heeft een weerstand van $100 \text{ k}\Omega$, een lengte van 14 cm en een soortelijke weerstand van $0,54 \text{ }\Omega \text{ m}$.

- 3p 18 Bereken de diameter van de weerstandsdraad.

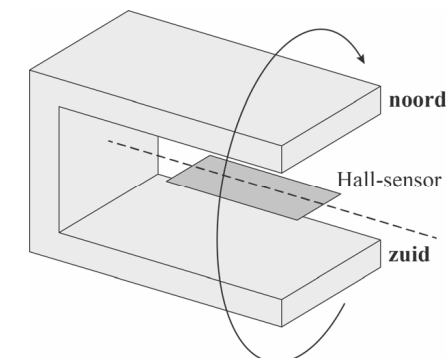
De spanning tussen A en B is $5,0 \text{ V}$. De spanning tussen A en C wordt gemeten. Op deze manier is de stand van de joystick in de x-richting te bepalen.

- 2p 19 Bepaal met behulp van figuur 2 de spanning tussen A en C.

Deze manier van positie bepalen heeft het nadeel dat het contactpunt met de weerstandsdraad gevoelig is voor slijtage en vuil. Een manier om contactloos de stand van de joystick te detecteren, is door gebruik te maken van een zogenaamde Hall-sensor. Daarvoor wordt de weerstandsdraad weggehaald en wordt op het asje een hoefijzermagneet bevestigd. Als de joystick beweegt, draait de hoefijzermagneet om de Hall-sensor heen. Zie figuur 3.

De Hall-sensor bevindt zich dus in het homogene veld van de magneet.

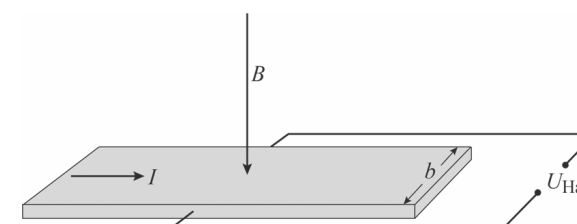
figuur 3



De Hall-sensor bevat een geleidende strip waar geleidingselektronen vrij doorheen kunnen bewegen. Er loopt een stroom I door de Hall-sensor.

Zie figuur 4. De bron die deze stroom levert, staat niet aangegeven in de tekening. Het homogene magneetveld staat in deze figuur loodrecht op de strip in de aangegeven richting.

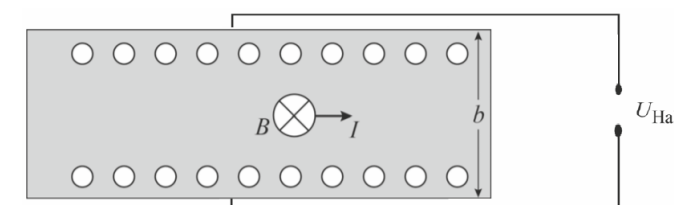
figuur 4



Door de Lorentzkracht op de elektronen bewegen de elektronen naar de zijkant van de strip. Daardoor ontstaat aan de ene kant een negatieve lading en aan de andere kant een positieve lading. Deze ladingsverdeling veroorzaakt een elektrisch veld E_{Hall} in de strip. Dit geeft over de breedte van de strip een spanning die de Hall-spanning U_{Hall} genoemd wordt.

Een bovenaanzicht van de strip is getekend in figuur 5.

figuur 5



- 3p 20 Voer de volgende opdrachten uit in figuur 5:
- Leg uit waar de negatieve lading ontstaat en waar de positieve lading ontstaat en geef dit aan in de witte cirkels.
 - Geef met een pijl de richting van het elektrisch veld E_{Hall} aan.

Op een gegeven moment is de elektrische kracht op de elektronen als gevolg van het elektrisch veld E_{Hall} even groot als de lorentzkracht op de elektronen.

Voor de Hall-spanning geldt dan: $U_{\text{Hall}} = Bbv$ (1)

Voor een elektrisch veld geldt: $E = \frac{U}{\Delta x}$ (2)

Hierin is:

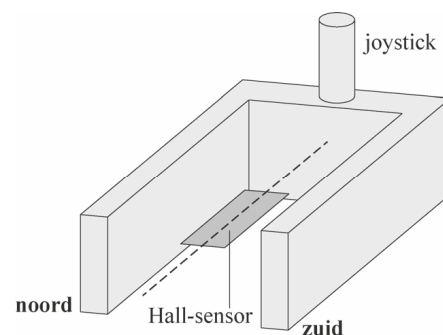
- U_{Hall} de Hall-spanning in V
- B de grootte van het magneetveld in T
- b de breedte van de strip in m
- v de driftsnelheid (gemiddelde snelheid in de lengterichting van de strip) van de elektronen in m s^{-1}
- E de elektrische veldsterkte in V m^{-1}
- U de spanning in V
- Δx de afstand waarover de spanning staat in m

- 4p 21 Leid formule (1) voor de Hall-spanning af met behulp van formule (2) en formules uit een tabellenboek.

Als de joystick met het asje draait, staat het magneetveld niet meer loodrecht op de Hall-sensor. Daardoor verandert U_{Hall} .

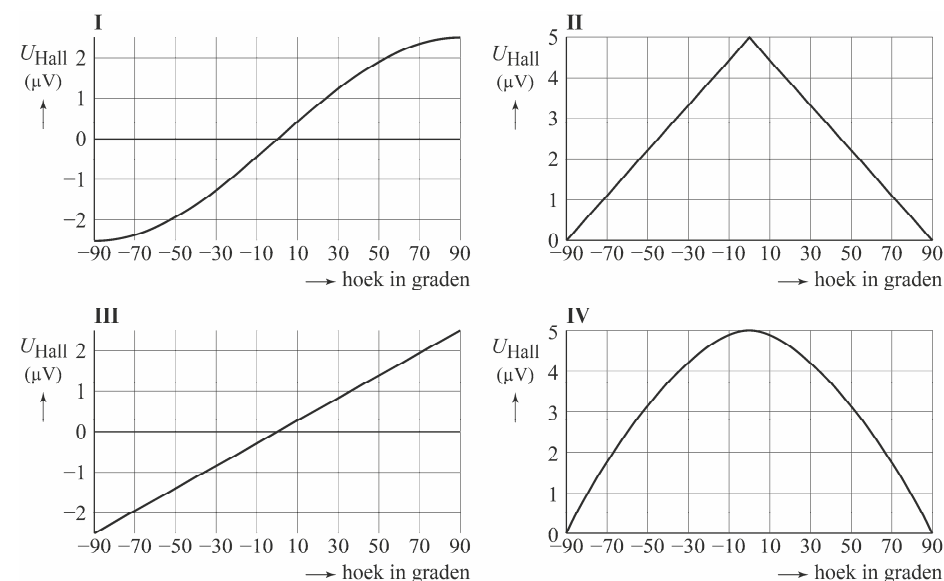
In figuur 6 is schematisch de stand van de magneet ten opzichte van de Hall-sensor getekend wanneer de joystick recht omhoog staat. We noemen deze stand 0° . Als de joystick naar links beweegt, kan hij tot -90° draaien. Als hij naar rechts beweegt, kan hij tot 90° draaien.

figuur 6



In figuur 7 staan vier grafieken van U_{Hall} als functie van de stand van de joystick.

figuur 7



- 3p 22 Leg uit welke grafiek (I, II, III of IV) U_{Hall} als functie van de hoek juist weergeeft.

De sterkte van de gebruikte magneet is ongeveer 0,1 T.

- 3p 23 Kies de beste schatting van de orde van grootte van de driftsnelheid zoals gebruikt in formule (1). Licht je antwoord toe.
- 10^{-3} m s^{-1}
 - 10 m s^{-1}
 - 10^3 m s^{-1}
 - de lichtsnelheid

Hints bij examen 2021-II

- 1 Er wordt zwaarte-energie omgezet in kinetische energie.
- 2 Welke kracht treedt op als middelpuntzoekende kracht?
- 3 Wat gebeurt er met de horizontale snelheid v_x van het treintje in punt E?
- 4 Bepaal de horizontale snelheid v_x en de verticale snelheid v_y op $t = 0$ s, en gebruik de stelling van Pythagoras.
- 5 Op ieder tijdstip hebben alle wagons van het treintje dezelfde snelheid.
- 6 Maak gebruik van de wet van arbeid en energie (Binas 35A4).
- 7 Zie Binas 19A.
- 8
 - Wat zijn de eigenschappen van ionen in een metaal?
 - Wat weet je over verschillende ladingen?
 - In welke richting beweegt het plasmon tussen t_1 en t_2 ? Wat betekent dat voor de richting van de elektrische kracht $\vec{F}_{el}$?
- 9 Zie Binas 4.
- 10 Bereken het aantal ionen in 1 m^3 goud.
- 11 Zie Binas 35E2, Binas 7A en Binas 7B.
- 12 Het telluur-123 reageert met een proton tot jood-123 en een ander deeltje.
- 13 Bereken welk percentage van de isotopen na 24 uur nog over is.
- 14 Reken eerst de fotonenergie om van keV naar J.
- 15 Maak gebruik van een van de verticale delen van de grafiek in figuur 2.
- 16 Wat stelt de oppervlakte onder de grafiek in figuur 2 voor?
- 17 Nemen de hersenen van een patiënt met parkinson meer of minder van de tracer op?
- 18 Zie Binas 35D1.
- 19 Maak gebruik van de spanningswet in een serieschakeling.
- 20 Gebruik een linkerhandregel om de richting van de lorentzkracht op de elektronen in het plaatje te bepalen.
- 21 Maak gebruik van formules voor de elektrische kracht en de lorentzkracht.
- 22 Bedenk dat de grootte van de Hall-spanning evenredig is met de lorentzkracht.
- 23 Maak gebruik van een waarde uit figuur 7 en een schatting.

Uitwerkingen bij examen 2021-II

Looping

- 3p 1 Bereken de minimale hoogte h boven punt A waarop het treintje is losgelaten met de wet van behoud van energie (Binas 35A4):

$$E_z = E_k \text{ [1p]} \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \text{ [1p]} \Rightarrow h = \frac{v^2}{2 \cdot g}, \text{ waarin:}$$

E_z = zwaarte-energie van het treintje in het hoogste punt

E_k = kinetische energie van het treintje in het laagste punt

m = massa van het treintje

v = snelheid van het treintje in het laagste punt = $27,8 \text{ m s}^{-1}$

g = valversnelling = $9,81 \text{ m s}^{-2}$ (Binas 7A)

$$\text{Invullen: } h = \frac{27,8^2}{2 \cdot 9,81} = 39,4 \text{ m [1p]}$$

Omdat de minimale hoogte berekend moet worden, kun je de wrijvingskrachten hier buiten beschouwing laten.

- 3p 2 Bereken de minimale snelheid v die het treintje in het hoogste punt van de looping

$$\text{moet hebben met: } F_{\text{mpz}} = \frac{m \cdot v^2}{r} \text{ [1p]} \text{ (Binas 35A2)} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F_{\text{mpz}} \cdot r}{m}}, \text{ waarin:}$$

F_{mpz} = middelpuntzoekende kracht op het treintje in het hoogste punt. Als het treintje in het hoogste punt is en nog nét niet naar beneden valt, is de zwaartekracht F_z de enige kracht die op het treintje werkt. [1p]

Er geldt dus: $F_{\text{mpz}} = F_z = m \cdot g$ (Binas 35A3), met:

m = massa van het treintje

g = valversnelling = $9,81 \text{ m s}^{-2}$ (Binas 7A)

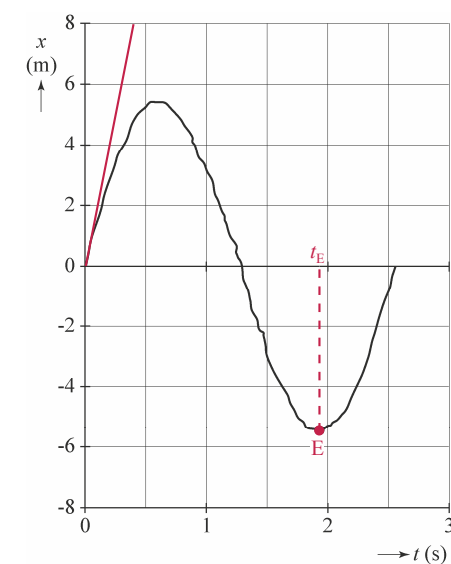
m = massa van het treintje

r = straal van de looping = $\frac{1}{2} \cdot \text{diameter van de looping}$ (Binas 36B) =

$$= \frac{1}{2} \cdot 11,0 \text{ m} = 5,50 \text{ m}$$

$$\text{Invullen: } v = \sqrt{\frac{(m \cdot g) \cdot r}{m}} = \sqrt{g \cdot r} = \sqrt{9,81 \cdot 5,50} = 7,35 \text{ m s}^{-1} \text{ [1p]}$$

- 1p 3 Het treintje passeert punt E op het tijdstip t_E (zie tekening 1). Als het treintje punt E passeert, gaat de horizontale snelheid van negatief (naar links) naar positief (naar rechts). Kies daarom het punt in de grafiek waar deze stopt met dalen en begint te stijgen.



tekening 1

5p

- 4 Bepaal de snelheid v waarmee het treintje de looping ingaat door de componenten in de x - en y -richtingen v_x en v_y van deze snelheid te bepalen en deze componenten dan vectorieel op te tellen.

Bepaal de horizontale component van de snelheid v_x door het tekenen van de raaklijn [1p] aan de grafiek in figuur 2 op $t = 0$ s [1p] (zie tekening 1) en gebruik te maken van:

$$v_x = \left(\frac{x}{t} \right)_{\text{raaklijn}} \quad (\text{Binas 35A1})$$

$$\text{Invullen: } v_x = \frac{(8-0)}{(0,4-0)} = 20 \text{ m s}^{-1} \quad [1p]$$

Bepaal de verticale component van de snelheid v_y door het tekenen van de raaklijn aan de grafiek in figuur 3 op $t = 0$ s (zie tekening 2) en gebruik te maken van:

$$v_y = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}} \quad (\text{Binas 35A1})$$

$$\text{Invullen: } v_y = \frac{(16-0)}{(0,7-0)} = 23 \text{ m s}^{-1} \quad [1p]$$

De totale snelheid v kun je nu berekenen door de componenten van de snelheid v_x en v_y op te tellen met de stelling van Pythagoras:

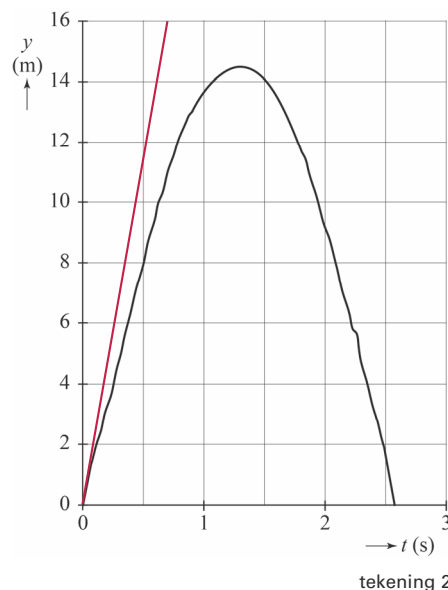
$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 \Rightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{20^2 + 23^2} = 30 \text{ m s}^{-1} \quad [1p]$$

3p

- 5 De wagons van het treintje zitten aan elkaar vast. Gedurende de hele rit is de snelheid van de wagons dus gelijk aan de snelheid van het treintje als geheel. Het zwaartepunt van het treintje bevindt zich op maximale hoogte h_{max} als de middelste wagon zich in punt D bevindt (zoals de situatie in figuur 1). Dan is ook de zwaarte-energie $E_{z,\text{max}} = m \cdot g \cdot h_{\text{max}}$ (Binas 35A4) maximaal. Uit de wet van behoud van energie volgt dat de kinetische energie $E_{k,\text{min}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{min}}^2$ (Binas 35A4) van het treintje dan minimaal moet zijn. Als de middelste wagon in punt D is, is de snelheid van het hele treintje dus minimaal. [1p]

Als de voorste wagon punt D bereikt, is het zwaartepunt van het treintje nog niet op het hoogste punt. De snelheid van het treintje zal dus nog afnemen voordat de middelste wagon punt D bereikt. Ineke heeft dus **gelijk**. [1p]

Als de achterste wagon punt D bereikt, is de middelste wagon al voorbij het hoogste punt. De snelheid van het treintje is alweer aan het toenemen als de achterste wagon punt D bereikt. Rob heeft dus **gelijk**. [1p]



tekening 2

4p

- 6 Bepaal de gemiddelde wrijvingskracht op het treintje F_w met:

$$W = F_w \cdot s \quad [1p] \quad (\text{Binas 35A4}) \Rightarrow F_w = \frac{W}{s}, \text{ waarin:}$$

$$W = \text{arbeid van de wrijvingskracht op het traject BCDEB} = \Delta E_k \quad [1p] \quad (\text{Binas 35A4}) = E_{k,\text{begin}} - E_{k,\text{eind}}, \text{ met:}$$

$$E_{k,\text{begin}} = \text{kinetische energie van het treintje als het de eerste keer punt B passeert} = 0,88 \text{ MJ (afgelezen in figuur 4)} = 0,88 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$E_{k,\text{eind}} = \text{kinetische energie van het treintje als het de tweede keer punt B passeert} = 0,60 \text{ MJ (afgelezen in figuur 4)} = 0,60 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$\text{zodat: } W = 0,88 \cdot 10^6 - 0,60 \cdot 10^6 = 0,28 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$s = \text{afstand die het treintje aflegt} = \text{lengte van het traject BCDEB} =$$

$$= s_{BC} + s_{CDE} + s_{EB}, \text{ waarin:}$$

$$s_{BC} = \text{lengte van het traject BC. We bepalen eerst de schaal van figuur 1. De diameter van de halve cirkel CDE is 11,0 m. In figuur 1 is dit 4,15 cm. Dat betekent dat de schaal van figuur 1 gelijk is aan } 1 \text{ cm : } \frac{11,0}{4,15} = 2,65 \text{ m} \quad [1p]$$

$$s_{BC} = 4,5 \text{ cm (gemeten in figuur 1)} = 4,5 \cdot 2,65 \text{ m} = 12 \text{ m}$$

$$s_{CDE} = \text{lengte van het traject CDE. Dit is een halve cirkel met een diameter } d = 11,0 \text{ m} \Rightarrow s_{CDE} = \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot \pi \cdot r) = \pi \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot d \right) \quad (\text{Binas 36B}) = \pi \cdot 5,50 = 17,3 \text{ m}$$

$$s_{EB} = \text{lengte van het traject EB} = \text{lengte van het traject BC} = 12 \text{ m}$$

$$\text{zodat: } s = 12 + 17,3 + 12 = 41 \text{ m}$$

$$\text{Invullen: } F_w = \frac{0,28 \cdot 10^6}{41} = 6,8 \cdot 10^3 \text{ N} \quad [1p]$$

Beker van Lycurgus

3p

- 7 In figuur 2 is te zien dat de beker een absorptiepiek heeft bij $\lambda = 525 \text{ nm}$. Dit komt overeen met een groene kleur [1p] (Binas 19A). Ook is te zien dat licht met een kleinere golflengte dan 525 nm (blauw licht) redelijk wordt geabsorbeerd. Licht met een grotere golflengte dan 600 nm (rood licht) wordt nauwelijks geabsorbeerd. Als de beker van binnenuit wordt belicht, wordt het groene licht en een deel van het blauwe licht van de lichtbron geabsorbeerd. Alleen het rode licht wordt doorgelaten. Hierdoor ziet de beker er rood uit. [1p]
- Als de beker van buitenaf wordt belicht, wordt het rode licht uit de lichtbron doorgelaten. Het groene licht wordt geabsorbeerd en deels gereflecteerd. Hierdoor ziet de beker er groen uit. [1p]

5p

- 8 – In een metaal zitten de zware positieve ionen op een vaste plaats in het rooster. [1p]
De lichte geleidingselektronen bewegen door het rooster heen.
- Het plasmon beweegt telkens weer terug in de richting van de evenwichtspositie doordat de positieve ionen en de negatieve elektronen elkaar aantrekken. [1p]
- Tussen de tijdstippen t_1 en t_2 beweegt het plasmon van boven naar beneden. [1p]
De elektrische kracht $\vec{F}_{\text{el}}$ op de elektronen is dus omlaag gericht.
Er geldt: $\vec{F}_{\text{el}} = q \cdot \vec{E}$ (Binas 35D2), met q de lading van het deeltje waar de kracht op werkt en $\vec{E}$ het elektrische veld. Omdat de lading q van het elektron negatief is, is de richting van $\vec{E}$ tegengesteld aan de richting van $\vec{F}_{\text{el}}$. [1p]
Om het plasmon naar beneden te laten bewegen, moet er dus een naar boven gericht elektrisch veld zijn geweest. [1p] In figuur 3 is dat het deel van de grafiek boven de stippellijn. De lichtgolf beweegt dus naar rechts.

3p 9 We leiden de eenheid van k af met: $f_{\text{res}} = k \cdot \sqrt{\frac{n \cdot e^2 \cdot f}{\pi \cdot m}} \Rightarrow k = f_{\text{res}} \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot m}{n \cdot e^2 \cdot f}} \Rightarrow$
 $\Rightarrow [k] = [f_{\text{res}}] \cdot \sqrt{\frac{[\pi] \cdot [m]}{[n] \cdot [e]^2 \cdot [f]}} = \text{Hz} \cdot \sqrt{\frac{1 \cdot \text{kg}}{\text{m}^{-3} \cdot \text{C}^2 \cdot \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}}} \quad [1\text{p}] = \sqrt{\frac{\text{Hz}^2 \cdot \text{kg}}{\text{m}^{-1} \cdot \text{N}}}$

In Binas 4 vind je dat $\text{Hz} = \text{s}^{-1}$ en $\text{N} = \text{kg m s}^{-2}$. [1p]

Invullen: $[k] = \sqrt{\frac{\text{s}^{-2} \cdot \text{kg}}{\text{m}^{-1} \cdot (\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2})}} = \sqrt{\frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}} = 1$

k heeft dus geen eenheid. [1p]

3p 10 Bereken het aantal geleidingselektronen in goud per m^3 n met:

$n = \frac{\rho_{\text{goud}}}{m_{\text{atoom}}} \quad [1\text{p}],$ waarin:

$\rho_{\text{goud}} = \text{dichtheid van goud} = 19,3 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ (Binas 8)

$m_{\text{atoom}} = \text{massa van een goudatoom} = 197,0 \text{ u}$ (Binas 25A of Binas 99) =
 $= 197,0 \cdot 1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ [1p] (Binas 7B) = $3,271 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$

Invullen: $n = \frac{19,3 \cdot 10^3}{3,271 \cdot 10^{-25}} = 5,90 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$ [1p]

4p 11 Bepaal de waarde van de constante k met:

$f_{\text{res}} = k \cdot \sqrt{\frac{n \cdot e^2 \cdot f}{\pi \cdot m}} \Rightarrow k = f_{\text{res}} \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot m}{n \cdot e^2 \cdot f}},$ waarin:

$f_{\text{res}} = \text{resonantiefrequentie} = \text{frequentie van de absorptiepiek. Bereken } f_{\text{res}} \text{ met:}$

$c = f_{\text{res}} \cdot \lambda_{\text{res}} \quad [1\text{p}]$ (Binas 35E2) $\Rightarrow f_{\text{res}} = \frac{c}{\lambda_{\text{res}}},$ waarin:

$c = \text{lichtsnelheid} = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ (Binas 7A)

$\lambda_{\text{res}} = \text{golflengte van de absorptiepiek} = 525 \text{ nm}$ [1p] (aflezen in figuur 2) =
 $= 525 \cdot 10^{-9} \text{ m}$

zodat: $f_{\text{res}} = \frac{2,998 \cdot 10^8}{525 \cdot 10^{-9}} = 5,71 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

$m = \text{massa van een elektron} = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ (Binas 7B)

$n = \text{aantal geleidingselektronen per m}^3 = 5,90 \cdot 10^{28}$

$e = \text{lading van het elektron} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ (Binas 7A)

$f = \text{constante in de wet van Coulomb} = 8,988 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$ [1p] (Binas 7A)

Invullen: $k = 5,71 \cdot 10^{14} \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot 9,109 \cdot 10^{-31}}{5,90 \cdot 10^{28} \cdot (1,602 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 8,988 \cdot 10^9}} = 0,262$ [1p]

SPECT-scan bij parkinson

- 3p 12 $^{123}_{52}\text{Te} + {}^1_1\text{p} \rightarrow {}^{123}_{53}\text{I} + {}^1_0\text{n}$
- Telluur heeft atoomnummer 52 en symbool Te , dus: $^{123}_{52}\text{Te}$ (Binas 25A, 40A of 99).
 - Telluur wordt beschoten met een proton, dus ${}^1_1\text{p}$ links van de pijl. [1p]
 - Jood heeft atoomnummer 53 en symbool I , dus: $^{123}_{53}\text{I}$ (Binas 25A, 40A of 99).
 - Links en rechts van de $\rightarrow$ moet de som van de atoomnummers gelijk zijn. Het deeltje dat bij deze reactie ontstaat, heeft dus atoomnummer $53 - 52 = 1$.
 - Links en rechts van de $\rightarrow$ moet de som van de massagetallen gelijk zijn. Het massagetel van het deeltje is dus $(123 + 1) - 123 = 1$. [1p]
 - Het deeltje dat bij deze reactie ontstaat, is dus een neutron: ${}^1_0\text{n}$ [1p]

2p 13 Bereken het percentage vervallen jood $N_{\text{vervallen}}$ met:

$N_{\text{vervallen}} = N_0 - N_{\text{over}},$ waarin:

$N_0 = \text{hoeveelheid isotopen bij productie}$

$N_{\text{over}} = \text{deel van de isotopen dat niet is vervallen} = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_{1/2}}} \quad [1\text{p}]$ (Binas 35E3), met:

$N_0 = \text{hoeveelheid isotopen bij productie}$

$t = \text{verstreken tijd na productie} = 24 \text{ h}$

$t_{1/2} = \text{halveringstijd van jood-123} = 13,2 \text{ h}$

zodat: $N_{\text{over}} = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{24}{13,2}} = 0,28 \cdot N_0$

Invullen: $N_{\text{vervallen}} = N_0 - 0,28 \cdot N_0 = 0,72 \cdot N_0$

Het percentage vervallen jood is dus $0,72 \cdot 100\% = 72\%$. [1p]

4p 14 Bereken de golflengte van het γ -foton λ_γ met:

$E_\gamma = \frac{h \cdot c}{\lambda_\gamma} \quad [1\text{p}]$ (Binas 25E2) $\Rightarrow \lambda_\gamma = \frac{h \cdot c}{E_\gamma},$ waarin:

$h = \text{constante van Planck} = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ (Binas 7A)

$c = \text{lichtsnelheid in vacuüm} = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ [1p] (Binas 7A)

$E_\gamma = \text{energie van het } \gamma\text{-foton} = 160 \text{ keV} = 160 \cdot 10^3 \text{ eV} =$
 $= 160 \cdot 10^3 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ [1p] (Binas 5) = $2,56 \cdot 10^{-14} \text{ J}$

Invullen: $\lambda_\gamma = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 2,998 \cdot 10^8}{2,56 \cdot 10^{-14}} = 7,76 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ [1p]

3p 15 Bepaal het verliespercentage dat in het model gehanteerd is met behulp van figuur 2. De grafiek in figuur 2 kent elke 4,8 h een verticaal deel, waaruit het verlies aan stralingsvermogen bij een toiletbezoek te bepalen is. [1p] Lees af dat het stralingsvermogen P bij $t = 4,8 \text{ h}$ afneemt van $P_{\text{begin}} = 3,7 \mu\text{W}$ naar $P_{\text{eind}} = 2,9 \mu\text{W}$. [1p] Het verliespercentage is dan gelijk aan:

$\frac{P_{\text{begin}} - P_{\text{eind}}}{P_{\text{begin}}} \cdot 100\% = \frac{3,7 - 2,9}{3,7} \cdot 100\% = 22\%$ [1p]

4p 16 Bepaal de geabsorbeerde stralingsdosis D met: $D = \frac{E}{m}$ [1p] (Binas 35E3), waarin:

$E = \text{geabsorbeerde energie. Deze energie is gelijk aan de oppervlakte onder de grafiek in figuur 2. [1p]}$ Hokjes tellen levert 21,5 hokje. Elk hokje komt overeen met $0,5 \mu\text{W} \cdot 5 \text{ h} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ W} \cdot (5 \cdot 3600 \text{ s}) = 9 \cdot 10^{-3} \text{ J}$, zodat:

$E = 21,5 \cdot 9 \cdot 10^{-3} = 0,194 \text{ J}$ [1p]

$m = \text{massa van de patiënt} = 70 \text{ kg}$

Invullen: $D = \frac{0,194}{70} = 2,8 \cdot 10^{-3} \text{ Gy}$ [1p]

2p 17 De tracer met jood-123 bindt aan de structuren die zorgen voor dopaminetransport. Bij patiënten met parkinson is het dopaminetransport verminderd, en zal er dus minder tracer worden opgenomen in de hersenen dan bij personen zonder parkinson, wat leidt tot een lagere stralingsintensiteit. [1p] Een lagere stralingsintensiteit komt overeen met minder witte gebieden. Figuur 3b hoort daarom bij de hersenen van een patiënt met parkinson. [1p]

Joystick met Hall-sensor

- 3p 18 Bereken de diameter d van de cirkelvormige doorsnede van de weerstandsdraad met:

$$A = \pi \cdot r^2 \text{ (Binas 36B)} = \pi \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot d\right)^2 \text{ [1p]} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}}, \text{ waarin:}$$

A = oppervlakte van de doorsnede van de weerstandsdraad. Er geldt:

$$\rho = \frac{R \cdot A}{\ell} \text{ [1p]} \text{ (Binas 35D1)} \Rightarrow A = \frac{\rho \cdot \ell}{R}, \text{ waarin:}$$

$$\rho = \text{soortelijke weerstand van de draad} = 0,54 \, \Omega \text{ m}$$

$$\ell = \text{lengte van de draad} = 14 \text{ cm} = 0,14 \text{ m}$$

$$R = \text{weerstand van de draad} = 100 \text{ kW} = 100 \cdot 10^3 \, \Omega$$

$$\text{zodat: } A = \frac{0,54 \cdot 0,14}{100 \cdot 10^3} = 7,6 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$$

$$\text{Invullen: } d = \sqrt{\frac{4 \cdot 7,6 \cdot 10^{-7}}{\pi}} = 9,8 \cdot 10^{-4} \text{ m [1p]}$$

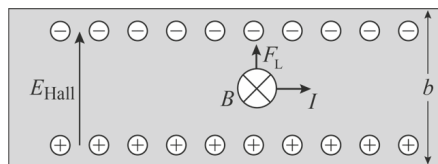
- 2p 19 Bepaal de spanning U_{AC} door de weerstandsdraad te beschouwen als een serieschakeling van de weerstanden AC en CB. In een serieschakeling wordt de spanning verdeeld volgens $U_{\text{tot}} = U_{AC} + U_{CB}$ (Binas 35D1), waarin: U_{tot} = totale spanning over de draad = 5,0 V [1p]

In figuur 2 is te zien dat het punt C ongeveer op $\frac{2}{3}$ van de draad zit.

Dat betekent dat de spanning $U_{AC} \frac{2}{3}$ van de totale spanning U_{tot} bedraagt.

$$\text{Er geldt dus: } U_{AC} = \frac{2}{3} \cdot 5,0 = 3,3 \text{ V [1p]}$$

- 3p 20 – Zie tekening 1.



tekening 1

Bepaal de richting van de Lorentzkracht F_L op de elektronen in de Hall-sensor. In de afbeelding is de stroom I naar rechts gericht, en de beweegrichting van de elektronen dus naar links. Rekening houdend met de negatieve lading van elektronen laat de linkerhandregel zien dat F_L op de elektronen omhoog gericht is. [1p]

De elektronen zitten dus boven in de strip (en de positieve lading onderin). [1p]

– Zie de tekening.

Elektrische veldlijnen lopen altijd van + naar -. Het elektrische veld E_{Hall} is daarom naar boven gericht. [1p]

- 4p 21 Als de elektrische kracht op de elektronen even groot is als de Lorentzkracht op de elektronen, dan geldt:

$$F_{\text{el}} = F_L \Rightarrow q \cdot E = B \cdot q \cdot v \text{ [1p]} \text{ (Binas 35D2 en Binas 35D3)} \Rightarrow E = B \cdot v$$

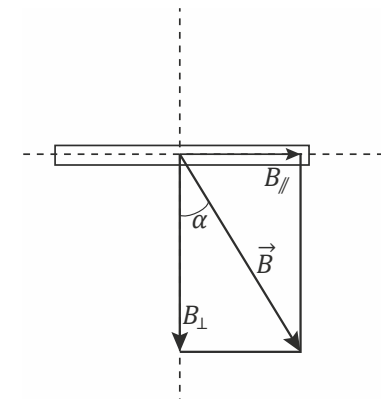
$$\text{Met formule (2) leidt dit tot: } E = \frac{U}{\Delta x} = B \cdot v \Rightarrow U = B \cdot v \cdot \Delta x \text{ [1p]}$$

Als $U = U_{\text{Hall}}$ dan geldt dat $\Delta x = b$ [1p]

$$\text{Invullen: } U_{\text{Hall}} = B \cdot v \cdot b \text{ [1p]}$$

- 3p 22 De Hall-spanning ontstaat doordat er een Lorentzkracht F_L op de elektronen werkt. De Lorentzkracht is evenredig met de component van $\vec{B}$ die loodrecht op het Hall-plaatje staat. Die component is evenredig met de cosinus van hoek α tussen het Hall-plaatje en $\vec{B}$ (zie tekening 2). Grafiek II en grafiek III vallen dus af. [1p]
De Lorentzkracht is maximaal als de magnetische inductie $\vec{B}$ loodrecht op de strip staat. Dat gebeurt bij een hoek van -90° en van 90° . [1p]

Grafiek I toont dus het juiste verloop. [1p]



tekening 2

- 3p 23 Bepaal de orde van grootte van de driftsnelheid v met:

$$U_{\text{Hall}} = B \cdot b \cdot \frac{U_{\text{Hall}}}{B \cdot b} \Rightarrow v = \frac{U_{\text{Hall}}}{B \cdot b}, \text{ waarin:}$$

U_{Hall} = Hall-spanning. In figuur 7 is te zien dat deze in de orde van grootte is van $1 \, \mu\text{V} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ V}$. [1p]

B = magnetische inductie = 0,1 T

b = breedte van de strip. Omdat de Hall-sensor in een joystick moet passen, kun je schatten dat deze in de orde van grootte is van $1 \text{ cm} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m}$. [1p]

$$\text{Invullen: } v = \frac{1 \cdot 10^{-6}}{0,1 \cdot 1 \cdot 10^{-2}} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m s}^{-1}$$

Het juiste antwoord is dus a: 10^{-3} m s^{-1} [1p]

Kayak-jumping

Casper doet aan 'kayak-jumping'. Daarbij wordt een speciale baan gebruikt om een 'sprong' te kunnen maken. Deze baan bestaat uit een helling omlaag, daarna een klein horizontaal gedeelte en tenslotte een eindstuk dat schuin omhoog loopt. Zie figuur 1 en 2.

figuur 1



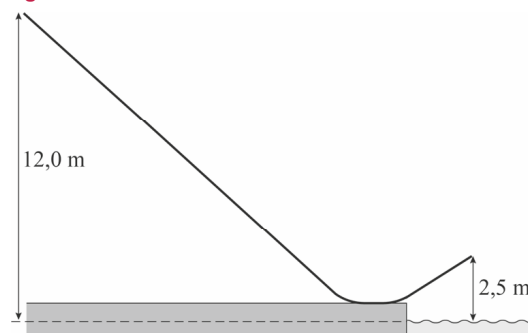
figuur 2



Het beginpunt van de baan ligt 12,0 m boven het wateroppervlak. Het einde van de baan bevindt zich 2,5 m boven het wateroppervlak. Zie figuur 3.

De massa van Casper is 69,0 kg, de massa van de kajak is 14,5 kg. De kajak begint vanuit stilstand.

figuur 3



2p

- Veronderstel dat alle wrijving mag worden verwaarloosd.
- 1 Bereken de snelheid waarmee de kajak de baan verlaat.

In werkelijkheid is er tussen de baan en de kajak uiteraard wel een schuifwrijvingskracht F_w . De luchtweerstand blijven we verwaarlozen.

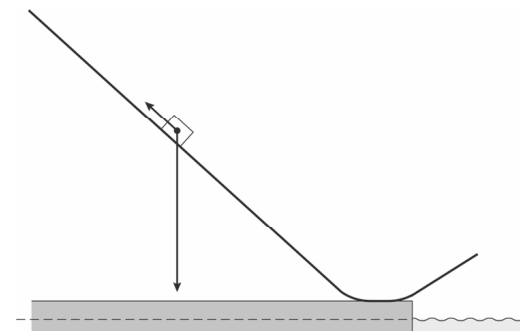
Zowel de helling als het eindstuk maken een hoek van 42° met het horizontale vlak. Uit een video-analyse blijkt dat de kajak na 2,75 s het laagste punt van de helling bereikt met een snelheid van $13,0 \text{ m s}^{-1}$.

4p

- 2 Bereken de grootte van F_w op de helling naar beneden.

Casper maakt een nieuwe sprong. De zwaartekracht F_z en de wrijvingskracht F_w die nu op Casper en zijn kajak werken, zijn op schaal getekend in figuur 4. Deze figuur staat ook op de uitwerkbijlage.

figuur 4

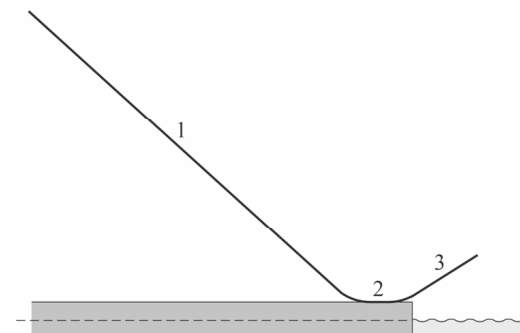


3p

- 3 Bepaal in de figuur op de uitwerkbijlage met een constructie de grootte van de resulterende kracht.

In figuur 5 zijn drie punten aangegeven. De schuifwrijvingskracht in punt 1 wordt vergeleken met die in punt 2 en punt 3. Voor de schuifwrijvingskracht geldt dat deze evenredig is met de normaalkracht.

figuur 5



2p

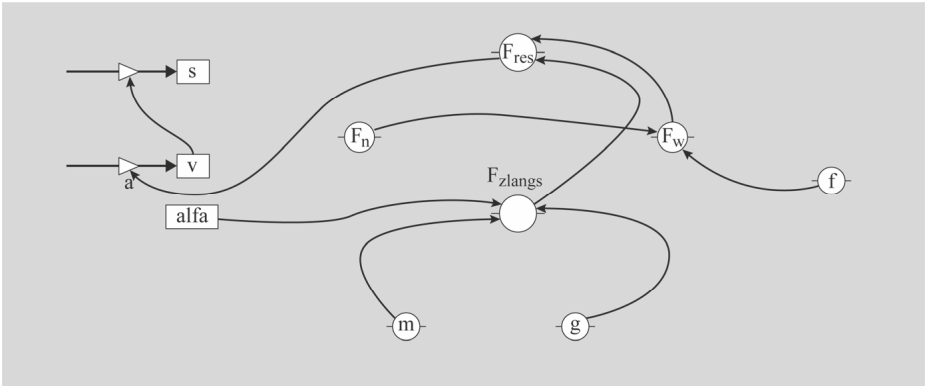
- 4 Leg van elk van de schuifwrijvingskrachten in de punten 2 en 3 uit of deze groter, kleiner of gelijk is in vergelijking met de schuifwrijvingskracht in punt 1.

Casper stelt een model op voor de beweging van het zwaartepunt van zijn kajak op de baan. Zijn model stopt aan het eind van de baan, bij een totale baanlengte van 23,8 m. Na 17,9 m wordt de baan horizontaal en na 20,0 m gaat de baan omhoog.

Het computermodel is weergegeven in figuur 6. In het model zijn twee modelformules en een startwaarde niet compleet.

figuur 6

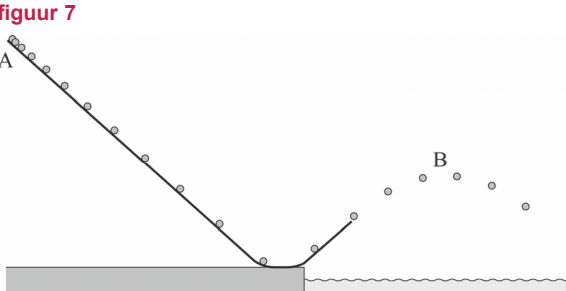
	Modelformules	Startwaarden
1	als $s > 17,9$ dan $\alpha = 0$ eindals	$t = 0 \text{ (s)}$
2	als $s > 20$ dan $\alpha = -42$ eindals	$dt = 0,001 \text{ (s)}$
3	$F_{z\text{langs}} = m \cdot g \cdot \sin(\alpha)$	$s = 0 \text{ (m)}$
4	$F_n = \dots\dots\dots$	$v = 0 \text{ (m s}^{-1}\text{)}$
5	$F_w = f \cdot F_n$	$m = 69 + 14,5 \text{ (kg)}$
6	$F_{res} = F_{z\text{langs}} - F_w$	$\alpha = 42 \text{ (}^\circ\text{)}$
7	$a = F_{res} / m$	$g = \dots\dots\dots \text{ (m s}^{-2}\text{)}$
8	$v = \dots\dots\dots$	$f = 0,25$
9	$s = s + v \cdot dt$	
10	als $s > 23,8$ dan stop eindals	
11	$t = t + dt$	



- 4p 5 Voer de volgende opdrachten uit:
- Geef de formule voor F_n die in het model gebruikt moet worden.
 - Geef de formule voor v die in het model gebruikt moet worden.
 - Leg uit of in de startwaarden $g = 9,81 \text{ (m s}^{-2}\text{)}$ of $g = -9,81 \text{ (m s}^{-2}\text{)}$ moet staan.

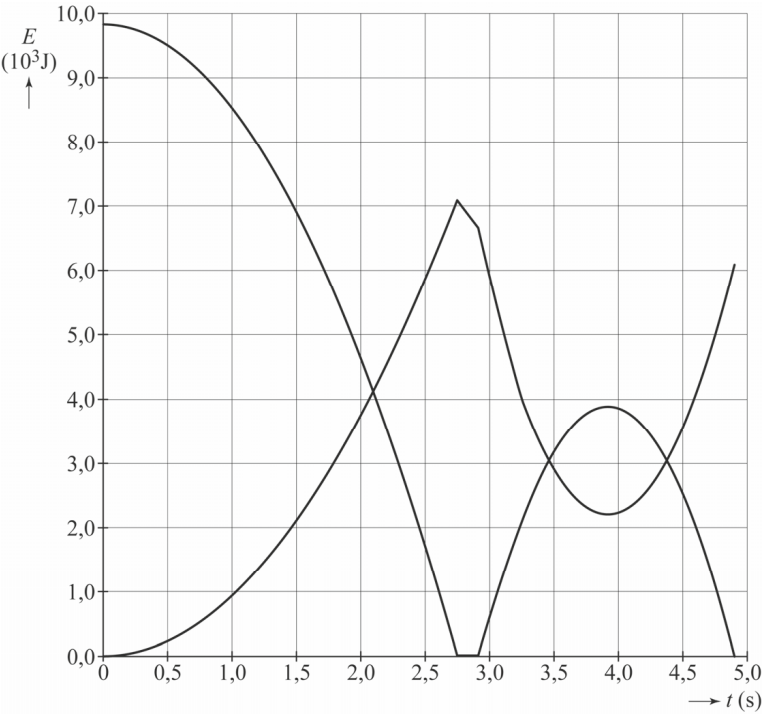
Casper breidt zijn model uit met de beweging door de lucht. Hierbij verwaarloost hij de wrijvingskracht in de lucht. Met het model berekent Casper om de 0,25 s de positie van (het zwaartepunt van) zijn kajak. Zie figuur 7.

Het hoogste punt B van de baan door de lucht ligt duidelijk lager dan het startpunt A. Volgens Casper komt dat doordat de kajak op de baan een behoorlijke wrijvingskracht ondervindt. Lisa stelt dat punt B, ook al zou er helemaal geen wrijvingskracht zijn, toch altijd lager dan punt A moet liggen. 2p 6 Leg uit of Lisa gelijk heeft.



Het model wordt uitgebreid zodat ook de zwaarte-energie en de kinetische energie van de kajak berekend worden. Zie figuur 8.

figuur 8



- 4p 7 Voer de volgende opdrachten uit:
- Bepaal behulp van figuur 8 de arbeid die door de wrijvingskracht is verricht tijdens de afdaling langs het schuine gedeelte van de baan.
 - Leg uit hoe uit figuur 8 blijkt dat de luchtweerstand in het model verwaarloosd wordt.

AA-Batterijen

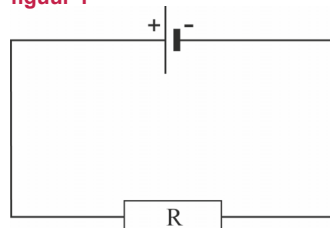
Lees onderstaand artikel.

Batterijen zijn er in allerlei soorten en maten. Veel gebruikt is de AA-batterij (ook bekend onder de naam penlite) met opschrift 'spanning 1,5 volt'. AA-batterijen zijn te koop in verschillende prijsklassen en met verschillende levensduur.



John en Philippe vragen zich af of er een verband bestaat tussen de hoeveelheid elektrische energie in de batterij en de prijs. Ze zetten een onderzoek op waarin ze een batterij in een paar uur 'leeg laten lopen'. Hiervoor bouwen ze een schakeling volgens het schema van figuur 1. Ze willen daarbij zowel de stroom door als de spanning over de weerstand meten. De middelen die John en Philippe gebruiken staan weergegeven op de uitwerkbijlage.

figuur 1



uitwerkbijlage bij vraag 8



- 2p 8 Teken op de uitwerkbijlage de benodigde verbindingen.

Om het leeglopen van de batterij niet erg lang te laten duren, is het belangrijk dat de weerstand een niet al te grote waarde heeft.

- 2p 9 Leg uit waarom.

Het voortdurend aflezen van de spanningsmeter en de stroommeter blijkt tijdrovend te zijn. Daarom willen John en Philippe het leeglopen registreren met behulp van de computer.

De batterijspanning is via een interface direct te meten.

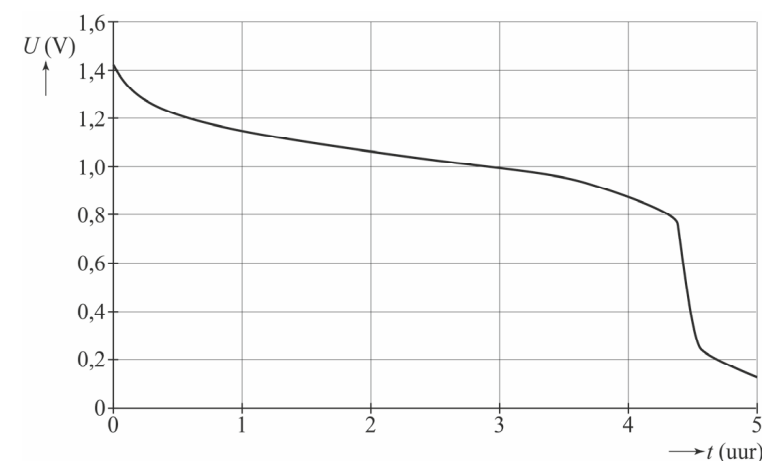
Met de stroomsterkte lukt dat niet. Via de interface kan de computer uitsluitend spanningen meten. Maar de computer kan de stroomsterkte wel berekenen. De weerstand R in de schakeling van figuur 1 heeft een waarde van $2,4 \Omega$. De verbindingssnoeren van de batterij naar de weerstand hebben elk een lengte van 40 cm. De aders in de snoeren zijn van koper met een diameter van 1,00 mm. John en Philippe verwaarlozen de weerstand van deze verbindingssnoeren.

Dit is acceptabel als de weerstand van de verbindingssnoeren minder dan 1% van de weerstand R is.

- 4p 10 Toon met behulp van een berekening aan dat de weerstand van de verbindingssnoeren verwaarloosd mag worden.

De gemeten spanning als functie van de tijd is weergegeven in figuur 2.

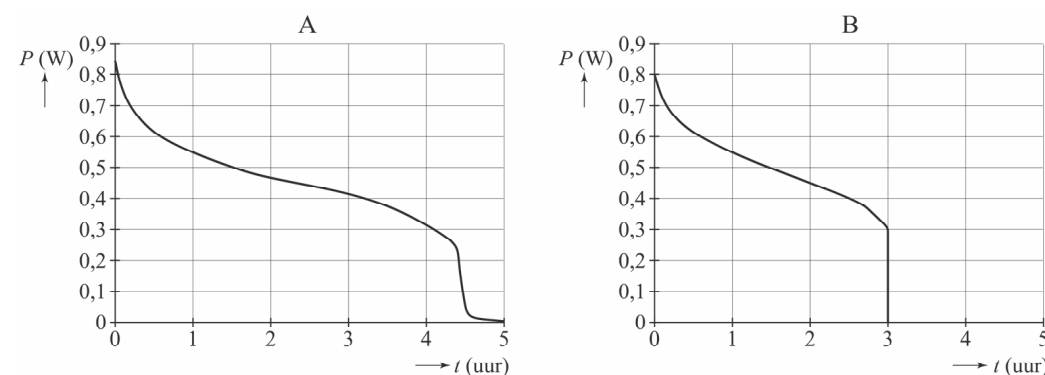
figuur 2



- 2p 11 Bepaal met behulp van figuur 2 het vermogen dat de batterij levert op het tijdstip $t = 2,0$ uur.

John en Philippe maken een (P, t) -diagram van twee andere merken batterijen (A en B). Het resultaat staat weergegeven in figuur 3.

figuur 3



Merk A heeft een winkelprijs van € 0,62 en merk B van € 0,31.

Met behulp van figuur 3 is te bepalen welke batterij, A of B, de meeste energie per euro bevat.

- 2p 12 Leg uit welke stappen je daartoe moet zetten (de bepaling hoeft niet uitgevoerd te worden).

GPS

Het Amerikaanse 'Global Positioning System' (GPS) is een radionavigatiesysteem bestaande uit 24 satellieten die in zes verschillende cirkelbanen op een constante hoogte boven het aardoppervlak draaien. In figuur 1 is een van die satellieten met 6 zonnepanelen weergegeven.

Elke satelliet zendt continu een unieke code van signalen uit.

figuur 1



Drie zonnepanelen hebben samen een lengte van 6,5 m. De zonnestraling die op de zonnepanelen valt heeft een intensiteit van $1,4 \cdot 10^3 \text{ W m}^{-2}$. De gebruikte zonnepanelen hebben een rendement van 12%.

De gegeven intensiteit van de zonnestraling kan berekend worden met behulp van gegevens uit een tabellenboek.

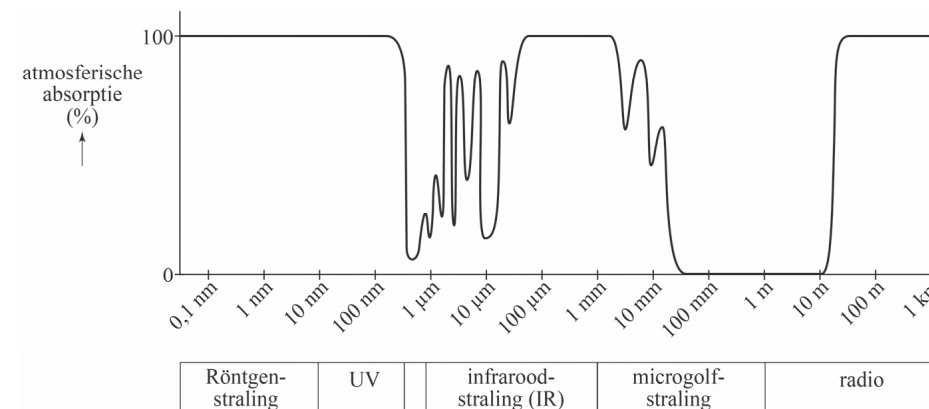
- 3p 13 Voer de volgende opdrachten uit:
- Geef aan welke formule daarvoor gebruikt moet worden.
 - Geef aan welke gegevens daarbij ingevuld moeten worden.
- 4p 14 Bepaal het maximale elektrisch vermogen dat de zonnepanelen van een GPS-satelliet kunnen leveren. Maak daartoe eerst een beredeneerde schatting van de oppervlakte van de zonnepanelen.

GPS-satellieten cirkelen op een hoogte van $2,018 \cdot 10^7 \text{ m}$.

- 4p 15 Bereken de omlooptijd T van een satelliet.

De atmosfeer absorbeert een deel van de invallende elektromagnetische straling, afhankelijk van de golflengte. Dit is weergegeven in figuur 2.

figuur 2



De satellieten zenden hun codes uit met behulp van elektromagnetische golven uit de zogenaamde L-band. Voor de L-band geldt:
 $1 \text{ GHz} < f < 2 \text{ GHz}$.

- 3p 16 Laat met berekeningen zien dat atmosferische absorptie geen belemmering is voor communicatie in de L-band.

Een ontvangapparaat op aarde (bijvoorbeeld in een auto) kan uit de ontvangen code de tijdsduur berekenen die het signaal erover gedaan heeft om van de satelliet naar het ontvangapparaat te komen. In een bepaald geval levert dit een tijd:
 $t = 8,03644762 \cdot 10^{-2} \text{ s}$. Hieruit berekent het ontvangapparaat heel nauwkeurig de afstand tot de satelliet.

Hieronder staan een aantal ordes van grootte van die nauwkeurigheid.

- a 10^2 m
- b 10^0 m
- c 10^{-2} m
- d 10^{-4} m

- 3p 17 Welke waarde is de goede? Licht dit toe met een berekening.

SIRT

Lees het volgende artikel.

Bestrijding van leverkanker

Een behandelmethode voor de bestrijding van leverkanker is de Selectieve Interne Radio-Therapie (SIRT) met yttrium-90. Daarbij worden microbolletjes met radioactief yttrium-90 in de leverslagader gespoten. De radioactieve bolletjes worden door de bloedstroom direct naar de tumor getransporteerd. Van daaruit bestralen zij de tumor gedurende ongeveer twee weken.

Er zijn voorzorgsmaatregelen die na de SIRT-behandeling in acht genomen moeten worden. Een daarvan is dat de patiënt in de eerste week na de behandeling in het openbaar vervoer (ook in het vliegtuig) niet langer dan twee uur naast een andere passagier mag zitten.

- 3p **18** Geef de vervalreactie van yttrium-90.

De vrijkomende β -straling wordt volledig in de lever geabsorbeerd. Toch mag de patiënt vlak na de behandeling niet lang naast een andere persoon zitten.

- 1p **19** Hoe kan de patiënt gevaar opleveren voor een persoon naast hem?

- 3p **20** Bereken hoeveel procent van de oorspronkelijke activiteit van yttrium-90 nog over is na veertien dagen.

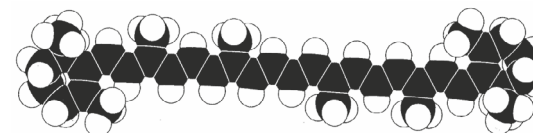
Voordat een patiënt met de SIRT-methode behandeld wordt, wil men een schatting maken van de stralingsdosis die de lever van die patiënt in veertien dagen ontvangt. De gemiddelde activiteit van het toegediende yttrium-90 in die periode is $1,4 \cdot 10^3$ MBq. De massa van de lever is 1,6 kg. De gemiddelde energie van de uitgezonden β -deeltjes is één derde van de maximale energie.

- 3p **21** Bereken de dosis D die de lever van de patiënt in veertien dagen ontvangt ten gevolge van de β -straling.

Wortel en mango

Caroteen is een stof die veel in de natuur voorkomt. Onder andere in wortels en in mango's, waar het verantwoordelijk is voor de oranje kleur.

figuur 1



Figuur 1 geeft schematisch het molecuul van caroteen weer. Centraal in het molecuul is een lange keten van 22 koolstof-atomen, in figuur 1 aangegeven met zwarte figuurtjes. Elk van deze koolstofatomen levert één elektron dat vrij over de hele lengte L van de keten kan bewegen.

Voor de energieniveaus van die vrije elektronen gelden de volgende regels:

- De energiewaarden van de niveaus kunnen berekend worden met het model van een eendimensionale energieput.
- Er zitten maximaal twee elektronen in hetzelfde energieniveau.

In figuur 2 is het energieniveauschema van de vrije elektronen weergegeven. De toestand waarin alle niveaus van $n = 1$ tot en met $n = 11$ volledig bezet zijn noemen we de grondtoestand van het molecuul. In figuur 2 is ook de overgang getekend van een elektron uit het niveau $n = 11$ naar het niveau $n = 12$.

- 3p **22** Bereken de golflengte van de fotonen die bij deze overgang geabsorbeerd worden.

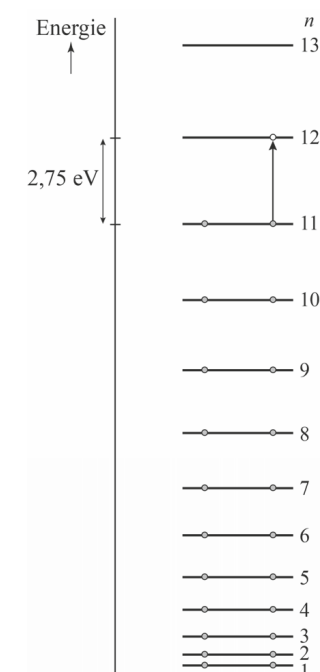
Uitgaande van het energieverschil tussen niveau 11 en 12 kan de (effectieve) lengte L van de lange keten van koolstofatomen berekend worden.

- 4p **23** Bereken deze lengte L .

Caroteen absorbeert geen infrarood maar wel ultraviolet.

- 3p **24** Leg met behulp van het energieniveauschema in figuur 2 uit waarom caroteen vanuit de grondtoestand infrarood licht **niet** absorbeert en ultraviolet licht **wel** absorbeert.

figuur 2



Hints bij examen 2021-III

- 1 Er wordt zwaarte-energie omgezet in kinetische energie.
- 2 Bereken de component van de zwaartekracht parallel aan de beweegrichting.
- 3 Construeer de resulterende kracht F_{res} in figuur 4 en maak gebruik van de grootte van de zwaartekracht F_z .
- 4 De schuifwrijving F_w is evenredig met de normaalkracht F_n .
- 5
 - Hoe verhoudt de normaalkracht F_n zich tot de zwaartekracht F_z ?
 - Gebruik de versnelling a om te bepalen hoe de snelheid v verandert.
 - Moet F_z langs een positieve of een negatieve waarde krijgen?
- 6 Welke soorten energie heeft de kajak in punt B?
- 7
 - Vergelijk de totale energie op $t = 0$ s met die op $t = 2,75$ s.
 - Kijk naar de vorm van de grafieken tussen $t = 3,25$ s en $t = 4,6$ s.
- 8 Wat weet je over het aansluiten van een stroommeter en een spanningsmeter?
- 9 Zie Binas 35D1.
- 10 Wat is het verband tussen r , ℓ , R en A ?
- 11 Hoe hangt het vermogen P af van de spanning U en de weerstand R ?
- 12 Wat stelt de oppervlakte onder de grafieken in figuur 3 voor?
- 13 Wat is het verband tussen intensiteit I en uitgestraald vermogen P_{bron} ?
- 14 Gebruik figuur 1 voor een schatting van de totale oppervlakte van de zonnepanelen.
- 15 Stel de gravitatiekracht F_G gelijk aan de middelpuntzoekende kracht F_{mpz} .
- 16 Bereken de golflengtes λ die horen bij de genoemde frequenties f .
- 17 Wat is de onzekerheidsmarge van de tijdmeting Δt ?
- 18 Zoek in Binas 25A op hoe yttrium-90 verval.
- 19 Vergelijk de eigenschappen van de verschillende soorten straling die vrijkomen.
- 20 Zie Binas 35E3.
- 21 Zoek de energie van de uitgezonden β -deeltjes op en reken deze om naar J.
- 22 Zie Binas 35E2.
- 23 Gebruik het deeltje-in-een-doosje-model.
- 24 Zie Binas 19A.

Uitwerkingen bij examen 2021-III

Kayak-jumping

- 2p 1 Bereken de snelheid v waarmee de kajak de baan verlaat met de wet van behoud van energie (Binas 35A4):

$$E_z = E_k \text{ [1p]} \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}, \text{ waarin:}$$

E_z = zwaarte-energie van de kajak in het hoogste punt

E_k = kinetische energie van de kajak wanneer deze de baan verlaat

m = massa van de kajak met Casper erin

g = valversnelling = $9,81 \text{ m s}^{-2}$ (Binas 7A)

h = hoogteverschil tussen de positie waarin de kajak wordt losgelaten en de positie waarin deze de baan verlaat = $12,0 - 2,5 = 9,5 \text{ m}$

$$\text{Invullen: } v = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 9,5} = 14 \text{ m s}^{-1} \text{ [1p]}$$

- 4p 2 *methode 1*
Bereken de wrijvingskracht F_w met behulp van de resulterende kracht F_{res} op de kajak. Op de kajak werken twee krachten in de beweegrichting: de component van de zwaartekracht in de beweegrichting $F_{z,\parallel}$ en de wrijvingskracht F_w .
De resulterende kracht in de beweegrichting $F_{\text{res}} = F_{z,\parallel} - F_w$ [1p] geeft de kajak een versnelling a volgens: $F_{\text{res}} = m \cdot a$ (Binas 35A3) = $F_{z,\parallel} - F_w \Rightarrow F_w = F_{z,\parallel} - m \cdot a$, waarin:
 $F_{z,\parallel}$ = component van de

zwaartekracht parallel aan

de helling = $F_z \cdot \sin 42^\circ$

(zie de tekening) =

$$= m \cdot g \cdot \sin 42^\circ \text{ [1p]}$$

(Binas 35A3), met:

$$m = \text{massa van de kajak} =$$

$$= 69,0 + 14,5 = 83,5 \text{ kg}$$

$$g = \text{valversnelling} =$$

$$= 9,81 \text{ m s}^{-2} \text{ (Binas 7A)}$$

$$\text{zodat: } F_{z,\parallel} = 83,5 \cdot 9,81 \cdot \sin 42^\circ$$

$$m = \text{massa van de kajak}$$

$$= 69,0 + 14,5 = 83,5 \text{ kg}$$

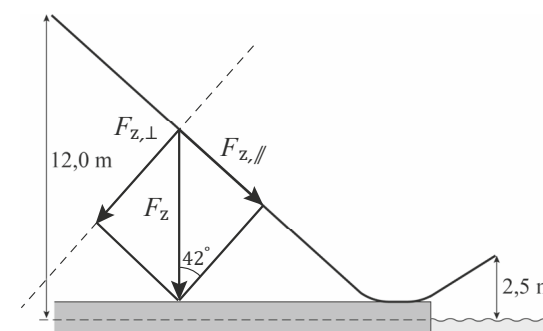
$$a = \text{versnelling van de kajak} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ [1p]} \text{ (Binas 35A1), met:}$$

$$\Delta v = \text{verschil in snelheid tussen begin en eind van de beweging} = 13,0 \text{ m s}^{-1}$$

$$\Delta t = \text{tijdsduur van de beweging} = 2,75 \text{ s}$$

$$\text{zodat: } a = \frac{13,0}{2,75} = 4,73 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{Invullen: } F_w = (83,5 \cdot 9,81 \cdot \sin 42^\circ) - (83,5 \cdot 4,73) = 1,5 \cdot 10^2 \text{ N [1p]}$$



methode 2

Bereken de wrijvingskracht F_w met behulp van de wet van behoud van energie.

Er wordt zwaarte-energie E_z omgezet in kinetische energie E_k en warmte Q volgens:

$$E_z = E_k + Q \quad [1p] \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + F_w \cdot s \quad [1p] \quad (\text{Binas 35A4}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_w = \frac{m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}{s}, \text{ waarin:}$$

m = massa van de kajak = $69,0 + 14,5 = 83,5 \text{ kg}$

g = valversnelling = $9,81 \text{ m s}^{-2}$ (Binas 7A)

h = maximaal hoogteverschil tijdens de beweging = $12,0 \text{ m}$

v = eindsnelheid van de kajak = $13,0 \text{ m s}^{-1}$

s = afgelegde afstand van de kajak = $\frac{12,0}{\sin 42^\circ}$ (ga na) = 18 m [1p]

$$\text{Invullen: } F_w = \frac{83,5 \cdot 9,81 \cdot 12,0 - \frac{1}{2} \cdot 83,5 \cdot 13,0^2}{18} = 1,5 \cdot 10^2 \text{ N} \quad [1p]$$

- 3p **3** Voer de constructie uit zoals in de tekening (de ingevulde figuur 4). [1p]
Bepaal de schaal van de krachtvectoren door de lengte van de zwaartekrachtvector op te meten in figuur 4. Deze is $2,5 \text{ cm}$ lang.

De grootte van de zwaartekracht

F_z bereken je met: $F_z = m \cdot g$

(Binas 35A3), waarin:

m = massa van de kajak

$$= 69,0 + 14,5 =$$

$$= 83,5 \text{ kg}$$

g = valversnelling = $9,81 \text{ m s}^{-2}$

(Binas 7A)

Invullen: $F_z = 83,5 \cdot 9,81 = 819 \text{ N}$ [1p]

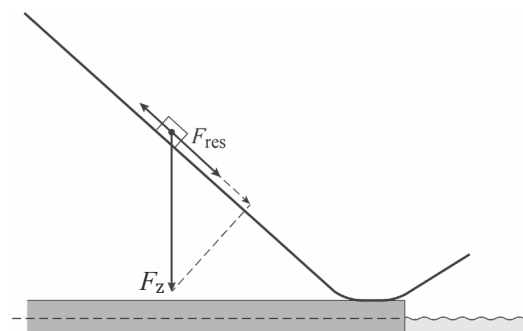
De schaal van de krachtvectoren is

$$\text{dan: } 1 \text{ cm} \triangleq \frac{819}{2,5} = 328 \text{ N}$$

De lengte van F_{res} in de

constructietekening is $1,0 \text{ cm}$. Vermenigvuldigen met de schaalfactor geeft:

$$F_{\text{res}} = 1,0 \cdot 328 = 3,3 \cdot 10^2 \text{ N} \quad [1p]$$



- 2p **4** De schuifwrijving F_w is evenredig met de normaalkracht F_n op de kajak. De normaalkracht F_n is gelijk aan de component van de zwaartekracht F_z loodrecht op het oppervlak. Deze is maximaal bij een hellingshoek van 0° , en neemt af naarmate de hellingshoek toeneemt. [1p]
De hellingshoek in punt 3 is gelijk aan die in punt 1 (42°) $\Rightarrow F_w$ in punt 3 is gelijk aan F_w in punt 1.
De hellingshoek in punt 2 is kleiner dan die in punt 1. De normaalkracht F_n is in punt 2 dus groter dan in punt 1 $\Rightarrow F_w$ in punt 2 is groter dan F_w in punt 1. [1p]

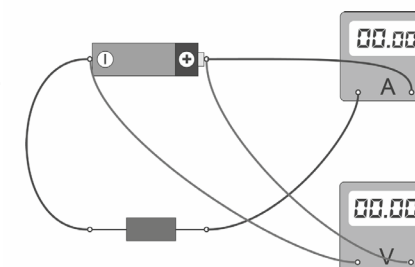
- 4p **5** – De normaalkracht F_n is gelijk aan de component van de zwaartekracht F_z loodrecht op het oppervlak. Deze is maximaal bij een hellingshoek $\alpha = 0^\circ$.
De functie $\cos \alpha$ is maximaal bij 0° .
Er geldt dus: $F_n = F_z \cdot \cos \alpha = m \cdot g \cdot \cos \alpha$ (Binas 35A3).
De gevraagde modelregel is dus: $F_n = m \cdot g \cdot \cos(\alpha)$ [1p]
– De snelheid v wordt in het model steeds bijgewerkt met de berekende waarde van de versnelling a . Tijdens het interval dt verandert de snelheid met $dv = a \cdot dt$.
De gevraagde modelregel is dus: $v = v + a \cdot dt$ [1p]
– In modelregel 6 is te zien dat $F_{\text{res}} = F_{\text{zlangs}} - F_w$. Gedurende het eerste deel van de beweging versnelt de kajak langs de helling naar beneden. Daaruit volgt dat de waarde van F_{zlangs} positief is. [1p]
In modelregel 3 is te zien dat $F_{\text{zlangs}} = m \cdot g \cdot \sin \alpha$. Als α positief is, heeft deze formule een positief getal als uitkomst als g ook een positief getal is.
Voor de startwaarde van g geldt dus: $g = 9,81 \text{ (m s}^{-2}\text{)}$ [1p]

- 2p **6** In punt A heeft de kajak geen snelheid en dus ook geen kinetische energie E_k . De totale energie van de kajak in punt A is dus gelijk aan zijn zwaarte-energie E_z .
In punt B heeft de kajak wel kinetische energie. [1p] Zijn totale energie is daarom gelijk aan $E_k + E_z$. Omdat de totale energie van de kajak behouden blijft, zal E_z in punt B een kleinere waarde hebben dan in punt A. De bereikte hoogte in punt B zal dus kleiner zijn dan die in punt A $\Rightarrow$ Lisa heeft gelijk. [1p]

- 4p **7** – Bereken de arbeid van de wrijvingskracht W_{wr} met:
 $(E_z + E_k)_{\text{eind}} = (E_z + E_k)_{\text{begin}} + W_{\text{wr}}$ [1p] $\Rightarrow W_{\text{wr}} = (E_z + E_k)_{\text{eind}} - (E_z + E_k)_{\text{begin}}$
(wet van behoud van energie, Binas 35A4), waarin:
 $(E_z + E_k)_{\text{eind}}$ = som van de zwaarte-energie en de kinetische energie van de kajak op $t = 2,75 \text{ s} = 0 \text{ J} + 7,1 \cdot 10^3 \text{ J} = 7,1 \cdot 10^3 \text{ J}$ (aflezen in figuur 8)
 $(E_z + E_k)_{\text{begin}}$ = som van de zwaarte-energie en de kinetische energie van de kajak op $t = 0 \text{ s} = 9,8 \cdot 10^3 \text{ J} + 0 \text{ J} = 9,8 \cdot 10^3 \text{ J}$ [1p] (aflezen in figuur 8)
Invullen: $W_{\text{wr}} = 7,1 \cdot 10^3 - 9,8 \cdot 10^3 = -2,7 \cdot 10^3 \text{ J}$ [1p]
Het bovenstaande antwoord wordt ook zonder minteken goed gerekend.
– De kajak komt los van de baan op $t = 3,25 \text{ s}$. Vanaf dat moment is te zien dat de zwaarte-energie E_z en de kinetische energie E_k allebei een symmetrisch verloop kennen. Bij $t = 4,6 \text{ s}$ zijn ze beide terug op het niveau van $t = 3,25 \text{ s}$. Er is daarbij geen energie verloren gegaan $\Rightarrow$ de luchtweerstand wordt dus verwaarloosd. [1p]

AA-batterijen

- 2p **8** Zie de tekening (de ingevulde uitwerkbijlage).
Er moet een gesloten stroomkring zijn van de batterij naar de weerstand en terug. In die stroomkring moet de stroommeter in serie worden opgenomen. [1p]
De spanningsmeter moet parallel aan de batterij worden geschakeld. [1p]



- 2p 9 De tijdsduur t waarin alle energie E van de batterij wordt verbruikt, hangt af van het vermogen P dat de schakeling gebruikt volgens: $E = P \cdot t$ (Binas 35D1)
Hoe groter het vermogen P , hoe korter de tijdsduur t .
Het vermogen P hangt af van de weerstand R en de spanning U in de schakeling volgens:

$$P = U \cdot I \text{ en } U = I \cdot R \text{ [1p] (Binas 35D1)} \Rightarrow P = \frac{U^2}{R}$$

Hoe kleiner de weerstand R , hoe groter het vermogen P en hoe korter de tijdsduur t . [1p]

- 4p 10 Bereken de weerstand R_{snoeren} van de verbindingssnoeren met:

$$\rho = \frac{R_{\text{snoeren}} \cdot A}{\ell} \Rightarrow R_{\text{snoeren}} = \frac{\rho \cdot \ell}{A} \text{ (Binas 35D1), waarin:}$$

ρ = soortelijke weerstand van koper = $17 \cdot 10^{-9} \Omega \text{ m}$ (Binas 8) [1p]

ℓ = lengte van de verbindingssnoeren = $2 \cdot 40 \text{ cm} = 80 \text{ cm} = 0,80 \text{ m}$ [1p]

A = oppervlakte van de doorsnede van de verbindingssnoeren = $= \pi \cdot r^2$ (Binas 36), met:

$$r = \text{straal van de aders in de snoeren} = \frac{1}{2} \cdot \text{diameter [1p]} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 1,00 \text{ mm} = 0,500 \text{ mm} = 0,500 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{zodat: } A = \pi \cdot (0,500 \cdot 10^{-3})^2 = 7,85 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$$

$$\text{Invullen: } R_{\text{snoeren}} = \frac{17 \cdot 10^{-9} \cdot 0,80}{7,85 \cdot 10^{-7}} = 1,73 \cdot 10^{-2} \Omega$$

$$\text{Dit is gelijk aan } \frac{1,73 \cdot 10^{-2}}{2,4} \cdot 100\% = 0,72\% \text{ van de weerstand van R. [1p]}$$

De weerstand van de verbindingsdraden mag dus worden verwaarloosd.

- 2p 11 Bepaal het vermogen P van de batterij op het tijdstip $t = 2,0 \text{ h}$ met:

$$P = U \cdot I \text{ en } U = I \cdot R \text{ (Binas 35D1)} \Rightarrow P = \frac{U^2}{R} \text{ [1p], waarin:}$$

U = spanning over de batterij op het tijdstip $t = 2,0 \text{ h}$. $U = 1,07 \text{ V}$ (aflezen in figuur 2)

R = grootte van weerstand $R = 2,4 \Omega$

$$\text{Invullen: } P = \frac{1,07^2}{2,4} = 0,48 \text{ W [1p]}$$

- 2p 12 De energie E in de batterijen kun je bepalen met $E = P \cdot t$ (Binas 35D1) door de oppervlakte onder de grafieken in figuur 3 te bepalen. [1p]
Door vervolgens de energie in de batterijen te delen door de prijs, kun je vergelijken hoeveel energie per euro de batterijen bevatten. [1p]

GPS

- 3p 13 – Het verband tussen de intensiteit I van de zonnestraling op de zonnepanelen, het uitgestraalde vermogen P_{bron} van de zon en de afstand tussen de zon en de aarde r is: $I = \frac{P_{\text{bron}}}{4\pi \cdot r^2}$ [1p] (kwadratenwet, Binas 35B2)
– Hierbij geldt:
 P_{bron} = uitgestraald vermogen van de zon [1p]
 r = gemiddelde afstand tussen de zon en de aarde [1p]
Omdat de satellieten een baan om de aarde beschrijven, is hun gemiddelde afstand tot de zon gelijk aan die tussen het middelpunt van de aarde en de zon.

- 4p 14 Bereken het elektrische vermogen P_{el} dat de zonnepanelen samen kunnen opwekken met: $P_{\text{el}} = \eta \cdot P_{\text{ontvangen}}$ [1p], waarin:
 η = rendement van de energie-omzetting in de zonnepanelen = $12\% = 0,12$
 $P_{\text{ontvangen}}$ = ontvangen vermogen van de zonnestraling op de zonnepanelen = $= A \cdot I$ [1p], met:
 A = oppervlakte van de zonnepanelen. In figuur 1 is te zien dat de satelliet twee rijen van drie zonnepanelen heeft. De panelen zijn bij benadering vierkant. Dat betekent dat de breedte van de panelen ongeveer $\frac{6,5}{3} = 2,2 \text{ m}$ is. De totale oppervlakte van de zonnepanelen is dan:
 $A = 2 \cdot 6,5 \cdot 2,2 = 29 \text{ m}^2$ [1p]
 I = intensiteit van de zonnestraling op de zonnepanelen = $= 1,4 \cdot 10^3 \text{ W m}^{-2}$
zodat: $P_{\text{ontvangen}} = 29 \cdot 1,4 \cdot 10^3 = 4,1 \cdot 10^4 \text{ W}$
Invullen: $P_{\text{el}} = 0,12 \cdot 4,1 \cdot 10^4 = 4,9 \cdot 10^3 \text{ W}$ [1p]
De geschatte oppervlakte van de zonnepanelen A mag tussen 26 en 32 m² liggen.

- 4p 15 Bereken de omlooptijd T van de satelliet door eerst de baansnelheid v te berekenen. Hiervoor stel je de gravitatiekracht F_G gelijk aan de middelpuntzoekende kracht F_{mpz} . Vervolgens bereken je T met behulp van v .
De gravitatiekracht F_G treedt hier op als middelpuntzoekende kracht F_{mpz} . Bereken daarom de baansnelheid v met:
 $F_G = F_{\text{mpz}}$ [1p] $\Rightarrow \frac{G \cdot m_a \cdot m_{\text{sat}}}{r_{\text{sat}}^2}$ (Binas 35A5) $= \frac{m_{\text{sat}} \cdot v^2}{r_{\text{sat}}}$ (Binas 35A2) [1p] $\Rightarrow$
 $\Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot m_a}{r_{\text{sat}}}}$, waarin:
 G = gravitatieconstante = $6,6738 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ (Binas 7A)
 m_a = massa van de aarde = $5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ (Binas 31)
 m_{sat} = massa van de satelliet
 r_{sat} = baanstraal van de satelliet = afstand van de satelliet tot het middelpunt van de aarde. Er geldt: $r_{\text{sat}} = r_a + h$, waarin:
 r_a = straal van de aarde = $6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$ (Binas 31)
 h = hoogte van de satelliet boven de aarde = $2,018 \cdot 10^7 \text{ m}$
zodat: $r_{\text{sat}} = 6,371 \cdot 10^6 + 2,018 \cdot 10^7 = 2,655 \cdot 10^7 \text{ m}$

$$\text{Invullen: } v = \sqrt{\frac{6,6738 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{2,655 \cdot 10^7}} = 3,874 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Bereken nu de omlooptijd } T \text{ met: } v = \frac{2\pi \cdot r_{\text{sat}}}{T} \text{ [1p] (Binas 35A2)} \Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot r_{\text{sat}}}{v},$$

waarin:
 r_{sat} = baanstraal van de satelliet = $2,655 \cdot 10^7 \text{ m}$ (zie hierboven)

v = baansnelheid van de satelliet = $3,874 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$ (zie hierboven)

$$\text{Invullen: } T = \frac{2\pi \cdot 2,655 \cdot 10^7}{3,874 \cdot 10^3} = 4,306 \cdot 10^4 \text{ s [1p]}$$

Het is ook toegestaan om deze vraag op te lossen met de formule voor de cirkelbaan van Kepler (Binas 35A5).

- 3p

16

Bereken de golflengtes van de L-band met: $c = f \cdot \lambda$ [1p] (Binas 35E2) $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \lambda = \frac{c}{f}$, waarin:
 c = lichtsnelheid = $3,0 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ (Binas 7A)
 f = frequentie van de elektromagnetische golven
Omdat de grenzen van het golflengtegebied moeten worden berekend, vullen we de formule twee keer in, voor $f_1 = 1 \text{ GHz} = 1 \cdot 10^9 \text{ Hz}$ en voor $f_2 = 2 \text{ GHz} = 2 \cdot 10^9 \text{ Hz}$.
Invullen: $\lambda_1 = \frac{3,0 \cdot 10^8}{1 \cdot 10^9} = 3 \cdot 10^{-1} \text{ m} = 0,3 \text{ m}$ en $\lambda_2 = \frac{3,0 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^9} = 2 \cdot 10^{-1} \text{ m} = 0,2 \text{ m}$ [1p]
In figuur 2 is te zien dat golven met golflengtes tussen deze waarden niet geabsorbeerd worden door de atmosfeer. [1p]
- 3p

17

Bereken de nauwkeurigheid in plaats Δx met: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ (Binas 35A1) $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \Delta x = v \cdot \Delta t$, waarin:
 v = snelheid van de elektromagnetische golven = lichtsnelheid = $3,0 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ [1p] (Binas 7A)
 Δt = onzekerheid in de tijdmeting. Deze is gelijk aan $0,000000005 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ [1p] = $5 \cdot 10^{-11} \text{ s}$
Invullen: $\Delta x = 3,0 \cdot 10^8 \cdot 5 \cdot 10^{-11} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
Het juiste antwoord is dus **c**: 10^{-2} m [1p]

SIRT

- 3p

18

${}^{90}_{39}\text{Y} \rightarrow {}^{90}_{40}\text{Zr} + {}^0_{-1}\beta + \gamma \text{ (+ } \bar{\nu}_e)$
· Yttrium-90 heeft als symbool Y, als atoomnummer 39 en als massagetal 90: ${}^{90}_{39}\text{Y}$ (Binas 25A, 40A of 99).
· Yttrium-90 zendt bij verval β^- -straling en γ -straling uit (Binas 25A), dus: ${}^0_{-1}\beta + \gamma$ rechts van de pijl. [1p]
· Links en rechts van de $\rightarrow$ moet de som van de atoomnummers gelijk zijn. Het deeltje dat bij deze reactie ontstaat, heeft dus atoomnummer $39 - (-1) = 40$.
· Links en rechts van de $\rightarrow$ moet de som van de massagetallen gelijk zijn. Het massagetal van het deeltje is dus $90 - 0 = 90$. [1p]
· De kern die bij deze reactie ontstaat, is dus: ${}^{90}_{40}\text{Zr}$ [1p]

1p

19

Naast β^- -straling komt bij het verval van yttrium-90 ook γ -straling vrij. Door het grote doordringende vermogen van γ -straling worden ook personen in de nabijheid van de patiënt hieraan blootgesteld.

3p

20

Bereken de activiteit van het yttrium-90 na veertien dagen $A_{14\text{d}}$ met:
 $A_{14\text{d}} = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_{\frac{1}{2}}}}$ [1p] (Binas 35E3), waarin:
 A_0 = activiteit van het yttrium-90 bij toediening
 t = wachttijd = $14 \text{ d} = 14 \cdot 24 \text{ h}$
 $t_{\frac{1}{2}}$ = halveringstijd van yttrium-90 = 64 h [1p] (Binas 25A)
Invullen: $A_{14\text{d}} = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{14 \cdot 24}{64}} = 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot A_0$
De activiteit na veertien dagen is dus gelijk aan $2,6 \cdot 10^{-2} \cdot 100\% = 2,6\%$ van de oorspronkelijke activiteit. [1p]

- 3p

21

Bereken de dosis D die de lever van de patiënt in veertien dagen ontvangt met:
 $D = \frac{E}{m}$ (Binas 35E3), waarin:
 E = geabsorbeerde stralingsenergie = $N \cdot E_\beta$, met:
 N = aantal geabsorbeerde deeltjes = $A \cdot \Delta t$ [1p], met:
 A = gemiddelde activiteit van het yttrium-90 = $1,4 \cdot 10^3 \text{ MBq} = 1,4 \cdot 10^9 \text{ Bq}$
 Δt = tijdsduur van de blootstelling = $14 \text{ d} = 14 \cdot 86400 \text{ s}$ (Binas 5) = $1,2 \cdot 10^6 \text{ s}$
zodat: $N = 1,4 \cdot 10^9 \cdot 1,2 \cdot 10^6 = 1,7 \cdot 10^{15}$
 E_β = energie per geabsorbeerd β -deeltje = $\frac{1}{3} \cdot$ maximale energie =
 $= \frac{1}{3} \cdot 2,3 \text{ MeV}$ (Binas 25A) = $\frac{1}{3} \cdot 2,3 \cdot 10^6 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ (Binas 5) =
 $= 1,2 \cdot 10^{-13} \text{ J}$ [1p]
zodat: $E = 1,7 \cdot 10^{15} \cdot 1,2 \cdot 10^{-13} = 2,0 \cdot 10^2 \text{ J}$
 m = massa van de lever = $1,6 \text{ kg}$
Invullen: $D = \frac{2,0 \cdot 10^2}{1,6} = 1,3 \cdot 10^2 \text{ Gy}$ [1p]

Wortel en mango

- 3p

22

Bereken de golflengte van de geabsorbeerde fotonen λ met:
 $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ [1p] (Binas 35E2) $\Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{E_f}$, met:
 h = constante van Planck = $6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ (Binas 7A)
 c = lichtsnelheid = $2,998 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ (Binas 7A)
 E_f = energie van de geabsorbeerde fotonen = $2,75 \text{ eV}$ (afgelezen in figuur 2) = $2,75 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ [1p] (Binas 5)
Invullen: $\lambda = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 2,998 \cdot 10^8}{2,75 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}} = 4,51 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ [1p]

4p

23

Bereken de lengte L van de keten van koolstofatomen met:
 $\Delta E = E_{12} - E_{11}$ [1p] = $\frac{12^2 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} - \frac{11^2 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot L^2}$ [1p] (Binas 35E4) = $(12^2 - 11^2) \cdot \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \Rightarrow$
 $\Rightarrow L = \sqrt{\frac{(12^2 - 11^2) \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot \Delta E}}$, waarin:
 h = constante van Planck = $6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ (Binas 7A)
 m = massa van het elektron [1p] = $9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ (Binas 7B)
 ΔE = energieverval tussen $n = 12$ en $n = 11$ = $2,75 \text{ eV} = 2,75 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ (Binas 5)
Invullen: $L = \sqrt{\frac{(144 - 121) \cdot (6,626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9,109 \cdot 10^{-31} \cdot 2,75 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}}} = 1,77 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ [1p]

3p

24

In figuur 2 is te zien dat tot en met niveau 11 alle energieniveaus van het caroteenmolecuul bezet zijn. De overgang die de minste energie kost, is daarom die van $n = 11$ naar $n = 12$: $\Delta E = 2,75 \text{ eV}$ [1p]
In Binas 19A is te zien dat bij infrarood licht een fotonenergie van maximaal $1,65 \text{ eV}$ hoort. Dat is niet genoeg om een elektron van $n = 11$ naar $n = 12$ te brengen. [1p]
In Binas 19A is te zien dat bij ultraviolet licht een fotonenergie van minimaal $3,10 \text{ eV}$ hoort. Dat is wel genoeg om een elektron van $n = 11$ naar $n = 12$ te brengen. [1p]

Oefenen met het examen van 2022-I.
De antwoorden en uitwerkingen vind je
op mijn.examenbundel.nl.



Deel 2b

Examen 2022-I

Vrije worp bij basketbal

figuur 1



figuur 2

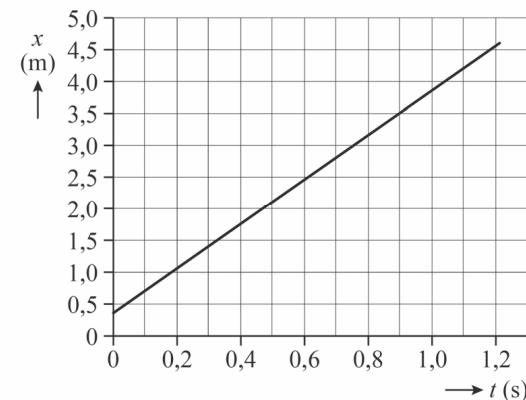
basketbal	
massa bal	600 g
diameter bal	24 cm
hoogte ring	3,05 m
diameter ring	45 cm
horizontale afstand van vrijeworplijn tot midden van de ring	4,6 m

Bij basketbal scoor je door de bal van bovenaf door een metalen ring te gooien waaraan een netje bevestigd is. Rens en Dyon onderzoeken de beweging van de bal bij een vrije worp. Bij een vrije worp probeert de speler de bal door de ring te gooien terwijl hij achter de 'vrijeworplijn' staat. Zie figuur 1. In figuur 2 staat een tabel met een aantal gegevens over basketbal.

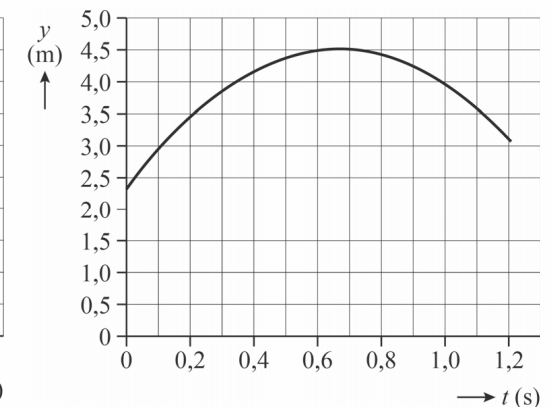
Met behulp van een videometing is de beweging van de bal na de worp geanalyseerd. Je kunt de beweging van de bal beschouwen als een combinatie van een horizontale beweging (in de x -richting) en een verticale beweging (in de y -richting). De videometing levert het (x, t) -diagram en het (y, t) -diagram van de beweging van het middelpunt van de bal. Zie de figuren 3a en 3b. Hierin is x de horizontale afstand vanaf de vrijeworplijn en y de hoogte boven de grond. Op $t = 0$ s verlaat de bal de hand van de speler.

De grootte snelheid is een vectorgrootte, net als de grootte kracht. Je kunt daarom de grootte van de snelheid op dezelfde manier uit haar componenten berekenen als bij kracht.

figuur 3a



figuur 3b

**Bronvermelding**

Een opsomming van de in dit examen gebruikte bronnen, zoals teksten en afbeeldingen, is te vinden in het bij dit examen behorende correctievoorschrift op mijn.examenbundel.nl.

- 4p 1 Figuur 3a en figuur 3b staan vergroot weergegeven op de uitwerkbijlage. Bepaal met behulp van de figuren op de uitwerkbijlage de grootte van de snelheid op het moment dat de bal de hand van de speler verlaat. Noteer je antwoord in twee significante cijfers.

In figuur 4 zijn foto's te zien van een andere vrije worp. Op de linker foto is het begin van de worp te zien, waarbij de speler extra spierkracht begint uit te oefenen op de bal om hem een snelheid te geven. Op de rechter foto is het einde van de worp te zien, waarbij de bal net is losgekomen van de hand van de speler. Bij deze vrije worp verlaat de bal de hand met een snelheid van $7,1 \text{ m s}^{-1}$.

Figuur 4 is vergroot weergegeven op de uitwerkbijlage.

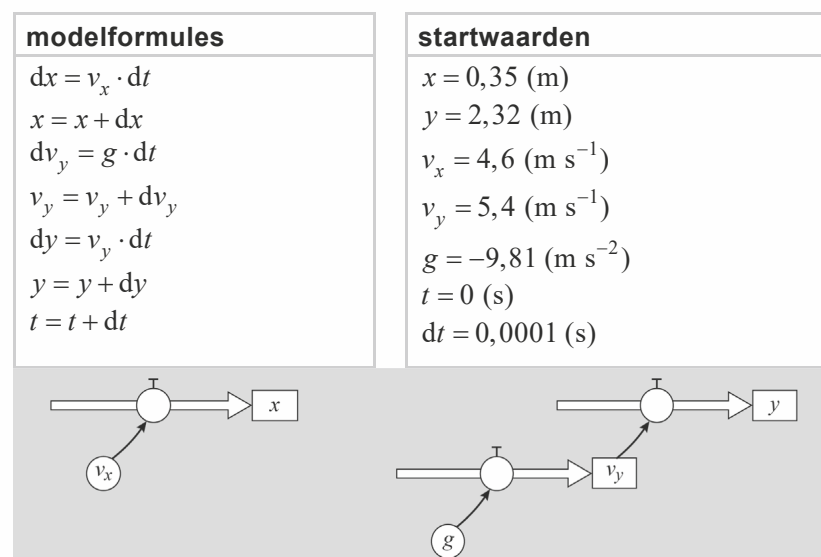
figuur 4



- 4p 2 Voer de volgende opdrachten uit:
- Bepaal met behulp van de foto's op de uitwerkbijlage en figuur 2 de verplaatsing van de bal tijdens de worp. Noteer je antwoord in twee significante cijfers.
 - Bereken hiermee het gemiddelde van de resulterende kracht op de bal tijdens de worp.

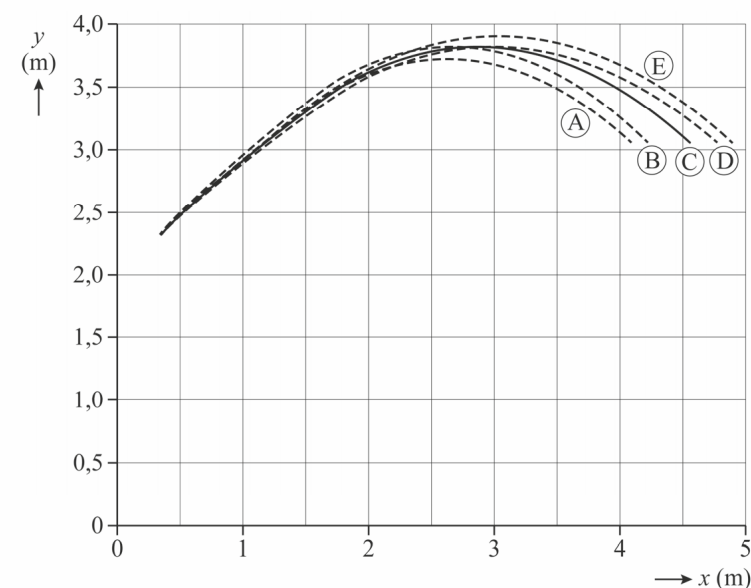
Om een beter inzicht te krijgen in de beweging van de bal na de worp, ontwerpen Rens en Dyon een vereenvoudigd model. Dit model is weergegeven in figuur 5. Ook hier is $t = 0 \text{ s}$ het moment dat de bal de hand van de speler verlaat.

figuur 5



Rens en Dyon laten de computer het model een aantal keren doorrekenen. Rens kiest eerst een aantal keren een andere startwaarde voor v_x , zonder die van v_y te veranderen. Vervolgens zet hij de waarde van v_x terug naar de oorspronkelijke startwaarde. Daarna varieert Dyon een aantal keren de startwaarde van v_y , zonder die van v_x te veranderen. De resultaten van vijf berekeningen zijn weergegeven in figuur 6.

figuur 6



In het model is ingebouwd dat de berekeningen stoppen als aan twee voorwaarden is voldaan. Deze voorwaarden worden in de instellingen van het programma ingevoerd.

- 2p 3 Geef de twee voorwaarden zodat het model stopt zoals in figuur 6 is weergegeven.

Bij resultaat C in figuur 6 wordt er gescoord.

- 2p 4 Leg uit hoe dat blijkt uit figuur 6 in combinatie met figuur 2.

De verschillende resultaten in figuur 6 zijn het gevolg van variaties in de startwaarde van v_x door Rens of van variaties in de startwaarde van v_y door Dyon. Op de uitwerkbijlage staat een tabel.

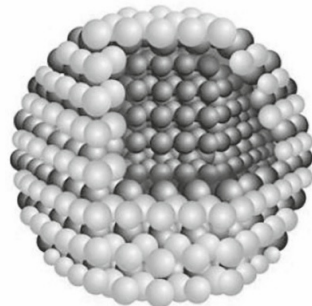
- 3p 5 Geef in de tabel op de uitwerkbijlage aan voor de resultaten A, B, D en E of de verschuiving ten opzichte van resultaat C een gevolg is van een variatie in de startwaarde van v_x of van een variatie in de startwaarde van v_y . Licht je antwoord toe.

Qled-tv

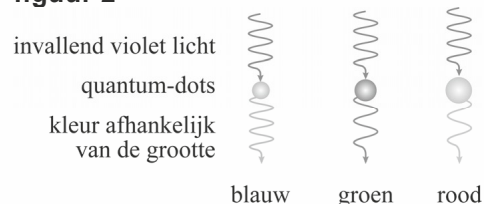
In het scherm van een Qled-tv valt violet licht afkomstig uit leds op een laagje met quantum-dots. Quantum-dots zijn kleine bolletjes met afmetingen variërend van 1 tot 20 nm, gemaakt van een speciaal materiaal. In figuur 1 staat een artist's impression van één quantum-dot (opgebouwd uit atomen). De quantum-dots absorberen het violette licht waarmee ze bestraald worden en zenden daarna zelf licht uit met een andere kleur dan violet.

Voor de werking van een Qled-tv zijn quantumdots nodig die blauw, groen of rood licht uitzenden. De kleur van het uitgezonden licht hangt af van de grootte van de quantum-dot. Zie figuur 2.

figuur 1



figuur 2



De quantum-dots in een Qled-tv worden met violet licht bestraald.

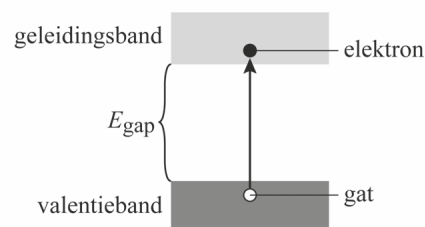
- 2p 6 Leg uit waarom gekozen is voor violet licht in plaats van een andere kleur uit het zichtbare spectrum.

Halfgeleider

Een quantum-dot is gemaakt van een zogenaamd halfgeleidermateriaal. In een halfgeleider kan een elektron slechts in banden van zeer dicht bij elkaar gelegen energieniveaus bestaan. Voor de werking van een quantum-dot zijn slechts twee van deze energiebanden van belang: de valentieband en de geleidingsband.

Daartussen zit bij een halfgeleider een energierschil, de zogeheten bandgap E_{gap} . Zie figuur 3.

figuur 3



Als een foton geabsorbeerd wordt maakt het één elektron vrij uit het atoomrooster. De energie van dat foton moet daarvoor groot genoeg zijn. Het elektron gaat dan van een energieniveau in de valentieband naar een energieniveau in de geleidingsband. Dit betekent dat het loskomt uit het atoomrooster van de halfgeleider. Het achterblijvende gat in de valentieband kan worden opgevat als een positief deeltje dat door het rooster beweegt. Het aangeslagen elektron en het achterblijvende gat worden samen een elektron-gatpaar genoemd.

In figuur 4 is van enkele halfgeleiders de bandgap gegeven.

figuur 4

halfgeleider	E_{gap} (eV)
Si	1,12
CdSe	1,74
Si_3N_4	5,00
GaAs	1,43
GaP	2,26

Neem aan dat de fotonenergie van het gebruikte violette licht tussen 2,75 eV en 3,10 eV ligt.

- 2p 7 Geef in de tabel op de uitwerkbijlage voor elke halfgeleider aan of deze op grond van de bandgap geschikt is voor gebruik in een Qled-tv. Licht je antwoord toe.

In goede benadering kunnen elektron en gat van een elektron-gatpaar worden opgevat als vrije deeltjes. Als gevolg van de invloed van het atoomrooster op hun beweging zijn de massa's van deze deeltjes echter niet gelijk aan de elektronmassa m_e . Ze krijgen beide een zogenaamde effectieve massa m_{eff} . Voor de halfgeleider die wordt gebruikt in een Qled-tv geldt: $m_{\text{eff, elektron}} = 0,13m_e$ en $m_{\text{eff, gat}} = 0,45m_e$.

Voor de de Broglie-golflengte λ_B van het elektron of het gat geldt:

$$\lambda_B = \frac{h}{\sqrt{2m_{\text{eff}}E_k}} \quad (1)$$

Hierin is:

- h de constante van Planck
- m_{eff} de effectieve massa
- E_k de kinetische energie

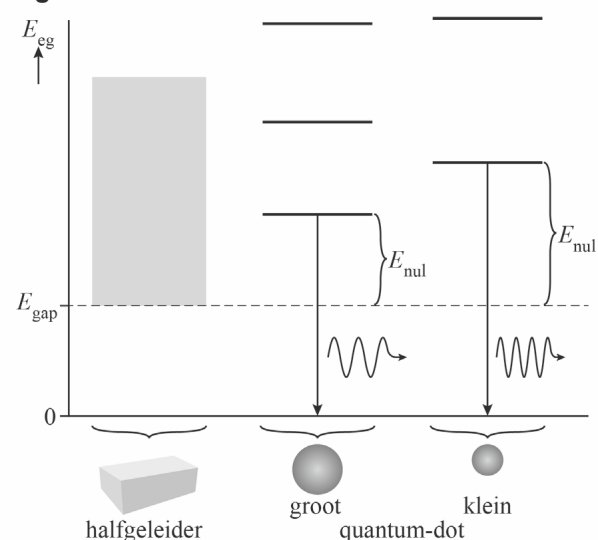
Neem voor de kinetische energie van het elektron 1 eV .

- 5p 8 Voer de volgende opdrachten uit:
- Leid formule (1) af met behulp van formules uit het informatieboek.
 - Bereken λ_B van het elektron.

Quantum-dot

In een oneindig grote halfgeleider kan de energie van het elektron-gatpaar E_{eg} elke waarde hebben boven de bandgap. In een quantum-dot wordt het elektron-gatpaar in een kleine ruimte opgesloten. Daardoor worden de energieniveaus van het elektron-gatpaar gequantiseerd. Hoe kleiner de ruimte, hoe groter de afstand tussen de afzonderlijke energieniveaus. Zie figuur 5.

figuur 5



In een vereenvoudigd model kan de quantum-dot beschouwd worden als een energieput met oneindig hoge wanden. Voor de nulpuntsenergie van een deeltje in deze energieput kan worden uitgegaan van een eendimensionale put, waarvan de lengte L gelijk is aan de straal R van de quantum-dot. De energie E_{nul} in figuur 5 is de som van de nulpuntsenergieën van elektron en gat in deze energieput. Dus

$$E_{nul} = E_{nul, \text{elektron}} + E_{nul, \text{gat}}.$$

Na zijn ontstaan komt het elektron-gatpaar door wisselwerking met het atoomrooster uiteindelijk in de grondtoestand van de energieput terecht. Als het elektron vervolgens terugvalt in het gat zendt de quantum-dot een foton uit. In figuur 5 is dit schematisch weergegeven.

Voor de energie van het uitgezonden foton E_f geldt:

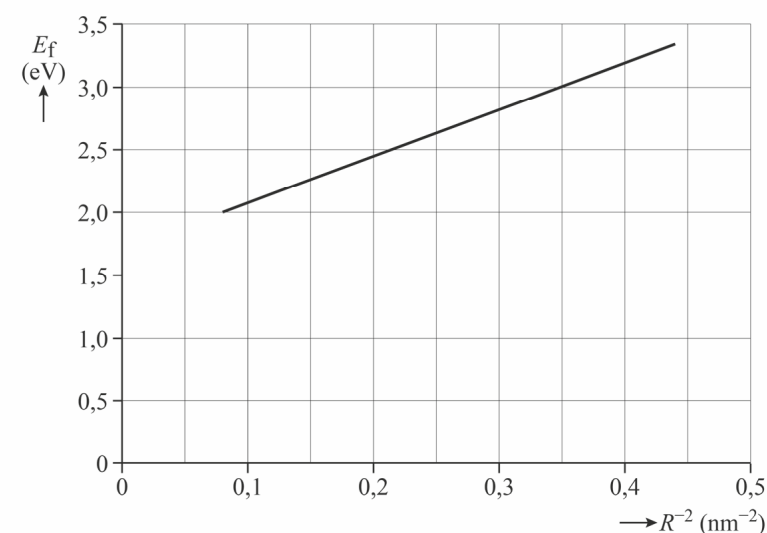
$$E_f = E_{\text{gap}} + \frac{C}{R^2} \quad (2)$$

Hierin is C een constante met de eenheid J m^2 , die afhangt van $m_{\text{eff, elektron}}$, $m_{\text{eff, gat}}$ en h .

- 4p 9 Bereken de waarde van de constante C . Leid hiertoe eerst formule (2) af met behulp van een formule uit het informatieboek en figuur 5.

Een fabrikant van Qled-tv's wil quantum-dots selecteren die na bestraling met het violette licht groen licht uitzenden met een golflengte van 534 nm . Door een coördinatentransformatie toe te passen, is van formule (2) een lineaire grafiek gemaakt. Zie figuur 6.

figuur 6

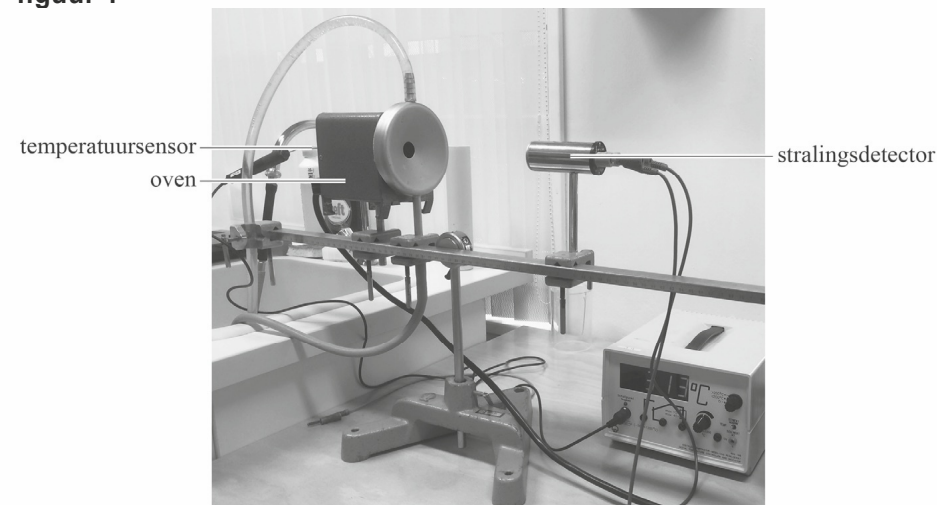


- 4p 10 Bepaal met behulp van figuur 6 de straal van de quantum-dots die de fabrikant zoekt. Noteer je antwoord in twee significante cijfers.

Practicum warmtestraling

Tess en Fem voeren een practicum uit over warmtestraling waarmee ze de constante van Stefan-Boltzmann gaan bepalen. Ze gebruiken de opstelling zoals weergegeven in figuur 1.

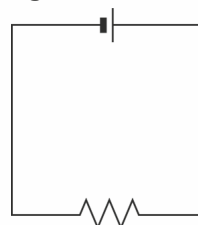
figuur 1



In de opstelling zie je een oven. In de oven is een verwarmingselement aangesloten op gelijkspanning. Zie figuur 2.

Het verwarmingselement bestaat uit een draad van constantaan met een diameter van $4,0 \cdot 10^{-5}$ m en een lengte van 0,35 m. De spanning wordt ingesteld op 120 V.

figuur 2



- 4p 11 Bereken het vermogen dat het verwarmingselement direct na inschakelen opneemt.

De soortelijke weerstand van metaal is afhankelijk van de temperatuur volgens de formule:

$$\rho_T = \rho_0 (1 + \alpha (T - T_0)) \quad (1)$$

Hierin is:

- ρ_T de soortelijke weerstand bij temperatuur T in $\Omega \text{ m}$
- ρ_0 de soortelijke weerstand bij kamertemperatuur in $\Omega \text{ m}$
- α de weerstandstemperatuurcoëfficiënt in K^{-1} (te vinden in het informatieboek)
- T de temperatuur in K
- T_0 de kamertemperatuur: 293 K

Het elektrisch vermogen dat het verwarmingselement opneemt, is omgekeerd evenredig met de soortelijke weerstand ρ_T . Daardoor verandert dit vermogen als de temperatuur toeneemt.

Tess en Fem discussiëren over de grootte van de verandering van de soortelijke weerstand als de temperatuur toeneemt van 20 °C naar 300 °C.

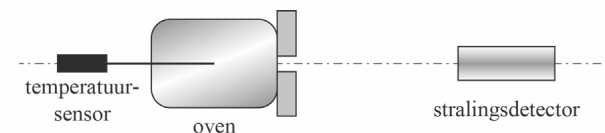
Tess beweert dat deze verandering kleiner dan 5% is.

Fem beweert dat deze verandering groter dan 5% is.

- 3p 12 Leg uit met een berekening wie van beiden gelijk heeft.

In figuur 3 is de opstelling schematisch in bovenaanzicht getekend.

figuur 3

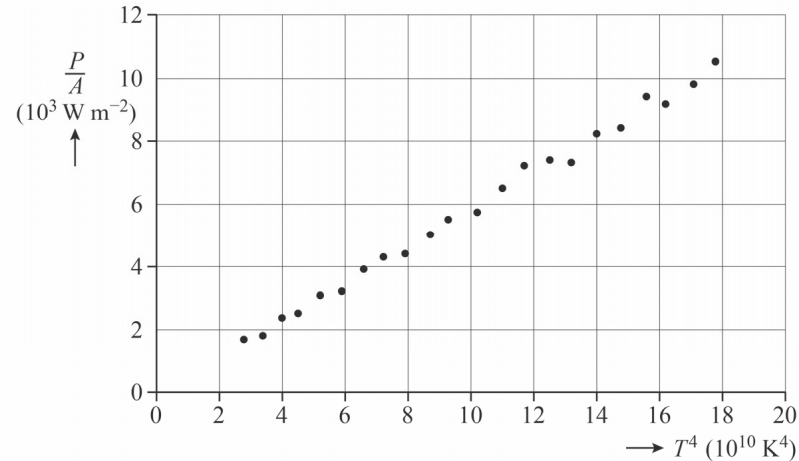


De temperatuur van de oven kan gevarieerd worden. Midden in de oven is een temperatuursensor geplaatst. De stralingsdetector staat vóór dit geheel. De opstelling is zo afgesteld dat de stralingsdetector de

uitgezonden stralingsintensiteit $\frac{P}{A}$ in W m^{-2} van de oven meet als functie van de temperatuur.

Tess en Fem maken van hun resultaten een grafiek waarin ze $\frac{P}{A}$ uitzetten tegen T^4 . De grafiek staat in figuur 4. Figuur 4 staat ook op de uitwerkbijlage.

figuur 4



5p 13 Voer de volgende opdrachten uit:

- Toon aan dat het plaatsen van $\frac{P}{A}$ op de verticale as en T^4 op de horizontale as theoretisch een rechte lijn door de oorsprong oplevert.
- Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage de constante van Stefan-Boltzmann die uit deze resultaten volgt. Noteer je antwoord in twee significante cijfers.

De oven bereikt uiteindelijk een maximale temperatuur van 383°C .

3p 14 Bereken de golflengte van de straling met de grootste intensiteit die de oven bij die temperatuur uitzendt. Noteer je antwoord in het juiste aantal significante cijfers.

Tess en Fem gaan een ander experiment doen: ze houden de temperatuur van de oven constant, maar ze variëren de afstand van de stralingsdetector tot de oven. Ze willen hiermee controleren of in deze situatie de kwadratenwet geldt.

Ze meten hierbij de stralingsintensiteit I die op de stralingsdetector valt als functie van de afstand. Hun meetresultaten staan weergegeven in figuur 5.

figuur 5

x (cm)	I (W m^{-2})
40	4810
50	1740
60	980
70	620

4p 15 Toon aan of de kwadratenwet hier geldt. Doe dat aan de hand van de meetresultaten in figuur 5.

Om het hoekje

Niels voert een practicum uit waarin hij het gedrag van bètadeeltjes in de lucht onderzoekt. Hij gebruikt een radioactief preparaat als bron voor β^- -deeltjes. Neem aan dat deze bron bij de start van het practicum maar één isotoop bevat. Tijdens het vervalproces van deze isotoop ontstaat Yttrium-90 als vervalproduct. Bij dit vervalproces komt geen gammastraling vrij.

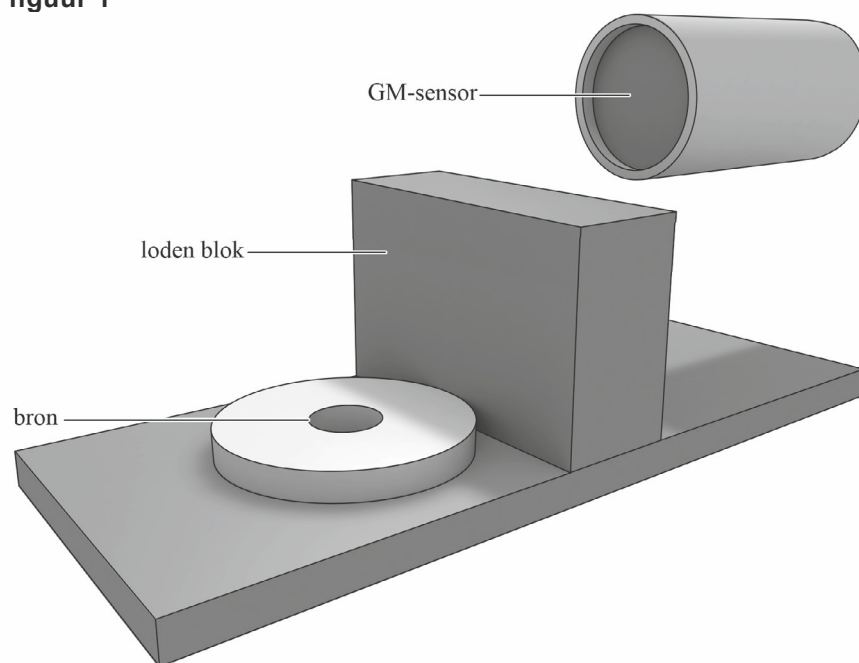
- 3p 16 Geef de vervalvergelijking van dat vervalproces.

Toch komt er gammastraling vrij uit de bron.

- 1p 17 Geef aan hoe het mogelijk is dat er gammastraling uit de bron vrijkomt.

Niels bouwt de opstelling zoals weergegeven in figuur 1. Een loden blok is zó geplaatst dat straling niet in een rechte lijn van de bron naar de Geiger-Müller-sensor (GM-sensor) kan bewegen.

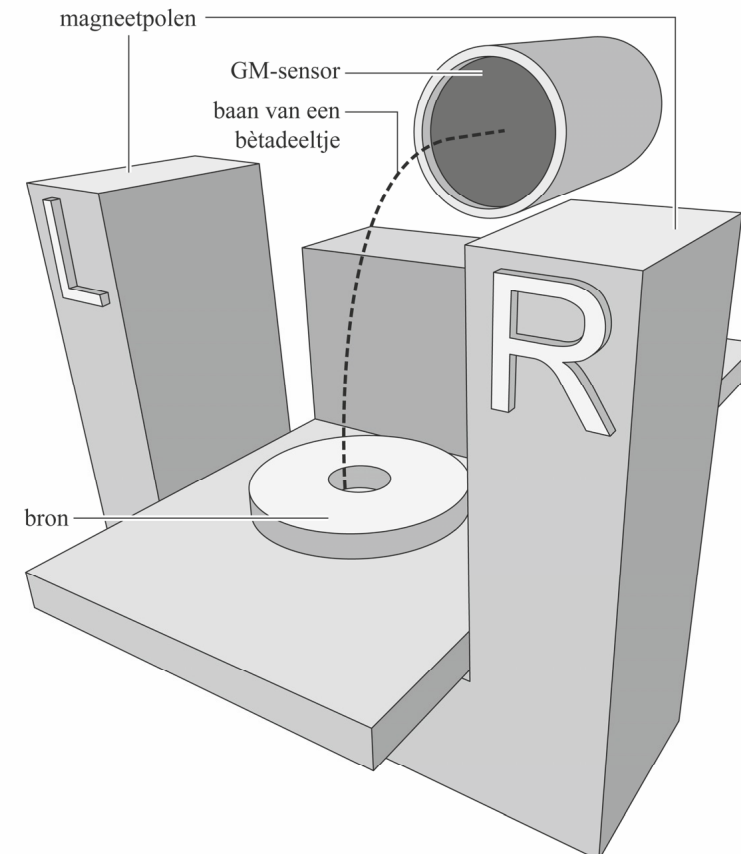
figuur 1



Verwaarloos bij het vervolg van deze opgave de eventuele invloed van de gammastraling op de metingen.

Met behulp van een sterke hoefijzermagneet wil Niels bètadeeltjes om het blok heen afbuigen richting de GM-sensor. Dit is weergegeven in figuur 2.

figuur 2



- 3p 18 Leg uit aan welke kant (L of R) van de hoefijzermagneet zich de noordpool bevindt.

Niels wil met zijn opstelling de snelheid van de bètadeeltjes bepalen. Hij neemt aan dat in deze situatie de zwaartekracht op de bètadeeltjes verwaarloosd mag worden. Verder neemt hij aan dat het magneetveld homogeen is en dat de bètadeeltjes dus een cirkelbeweging uitvoeren. Met behulp van formules uit het informatieboek leidt Niels de volgende formule af voor de snelheid v van een bètadeeltje:

$$v = \frac{Bqr}{m} \qquad (1)$$

Hierin is:

- B de sterkte van het magnetisch veld
- q de lading van het bètadeeltje
- r de straal van de cirkelbaan
- m de massa van het bètadeeltje

3p 19 Leid formule (1) af met behulp van formules uit het informatieboek.

Wanneer de snelheid van een deeltje groter is dan 10% van de lichtsnelheid, moet er rekening gehouden worden met zogenaamde relativistische effecten.

Het magnetisch veld tussen de polen is 0,1 T. Niels bepaalt de gemiddelde straal van de cirkelbaan van de bètadeeltjes die op de GM-sensor vallen en vindt 0,20 m.

3p 20 Leg uit of er in deze situatie rekening gehouden moet worden met relativistische effecten. Bereken daartoe eerst de snelheid van de bètadeeltjes volgens de methode van Niels.

Voordat Niels de bron en de magneet in de opstelling plaatst, doet hij eerst driemaal een meting met de GM-sensor (figuur 3, reeks 1). Vervolgens plaatst Niels de bron in de opstelling zonder magneet en doet hij weer drie metingen (reeks 2). Ten slotte plaatst Niels ook de hoefijzermagneet in de opstelling en doet hij nogmaals drie metingen (reeks 3).

figuur 3

reeks 1 zonder bron zonder magneet (tellen per minuut)	reeks 2 met bron zonder magneet (tellen per minuut)	reeks 3 met bron met magneet (tellen per minuut)
34	160	479
27	155	497
31	165	486

1p 21 Geef aan hoe het kan dat Niels in de eerste meetreeks straling meet.

In de tweede meetreeks worden de bètadeeltjes nog niet afgebogen door de magneet. Toch meet de GM-sensor al meer straling dan in de eerste meetreeks.

1p 22 Geef hiervan een mogelijke oorzaak.

Speciale fluit

In figuur 1 zie je een speciale fluit met twee gesloten uiteinden en slechts drie gaten. We gaan uit van een kamertemperatuur van 20 °C.

figuur 1



Het middelste gat wordt gebruikt om de fluit aan te blazen. Zie figuur 2. De andere twee gaten kunnen met een vinger afgesloten worden.

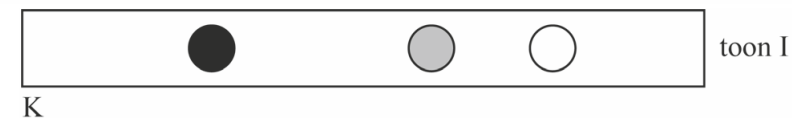
figuur 2



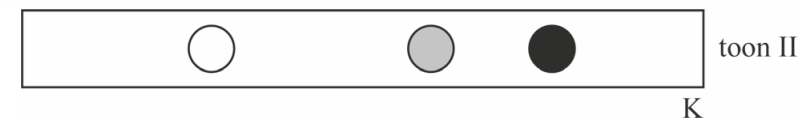
Daniël en Jonathan gaan onderzoeken hoe de toonvorming in de fluit plaatsvindt.

Op de fluit kun je twee tonen spelen met één gat gesloten: toon I en toon II. In figuur 3a en in figuur 3b zijn de twee mogelijkheden om een toon te spelen met één gat gesloten schematisch weergegeven. Een wit bolletje betekent een geopend gat en een zwart bolletje een gat dat is gesloten met een vinger. De fluit wordt aangeblazen door het middelste gat, dat is aangegeven met grijs.

figuur 3a



figuur 3b



Volgens het model van de staande golven ontstaat er bij het uiteinde aan de kant van het gesloten gat een knoop (K) en ergens in de buurt van het open gat een buik (B). De plaats van de knoop bij toon I en toon II is weergegeven met een letter K. In beide gevallen is sprake van de grondtoon.

Op de uitwerkbijlage staat figuur 3a nogmaals weergegeven. De lengte van de afbeelding van de fluit is precies de helft van de werkelijke lengte. De frequentie van toon I is $6,0 \cdot 10^2$ Hz.

- 6p 23 Voer de volgende opdrachten uit:
- Geef in de figuur op de uitwerkbijlage met een letter B de plaats van de buik bij toon I aan. Licht je antwoord toe met een berekening.
 - Leg uit of de frequentie van toon II hoger of lager is dan de frequentie van toon I.

Daniël blaast de fluit aan door het middelste gat, met beide andere gaten open. Jonathan ontdekt dat de toon die daardoor ontstaat veel hoger is dan toon I en II.

Op de uitwerkbijlage is de fluit in deze situatie schematisch weergegeven.

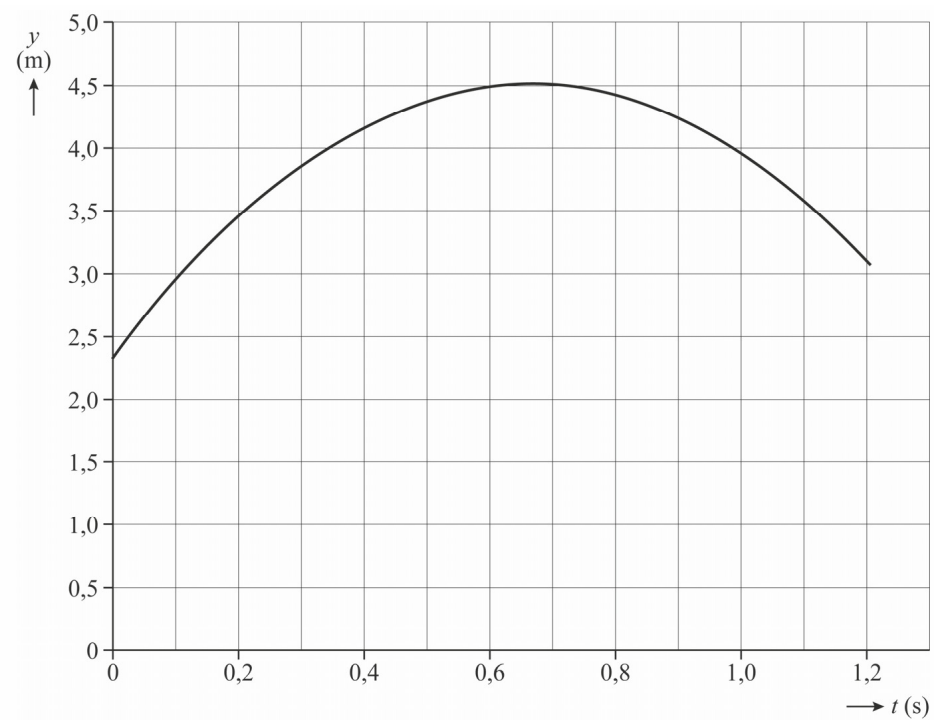
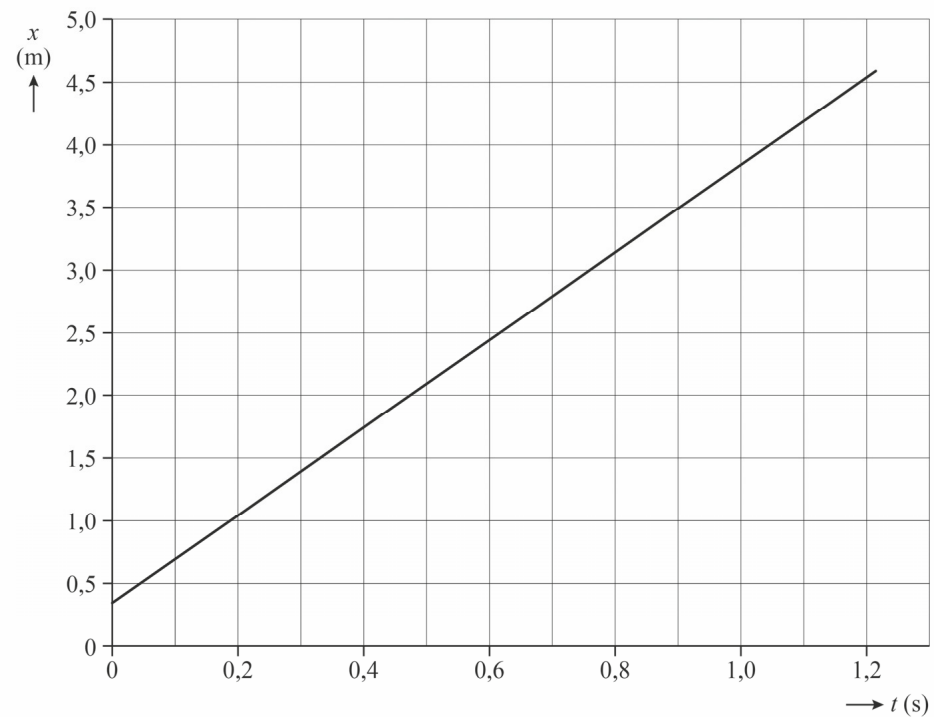
- 3p 24 Geef in de figuur op de uitwerkbijlage een mogelijkheid van de ligging van de knopen (K) en buiken (B) aan, in het gebied tussen de stippellijnen. Ga daarbij uit van het model van de staande golf. Een berekening is niet nodig.

Daniël en Jonathan hebben al een tijdje op de fluit geblazen, waardoor de lucht in de fluit een hogere temperatuur heeft gekregen.

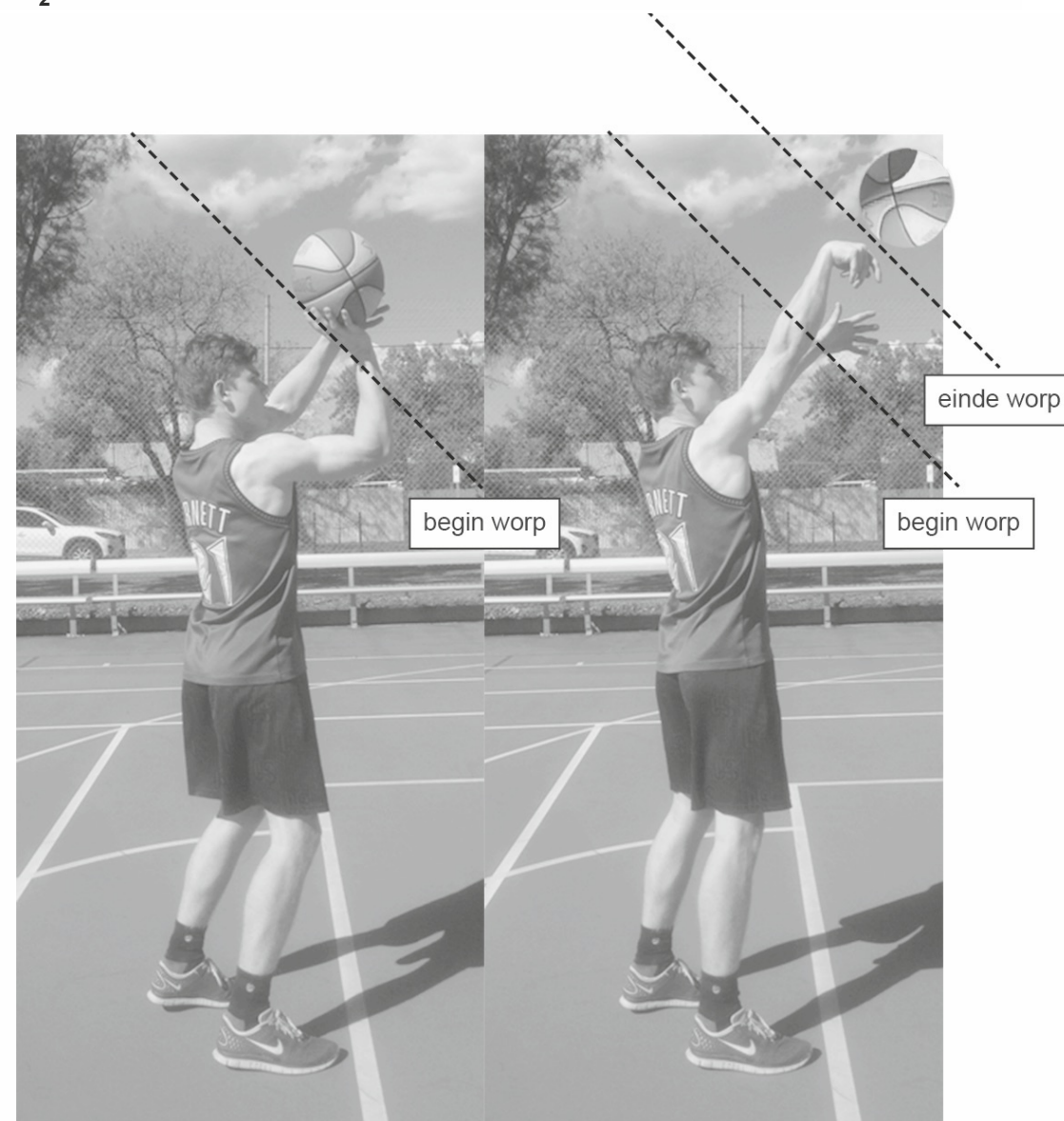
- 3p 25 Leg uit hoe de toonhoogte verandert als de temperatuur van de lucht in de fluit toeneemt. Neem aan dat de golflengte niet verandert.

Uitwerkbijlage bij de vragen 1, 2, 5, 7, 13, 23 en 24

1



2



5 Is resultaat A, B, D, E een gevolg van een variatie in de startwaarde van v_x of van v_y , vergeleken met resultaat C? Omcirkel steeds het juiste antwoord.

resultaat	is het gevolg van een variatie in de startwaarde van ...	
A	v_x	v_y
B	v_x	v_y
D	v_x	v_y
E	v_x	v_y

Toelichting:

.....

.....

.....

7 Geef van elke halfgeleider aan of deze op grond van de bandgap geschikt is voor gebruik in een Qled-tv. Omcirkel steeds het juiste antwoord.

halfgeleider	E_{gap} (eV)		
Si	1,12	geschikt	ongeschikt
CdSe	1,74	geschikt	ongeschikt
Si_3N_4	5,00	geschikt	ongeschikt
GaAs	1,43	geschikt	ongeschikt
GaP	2,26	geschikt	ongeschikt

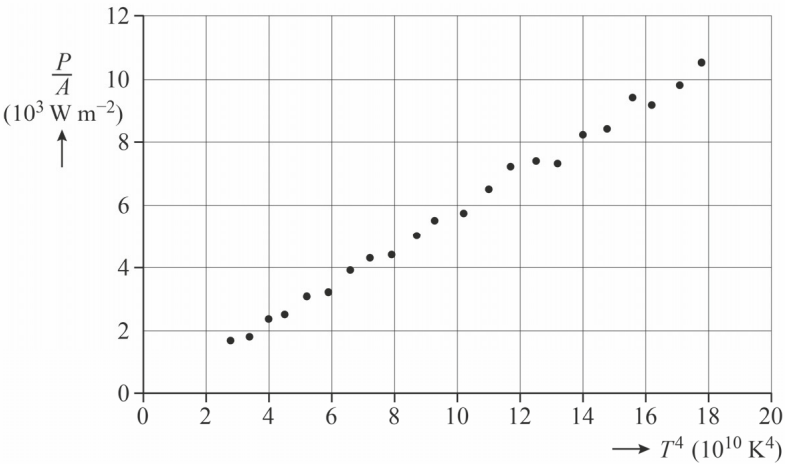
Toelichting:

.....

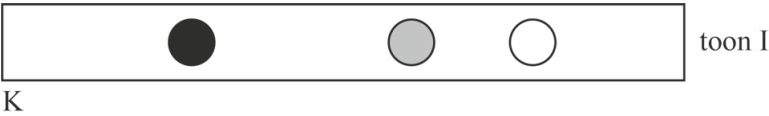
.....

.....

13



23



24





Bijlagen

Cijferbepaling

2019-I				2019-II				2021-I			
punten	cijfer	punten	cijfer	punten	cijfer	punten	cijfer	punten	cijfer	punten	cijfer
0	1,0	46	6,7	0	1,0	46	6,4	0	1,0	46	6,4
1	1,1	47	6,8	1	1,2	47	6,5	1	1,2	47	6,5
2	1,2	48	6,9	2	1,3	48	6,6	2	1,3	48	6,6
3	1,4	49	7,0	3	1,4	49	6,8	3	1,4	49	6,8
4	1,5	50	7,2	4	1,6	50	6,9	4	1,6	50	6,9
5	1,6	51	7,3	5	1,7	51	7,0	5	1,7	51	7,0
6	1,7	52	7,4	6	1,8	52	7,1	6	1,8	52	7,1
7	1,9	53	7,5	7	1,9	53	7,2	7	1,9	53	7,2
8	2,0	54	7,7	8	2,0	54	7,3	8	2,0	54	7,3
9	2,1	55	7,8	9	2,1	55	7,4	9	2,1	55	7,4
10	2,2	56	7,9	10	2,3	56	7,6	10	2,3	56	7,6
11	2,4	57	8,0	11	2,4	57	7,7	11	2,4	57	7,7
12	2,5	58	8,2	12	2,5	58	7,8	12	2,5	58	7,8
13	2,6	59	8,3	13	2,6	59	7,9	13	2,6	59	7,9
14	2,7	60	8,4	14	2,7	60	8,0	14	2,7	60	8,0
15	2,8	61	8,5	15	2,8	61	8,1	15	2,8	61	8,1
16	3,0	62	8,6	16	2,9	62	8,3	16	2,9	62	8,3
17	3,1	63	8,8	17	3,1	63	8,4	17	3,1	63	8,4
18	3,2	64	8,9	18	3,2	64	8,5	18	3,2	64	8,5
19	3,3	65	9,0	19	3,3	65	8,6	19	3,3	65	8,6
20	3,5	66	9,1	20	3,4	66	8,7	20	3,4	66	8,7
21	3,6	67	9,3	21	3,5	67	8,8	21	3,5	67	8,8
22	3,7	68	9,4	22	3,6	68	8,9	22	3,6	68	8,9
23	3,8	69	9,5	23	3,8	69	9,1	23	3,8	69	9,1
24	4,0	70	9,6	24	3,9	70	9,2	24	3,9	70	9,2
25	4,1	71	9,8	25	4,0	71	9,3	25	4,0	71	9,3
26	4,2	72	9,9	26	4,1	72	9,4	26	4,1	72	9,4
27	4,3	73	10,0	27	4,2	73	9,5	27	4,2	73	9,5
28	4,5			28	4,3	74	9,6	28	4,3	74	9,6
29	4,6			29	4,4	75	9,8	29	4,4	75	9,8
30	4,7			30	4,6	76	9,9	30	4,6	76	9,9
31	4,8			31	4,7	77	9,9	31	4,7	77	9,9
32	4,9			32	4,8	78	10,0	32	4,8	78	10,0
33	5,1			33	4,9			33	4,9		
34	5,2			34	5,0			34	5,0		
35	5,3			35	5,1			35	5,1		
36	5,4			36	5,3			36	5,3		
37	5,6			37	5,4			37	5,4		
38	5,7			38	5,5			38	5,5		
39	5,8			39	5,6			39	5,6		
40	5,9			40	5,7			40	5,7		
41	6,1			41	5,8			41	5,8		
42	6,2			42	5,9			42	5,9		
43	6,3			43	6,1			43	6,1		
44	6,4			44	6,2			44	6,2		
45	6,5			45	6,3			45	6,3		

Bedenk dat het toekennen van punten aan een antwoord enige deskundigheid vereist. De hier behaalde scores zijn dus vooral een indicatie van hoeveel je op dit moment weet over het vak.

2021-II				2021-III			
punten	cijfer	punten	cijfer	punten	cijfer	punten	cijfer
0	1,0	46	7,0	0	1,0	46	6,9
1	1,2	47	7,1	1	1,1	47	7,0
2	1,5	48	7,2	2	1,3	48	7,2
3	1,7	49	7,3	3	1,4	49	7,3
4	1,8	50	7,5	4	1,5	50	7,4
5	1,9	51	7,6	5	1,6	51	7,6
6	2,0	52	7,7	6	1,8	52	7,7
7	2,2	53	7,8	7	1,9	53	7,8
8	2,3	54	8,0	8	2,0	54	7,9
9	2,4	55	8,1	9	2,2	55	8,1
10	2,5	56	8,2	10	2,3	56	8,2
11	2,7	57	8,3	11	2,4	57	8,3
12	2,8	58	8,5	12	2,5	58	8,5
13	2,9	59	8,6	13	2,7	59	8,6
14	3,0	60	8,7	14	2,8	60	8,7
15	3,1	61	8,8	15	2,9	61	8,8
16	3,3	62	8,9	16	3,1	62	9,0
17	3,4	63	9,1	17	3,2	63	9,1
18	3,5	64	9,2	18	3,3	64	9,2
19	3,6	65	9,3	19	3,4	65	9,4
20	3,8	66	9,4	20	3,6	66	9,5
21	3,9	67	9,6	21	3,7	67	9,6
22	4,0	68	9,7	22	3,8	68	9,7
23	4,1	69	9,8	23	4,0	69	9,9
24	4,3	70	9,8	24	4,1	70	10,0
25	4,4	71	9,9	25	4,2		
26	4,5	72	9,9	26	4,3		
27	4,6	73	10,0	27	4,5		
28	4,8			28	4,6		
29	4,9			29	4,7		
30	5,0			30	4,9		
31	5,1			31	5,0		
32	5,2			32	5,1		
33	5,4			33	5,2		
34	5,5			34	5,4		
35	5,6			35	5,5		
36	5,7			36	5,6		
37	5,9			37	5,8		
38	6,0			38	5,9		
39	6,1			39	6,0		
40	6,2			40	6,1		
41	6,4			41	6,3		
42	6,5			42	6,4		
43	6,6			43	6,5		
44	6,7			44	6,7		
45	6,8			45	6,8		

Onderwerpregister

In het volgende schema wordt verwezen naar de nummers van vragen uit hoofdstukken en examens.

natuurkunde	deel 1	deel 2a	
		2019-I	2019-II
A-Vaardigheden	hoofdstuk 1 1 - 15	2, 15, 16, 19	2, 5, 10, 17, 20
B1-Informatie-overdracht	hoofdstuk 2 1 - 22	22, 23	10, 11, 14, 17-19
B2-Medische beeldvorming	hoofdstuk 3 1 - 20	7, 10-13	21-25
C1-Kracht en beweging	hoofdstuk 4 1 - 26	1-3	1, 2, 4-7
C2-Energie en wisselwerking	hoofdstuk 5 1 - 17	4-6, 16	3, 15
C3-Gravitatie	hoofdstuk 6 1 - 15		
D1-Elektrische systemen	hoofdstuk 7 1 - 21	25, 26	9
D2-Elektrische en magnetische velden	hoofdstuk 8 1 - 23	8, 9, 27, 28	8, 12, 13
E2-Elektromagnetische straling en materie	hoofdstuk 9 1 - 18	14, 15, 17, 18, 20, 21, 23, 24	
F1-Quantumwereld	hoofdstuk 10 1 - 19		15, 16, 19, 20

deel 2a (vervolg)		
2021-I	2021-II	2021-III
12, 13, 14	4, 9, 15, 16, 21, 23	3, 5, 12, 14
8-12		
15-20	10, 11, 12, 13, 15-17	18-21
	2-4	2-5, 17
16, 18	1, 5, 6	1, 6, 7
2-6	2	15
21, 22	18, 19	8-12, 14
	8, 20-23	
1, 7, 24, 25	7, 14	13, 16, 22
23-25		23, 24

Aantekeningen

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Aantekeningen

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Colofon

Auteurs

R. Slooten
L. van Rooyen
M.H. Overbosch

Vormgeving binnenwerk

Maura van Vermeskerken, Apeldoorn

Opmaak

Crius Group, Hulshout

Redactie

Lineke Pijnappels, Tilburg

Auteur stappenplan

T.H.J. Heutmekers

Over ThiemeMeulenhoff

ThiemeMeulenhoff ontwikkelt zich van educatieve uitgeverij tot een learning design company. We brengen content, leerontwerp en technologie samen. Met onze groeiende expertise, ervaring en leeroplossingen zijn we een partner voor scholen bij het vernieuwen en verbeteren van onderwijs. Zo kunnen we samen beter recht doen aan de verschillen tussen lerenden en scholen en ervoor zorgen dat leren steeds persoonlijker, effectiever en efficiënter wordt.

Samen leren vernieuwen.

www.thiememeulenhoff.nl

ISBN 978 90 06 63985 8

Eerste druk, eerste oplage, 2022

©ThiemeMeulenhoff, Amersfoort, 2022

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden vervaelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of enig andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

Voor zover het maken van kopieën uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16B Auteurswet 1912 j° het Besluit van 23 augustus 1985, Stbl. 471 en artikel 17 Auteurswet 1912, dient men de daarvoor wettelijk verschuldigde vergoedingen te voldoen aan Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie (PRO), Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp (www.stichting-pro.nl). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet) dient men zich tot de uitgever te wenden. Voor meer informatie over het gebruik van muziek, film en het maken van kopieën in het onderwijs zie www.auteursrechtenonderwijs.nl.

De uitgever heeft ernaar gestreefd de auteursrechten te regelen volgens de wettelijke bepalingen. Degenen die desondanks menen zekere rechten te kunnen doen gelden, kunnen zich alsnog tot de uitgever wenden.

Deze uitgave is volledig CO₂-neutraal geproduceerd.
Het voor deze uitgave gebruikte papier is voorzien van het FSC®-keurmerk.
Dit betekent dat de bosbouw op een verantwoorde wijze heeft plaatsgevonden.

Nog meer oefenen?
Check www.examenbundel.nl

#geenexamenstress

S#cc>s met
je examen!

#ikgazekeerslagen

examenbundel >

vwo Nederlands
vwo Engels
vwo Duits
vwo Frans
vwo Economie
vwo Bedrijfseconomie
vwo Maatschappijwetenschappen
vwo Geschiedenis
vwo Aardrijkskunde
vwo Wiskunde A
vwo Wiskunde B
vwo Wiskunde C
vwo Scheikunde
vwo Biologie
vwo Natuurkunde

samengevat }

vwo Economie
vwo Bedrijfseconomie
vwo Maatschappijwetenschappen
vwo Geschiedenis
vwo Aardrijkskunde
vwo Wiskunde A
vwo Wiskunde B
vwo Wiskunde C
vwo Scheikunde
vwo Biologie
vwo Natuurkunde
havo/vwo Nederlands 3F/4F
havo/vwo Rekenen 3F

Tips, tricks en informatie die jou helpen bij het slagen voor je eindexamen vind je op examenbundel.nl! Nog meer kans op slagen? Volg ons ook op social media. #geenexamenstress



examenidoom + examenbundel + samengevat + zeker slagen! = #geenexamenstress

examenidoom

vwo Engels
vwo Duits
vwo Frans

zeker slagen !

voor vmbo, havo én vwo



9 789006 639858